СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р4 - 10754

Я.Добеш, В.К.Лукьянов, В.М.Семенов, Я.Цейпек

РЕАКЦИИ ДВУХСТУПЕНЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Часть I . Теория

1977

P4 - 10754

Я.Добеш[1], В.К.Лукьянов, В.М.Семенов[2], Я.Цейпек[1]

РЕАКЦИИ ДВУХСТУПЕНЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Часть I. Теория

[1] Институт ядерной физики ЧСАН, Чехословакия.
[2] НИИФ Ленинградского государственного университета.

Добеш Я. и др. Р4 - 10754

Реакции двухступенчатых передач. Часть I. Теория

Дан формализм прямых реакций передач одного и двух нуклонов с учётом подвозбуждений коллективных состояний во входном и выходном каналах. Для этого используется метод двойного адиабатического приближения. Вероятности подвозбуждений в каналах вычисляются в рамках вибрационной и ротационной моделей ядра. В результате сечение реакции передачи выражается через известные амплитуды метода искаженных волн, что позволяет использовать для расчётов стандартные программы с небольшой их модификацией.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

Dobesž J. et al. P4 - 10754

Two-Step Transfer Reactions. Part I. Theory

Direct reaction formalism is presented for the transfer of one and two nucleons taking into account underexcitation of collective states in entrance and exit channels. The double adiabatic approximation method is used. Probabilities of underexcitations in channels are determined in the framework of the vibrational and rotational nuclear models. As a result, a transfer reaction cross section is expressed via the DWBA known amplitudes, this gives the possibility to use in calculations the slightly modified standart programs.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1977

I. Введение

Прямые ядерные реакции типа дейтронного срыва на четном ядре $A(d,p)B$ являются одним из простых способов изучения структуры одночастичных состояний ядра B . Однако если в ядрах A и B легко возбуждаются коллективные состояния колебательного или вращательного типа, то обычный метод теоретического анализа таких реакций - метод искаженных волн /1/ требует своей модификации. Суть ее в необходимости учета каналов виртуального возбуждения коллективных состояний ядра A , на которые может "садиться" передаваемый ядру нуклон, а также аналогичных каналов типа нуклон + возбужденный кор ядра B . Прямой способ такого учета - решение соответствующих уравнений связанных каналов /2/. Однако сложность вычислений в рамках такого подхода и его трудности, связанные с физической интерпретацией механизма процесса, заставляют иногда обращаться к более простым приближенным способам решения задачи. Один из них - теория двухступенчатых реакций /3/, в которой приближенно учитываются вклады в амплитуду срыва лишь одного коллективного состояния ядра A и построенных с его участием состояний типа частица + кор ядра B , - и есть предмет данной работы. Здесь даны основные формулы такого подхода. Достоинство метода в том, что он почти полностью сводит амплитуду реакции к хорошо изученной амплитуде в методе искаженных волн (МИВ). Это дает возможность использовать в конкретных расчетах уже известные программы МИВ для ЭВМ с небольшой их модификацией. Описание такого способа модификации известной программы DWUCK и конкретные примеры расчета даны во второй части данной работы.

2. Амплитуда и сечение двухступенчатого срыва

Амплитуда реакции $A(a,b)B$ в рамках метода искаженных волн имеет вид /I/

$$T_{fi} = \langle \Psi_f^{(-)} | V | \Psi_i^{(+)} \rangle , \tag{I}$$

где V – потенциал перехода, а $\Psi_i^{(+)}$ и $\Psi_f^{(-)}$ – волновые функции входного и выходного каналов. Каждая из них представляется в виде произведения функции относительного движения – искаженной волны $\psi(\vec{r})$ и функции внутреннего состояния ядра, участвующего в реакции $\Phi(\xi)$. При учете подвозбуждений в каналах искаженная волна зависит от коллективных переменных ξ. В случае малости коллективных параметров $\psi(r,\xi)$ можно представить в виде обычного разложения в ряд по парциальным волнам сферически-симметричного поля с "замороженными" угловыми переменными $\hat{r}$ и переменными внутреннего движения /4/ ξ (в случае спин-орбитального взаимодействия волновые функции являются матрицами в пространстве спина налетающей частицы). Тогда

$$\Psi^{(+)}_{i m_a' m_a} = \frac{4\pi}{K_a r_a} \sum_{\mathcal{J}_a L_a M_a} (L_a M_a s_a m_a | \mathcal{J}_a M_a+m_a)(L_a M_a+m_a-m_a' s_a m_a' | \mathcal{J}_a M_a+m_a)\, i^{L_a} \chi_{L_a \mathcal{J}_a}(K_a, r_a, R_a(1+\Delta(\hat{r}_a)))\, Y^{m_a *}_{L_a}(\hat{K}_a)\, Y^{M_a+m_a-m_a'}_{L_a}(\hat{r}_a)\, |I_A M_A \alpha_A\rangle , \tag{2}$$

причем $\chi_{L_a \mathcal{J}_a}(K_a, r_a, R_a(1+\Delta(\hat{r}_a))) = e^{\Delta(\hat{r}_a) R_a \frac{\partial}{\partial R_a}} \chi_{L_a \mathcal{J}_a}(K_a, r_a, R_a)$.

Здесь $\chi_{L_a \mathcal{J}_a}(K_a, r_a, R_a)$ – радиальная часть парциальной волны в сферическом потенциале радиуса R_a, $|I_A M_A \alpha_A\rangle$ – волновая функция ядра мишени A со спином I_A, его проекцией M_A и допол-

нительным набором квантовых чисел α_A. Оставляя в формуле (2) только члены первого порядка по коллективным параметрам $\xi_{\lambda\mu}$ $\left(\Delta(\hat{r}_a) = \sum_{\lambda\mu} \xi_{\lambda\mu} Y^*_{\lambda\mu}\right)$ и разлагая по полному набору состояний ядра A, получаем для волновой функции входного канала выражение

$$\Psi^{(+)}_{i m_a' m_a} = \frac{4\pi}{K_a r_a} \sum_{\substack{\mathcal{J}_a L_a M_a \lambda \\ I_A' M_A' \alpha_A' \mu}} (L_a M_a s_a m_a | \mathcal{J}_a M_a+m_a)\, i^{L_a} (L_a M_a+m_a-m_a' s_a m_a' | \mathcal{J}_a M_a+m_a) \Big(\delta_{I_A M_A \alpha_A, I_A' M_A' \alpha_A'} \delta_{\lambda 0} \delta_{\mu 0} + \langle I_A' M_A' \alpha_A' | \xi_{\lambda\mu} | I_A M_A \alpha_A \rangle R_a \frac{\partial}{\partial R_a} \Big) \chi_{L_a \mathcal{J}_a}(K_a, r_a, R_a)\, Y^{M_a *}_{L_a}(\hat{K}_a)\, Y^{M_a+m_a-m_a'}_{L_a}(\hat{r}_a)\, |I_A' M_A' \alpha_A'\rangle . \tag{3}$$

Аналогичную форму имеет функция выходного канала. Подставляя выражения для функций каналов в формулу (I) для амплитуды, пренебрегая членами второго порядка $\xi^A_{\lambda\mu} \xi^B_{\lambda\mu}$ и пользуясь теоремой Вигнера-Эккарта в форме

$$\langle \mathcal{J}_B M_B | \xi_{\lambda\mu} | \mathcal{J}_A M_A \rangle = \langle \mathcal{J}_B \| \xi_{\lambda\mu} \| \mathcal{J}_A \rangle (\mathcal{J}_A M_A \lambda\mu | \mathcal{J}_B M_B) \frac{1}{\hat{\mathcal{J}}_B} ,$$

где $\hat{\mathcal{J}}_B = \sqrt{2\mathcal{J}_B + 1}$, получаем выражение

$$\langle M_B m_b | T | M_A m_a \rangle = \frac{(4\pi)^2}{K_a K_b} \sum_{\substack{\mathcal{J}_a L_a M_a \mathcal{J}_b L_b M_b \lambda \\ I_A' M_A' \alpha_A' I_B' M_B' \alpha_B' \mu}} (L_a M_a s_a m_a | \mathcal{J}_a M_a+m_a) (L_a M_a+m_a-m_a' s_a m_a' | \mathcal{J}_a M_a+m_a)(L_b M_b s_b m_b | \mathcal{J}_b M_b+m_b)\, i^{L_a-L_b} (L_b M_b+m_b-m_b' s_b m_b' | \mathcal{J}_b M_b+m_b)\, Y^{M_a *}_{L_a}(\hat{K}_a)\, Y^{M_b *}_{L_b}(\hat{K}_b) \times \int \frac{d^3 r_a}{r_a} \frac{d^3 r_b}{r_b} \cdot \Big[\delta_{I_A M_A \alpha_A, I_A' M_A' \alpha_A'} \delta_{I_B M_B \alpha_B, I_B' M_B' \alpha_B'} \delta_{\lambda 0} \delta_{\mu 0} + \delta_{I_B M_B \alpha_B, I_B' M_B' \alpha_B'} \times \tag{4}$$

4.

$$\langle I_A'\alpha_A' \| \xi_\lambda^A \| I_A\alpha_A\rangle (I_A M_A \lambda\mu | I_A' M_A') \frac{1}{\hat I_A} Y_\lambda^{\mu *}(\hat r_a) R_a \frac{\partial}{\partial R_a} + \delta_{I_A M_A \alpha_A, I_A' M_A' \alpha_A'} \times$$

$$\langle I_B\alpha_B \| \xi_\lambda^B \| I_B'\alpha_B'\rangle (I_B' M_B' \lambda\mu | I_B M_B) \frac{1}{\hat I_B} Y_\lambda^{\mu *}(\hat r_b) R_b \frac{\partial}{\partial R_b} \Big] \times \chi_{J_b L_b}(k_b, r_b, R_b)$$

$$Y_{L_b}^{M_b+m_b-m_b'}(\hat r_b)\, J \langle I_B' M_B' \alpha_B', s_b m_b' | V | I_A' M_A' \alpha_A', s_a m_a'\rangle \times$$

$$\chi_{J_a L_a}(k_a, r_a, R_a)\, Y_{L_a}^{M_a+m_a-m_a'}(\hat r_a) .$$

Здесь J – якобиан преобразования к координатам r_a и r_b. Амплитуда (4) содержит в себе, помимо обычного одноступенчатого (прямого) процесса передачи, также двухступенчатые процессы с подвозбуждением ядер A и B во входном и выходном каналах.

Разложим ядерный матричный элемент по мультиполям /I/:

$$J\langle I_B'M_B'\alpha_B', s_b m_b'|V|I_A'M_A'\alpha_A', s_a m_a'\rangle = \sum_{LSJM} G^{(I_A'\alpha_A', I_B'\alpha_B')}_{LSJM}(\vec r_a,\vec r_b)\times$$
$$(I_A'M_A' J M_B'-M_A'|I_B'M_B')(s_a m_a' s_b -m_b'|S\, m_a'-m_b')\times \qquad (5)$$
$$i^{-L}(-1)^{s_b-m_b'}(LMS\, m_a'-m_b'|J M_B'-M_A')$$

и, пересвязывая угловые моменты, получим для амплитуды перехода T:

$$\langle M_B m_b|T|M_A m_a\rangle = \sum_{\ell s j}\hat j\, (I_A M_A j\, M_B-M_A|I_B M_B)\,\beta_{sj}^{\ell m m_b m_a}(\vec k_b,\vec k_a). \qquad (6)$$

Здесь обобщенные приведенные амплитуды β_{sj} определяются выражением

$$\hat j\, i^\ell \beta_{sj}^{\ell m m_b m_a}(\vec k_b, \vec k_a) = \sum_{m_a' m_b' m'} (\ell m' s\, m_a'-m_b' | j\, m-m_b+m_a) \times$$
$$(s_a m_a' s_b -m_b' | s\, m_a'-m_b')(-1)^{s_b-m_b'} \Big[\int d^3r_a\, d^3 r_b \times$$

$$\chi^{(-)*}_{m_b' m_b}(\vec k_b, \vec r_b)\, G^{(I_A\alpha_A, I_B\alpha_B)}_{\ell s j m'}(\vec r_b, \vec r_a)\, \chi^{(+)}_{m_a' m_a}(\vec k_a, \vec r_a) + R_a \times$$
$$\frac{\partial}{\partial R_a}\int d^3r_a\, d^3r_b\, \chi^{(-)*}_{m_b' m_b}(\vec k_b,\vec r_b)\, F^{(1)}_{\ell s j m'}(\vec r_b,\vec r_a)\,\chi^{(+)}_{m_a'm_a}(\vec k_a,\vec r_a) \qquad (7)$$
$$+ R_b\frac{\partial}{\partial R_b}\int d^3r_a\, d^3r_b\, \chi^{(-)*}_{m_b' m_b}(\vec k_b,\vec r_b)\, F^{(2)}_{\ell s j m'}(\vec r_b,\vec r_a)\,\chi^{(+)}_{m_a'm_a}(\vec k_a,\vec r_a)\Big] .$$

где

$$F^{(1)}_{\ell s j m}(\vec r_a, \vec r_b) = \sum_{I_A'\alpha_A' J L\lambda} \langle I_A'\alpha_A'\|\xi^A_\lambda\|I_A\alpha_A\rangle\, \hat j\, \hat J\, \hat\ell\, (-1)^{I_A+I_B-\lambda-J+s+\ell-j} \times$$
$$i^{\ell-L} \begin{Bmatrix} J & I_B & I_A' \\ I_A & \lambda & j\end{Bmatrix}\begin{Bmatrix}\lambda & J & j\\ s & \ell & L\end{Bmatrix} \sum_{M\mu}(LM\lambda\mu|\ell m)\, G^{(I_A'\alpha_A', I_B\alpha_B)}_{LsJM}(\vec r_b,\vec r_a)\, Y^{\mu*}_\lambda(\hat r_a) \qquad (7а)$$

$$F^{(2)}_{\ell s j m}(\vec r_a,\vec r_b) = \sum_{I_B'\alpha_B' JL\lambda}\langle I_B\alpha_B\|\xi^B_\lambda\|I_B'\alpha_B'\rangle\, \hat I_B'\, \hat I_B^{-1}\, \hat j\, \hat J\,\hat\ell\, (-1)^{I_A+I_B+\ell-s}\times$$
$$i^{\ell-L}\begin{Bmatrix}J & I_A & I_B'\\ I_B & \lambda & j\end{Bmatrix}\begin{Bmatrix}\lambda & J & j\\ s&\ell&L\end{Bmatrix}\sum_{M\mu}(LM\lambda\mu|\ell m)\, G^{(I_A\alpha_A, I_B'\alpha_B')}_{LsJM}(\vec r_b,\vec r_a)\, Y^{\mu*}_\lambda(\hat r_b) . \qquad (7б)$$

Как видно из (6), матричный элемент амплитуды перехода выражается через обобщенные приведенные амплитуды таким же образом, как и в обычном методе искаженных волн. Ясно поэтому, что все измеряемые величины (сечение, поляризация, асимметрия) вычисляются по формулам, аналогичным случаю МИВ. Например, дифференциальное сечение реакции передачи с неполяризованными частицами дается выражением

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\mu_a\mu_b}{(2\pi\hbar^2)^2}\,\frac{k_b}{k_a}\,\frac{\hat I_B^2}{\hat I_A^2\, \hat s_a^2}\sum_{j m m_b m_a}\Big|\sum_{\ell s}\beta_{sj}^{\ell m m_b m_a}\Big|^2 . \qquad (8)$$

Далее, из (7) видно, что обобщенные приведенные амплитуды выражаются через обычные приведенные амплитуды МИВ и их производные по радиусам оптических потенциалов. Таким образом, программа расчета сечений двухступенчатых процессов может основываться на существующих программах МИВ.

В случае отсутствия спин-орбитальных взаимодействий в каналах амплитуда реакции упрощается:

$$\langle M_B m_\ell | T | M_A m_a \rangle = \sum_{\ell s j} (I_A M_A j M_B - M_A | I_B M_B)(\ell m s m_a - m_\ell | j m - m_\ell + m_a)$$
$$(s_a m_a s_\ell - m_\ell | S\, m_a - m_\ell)\, \hat{\ell}\, \beta^{\ell m}_{sj} \;, \tag{9}$$

где

$$\hat{\ell}\, i^\ell \beta^{\ell m}_{sj} = \int d^3 r_a d^3 r_\ell\, \chi^{(-)*}_\ell(\vec{k}_\ell, \vec{r}_\ell)\, G^{(I_A\alpha_A, I_B\alpha_B)}_{\ell s j m}(\vec{r}_\ell, \vec{r}_a)\, \chi^{(+)}_a(\vec{k}_a, \vec{r}_a) +$$
$$R_a \frac{\partial}{\partial R_a} \int d^3 r_a d^3 r_\ell\, \chi^{(-)*}_\ell(\vec{k}_\ell, \vec{r}_\ell)\, F^{(1)}_{\ell s j m}(\vec{r}_\ell, \vec{r}_a)\, \chi^{(+)}_a(\vec{k}_a, \vec{r}_a) + \tag{10}$$
$$R_\ell \frac{\partial}{\partial R_\ell} \int d^3 r_a d^3 r_\ell\, \chi^{(-)*}_\ell(\vec{k}_\ell, \vec{r}_\ell)\, F^{(2)}_{\ell s j m}(\vec{r}_\ell, \vec{r}_a)\, \chi^{(+)}_a(\vec{k}_a, \vec{r}_a) .$$

Дифференциальное сечение тогда преобретает вид

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\mu_a \mu_\ell}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_\ell}{k_a} \frac{\hat{I}_B^2}{\hat{I}_A^2 \hat{s}_a^2} \sum_{\ell s j m} |\beta^{\ell m}_{sj}|^2 . \tag{11}$$

Вычисления по этим формулам все еще довольно сложны из-за наличия 6-мерных интегралов по $\vec{r}_a$ и $\vec{r}_\ell$. В большинстве случаев, когда в реакции принимают участие слабо связанные системы d, Li^6, можно ограничиться приближением нулевого радиуса действия потенциала передачи, тогда мультиполи G имеют вид

$$G^{(I'_A\alpha'_A, I'_B\alpha'_B)}_{LsJM}(\vec{r}_\ell, \vec{r}_a) = g^{(I'_A\alpha'_A, I'_B\alpha'_B)}_{LsJ}(r_a)\, Y^{M*}_L(\hat{r}_a)\, \delta^{(3)}(\vec{r}_\ell - \tfrac{A}{B}\vec{r}_a) . \tag{12}$$

Интегралы по $\vec{r}_{a,\ell}$ преобразуются в 3-мерные, причем интегрирование по углам можно провести аналитически. Выбрав ось Oz в направлении $\vec{k}_a$, ось Ox – в плоскости реакции, получим при отсутствии спин-орбитальных взаимодействий

$$\beta^{\ell m}_{sj}(\theta) = \sum_{L_a L_\ell} \Gamma^{\ell m}_{L_\ell L_a} P^m_{L_\ell}(\cos\theta)\, f^{\ell s j}_{L_a L_\ell} = (-1)^m \beta^{\ell -m}_{sj}(\theta), \tag{13}$$

где

$$\Gamma^{\ell m}_{L_\ell L_a} = i^{L_a - L_\ell - \ell}\, \hat{\ell}\, \hat{L}_\ell \left[\frac{(L_\ell - m)!}{(L_\ell + m)!}\right]^{1/2} (L_\ell 0 \ell 0 | L_a 0)(L_\ell m \ell - m | L_a 0),$$

$$f^{\ell s j}_{L_a L_\ell} = \frac{2\pi^{1/2}}{k_\ell k_a} \frac{B}{A} \Big[\int \chi_{L_\ell}(k_\ell, \tfrac{A}{B} r, R_\ell)\, g^{(I_A\alpha_A\, I_B\alpha_B)}_{\ell s j}(r)\, \chi_{L_a}(k_a, r, R_a)\, dr + \tag{13a}$$

$$R_a \frac{\partial}{\partial R_a} \int \chi_{L_\ell}(k_\ell, \tfrac{A}{B} r, R_\ell)\, f^{(1)}_{\ell s j}(r)\, \chi_{L_a}(k_a, r, R_a)\, dr + \tag{13б}$$

$$R_\ell \frac{\partial}{\partial R_\ell} \int \chi_{L_\ell}(k_\ell, \tfrac{A}{B} r, R_\ell)\, f^{(2)}_{\ell s j}(r)\, \chi_{L_a}(k_a, r, R_a)\, dr \Big] .$$

Формфакторы $f^{(1)}_{\ell s j}$ и $f^{(2)}_{\ell s j}$ вычисляются по формулам

$$f^{(1)}_{\ell s j}(r) = \sum_{I'_A \alpha'_A J L \lambda} (4\pi)^{-1/2} \langle I'_A \alpha'_A \| \xi^A_\lambda \| I_A \alpha_A \rangle \hat{\lambda} \hat{L} \hat{J} \hat{j} (-1)^{I_A - I_B - \lambda - J + s + \ell - j}\, i^{\ell - L} \times$$
$$\begin{Bmatrix} J & I_B & I'_A \\ I_A & \lambda & j \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \lambda & J & j \\ s & \ell & L \end{Bmatrix} (L 0 \lambda 0 | \ell 0)\; g^{(I'_A\alpha'_A, I_B\alpha_B)}_{LsJ}(r) \;, \tag{14a}$$

$$f^{(2)}_{\ell s j}(r) = \sum_{I'_B \alpha'_B J L \lambda} (4\pi)^{-1/2} \langle I_B \alpha_B \| \xi^B_\lambda \| I'_B \alpha'_B \rangle \hat{I}'_B \hat{I}_B^{-1} \hat{\lambda} \hat{L} \hat{J} \hat{j} (-1)^{I_A - I_B + \ell - s} \times \tag{14б}$$

$$i^{\ell-L}\begin{Bmatrix} \mathcal{J} & I_A & I'_B \\ I'_B & \lambda & j \end{Bmatrix}\begin{Bmatrix} \lambda & \mathcal{J} & j \\ s & \ell & L \end{Bmatrix}(L0\lambda 0|\ell 0)\, g^{(I_A\alpha_A,\, I'_B\alpha'_B)}_{Ls\mathcal{J}}(r) \; .$$

3. Двухступенчатые процессы в ротационной модели

Формулы предшествующего раздела можно упростить, приняв какую-либо конкретную модель для описания ядерных состояний. Рассмотрим сначала адиабатическую ротационную модель, в которой приведенные матричные элементы коллективных координат равны /5/:

$$\langle I'_A K_A \| \xi^A_\lambda \| I_A K_A\rangle = \hat{I}_A (I_A K_A \lambda 0 | I'_A K_A)\, \beta^A_\lambda \; ,$$

$$\langle I_B K_B \| \xi^B_\lambda \| I'_B K_B\rangle = \hat{I}'_B (I'_B K_B \lambda 0 | I_B K_B)\, \beta^B_\lambda \; , \qquad (I5)$$

причем λ – четное число, а β_λ – параметр деформации. Для мультипольных моментов, в свою очередь, справедливо соотношение

$$G^{(I'_A K_A, I'_B K_B)}_{Ls\mathcal{J}M} = \hat{I}'_A \hat{I}'^{-1}_B \Big[(I'_A K_A \mathcal{J} K_B - K_A | I'_B K_B)\, G^{(intr)}_{Ls\mathcal{J}M}(\Omega = K_B - K_A) +$$

$$(-1)^{I'_A + K_A} (I'_A - K_A \mathcal{J} K_B + K_A | I'_B K_B)\, G^{(intr)}_{Ls\mathcal{J}M}(\Omega = K_B + K_A) \Big] . \qquad (I6)$$

Здесь $G^{(intr)}_{Ls\mathcal{J}M}(\Omega)$ – мультиполь перехода между двумя ротационными полосами, к которым относятся начальное и конечное состояния. Он не зависит от спина начального и конечного ядер. При отсутствии спин-орбитальных сил в каналах реакций выражение (I3) для $f^{\ell s j}_{L_a L_b}$ преобразуется с учетом (I2), (I5) и (I6) в следующее:

$$f^{\ell s j}_{L_a L_b} = \frac{2\pi^{1/2}}{k_b k_a}\frac{B}{A}\Big[\int dr\, \chi_{L_b}\!\left(k_b, \tfrac{A}{B} r, R_b\right) g^{(rot)}_{\ell s j}(r)\, \chi_{L_a}(k_a, r, R_a) + \sum_\lambda \Big(\beta^A_\lambda \times$$

$$R_a \frac{\partial}{\partial R_a} + \beta^B_\lambda R_b \frac{\partial}{\partial R_b}\Big) \int dr\, \chi_{L_b}\!\left(k_b, \tfrac{A}{B} r, R_b\right) f^{(rot)}_{\ell s j}(r)\, \chi_{L_a}(k_a, r, R_a)\Big] . \qquad (I7)$$

где

$$g^{(rot)}_{\ell s j}(r) = \hat{I}_A \hat{I}^{-1}_B \Big[(I_A K_A j K_B - K_A | I_B K_B)\, g^{(intr)}_{\ell s j,\, \Omega = K_B - K_A}(r) + (-1)^{K_A + I_A} \cdot$$

$$(I_A - K_A j K_B + K_A | I_B K_B)\, g^{(intr)}_{\ell s j,\, \Omega = K_B + K_A}(r) \Big] , \qquad (I8a)$$

$$f^{(rot)}_{\ell s j}(r) = \sum_{\mathcal{J}L} (4\pi)^{-1/2} \hat{I}_A \hat{I}^{-1}_B \hat{\lambda} \hat{L} \hat{\mathcal{J}} (-1)^{\mathcal{J}+\lambda+s+\ell} \begin{Bmatrix} \lambda & \mathcal{J} & j \\ s & \ell & L \end{Bmatrix} i^{\ell - L} (L0\lambda 0|\ell 0) \times$$

$$\Big[(I_A K_A j K_B - K_A | I_B K_B)(\mathcal{J} K_B - K_A \lambda 0 | j K_B - K_A)\, g^{(intr)}_{Ls\mathcal{J},\, \Omega = K_B - K_A}(r) + (-1)^{I_A + K_A} \times \qquad (I8б)$$

$$(I_A - K_A j K_B + K_A | I_B K_B)(\mathcal{J} K_B + K_A \lambda 0 | j K_B + K_A)\, g^{(intr)}_{Ls\mathcal{J},\, \Omega = K_B + K_A}(r) \Big] .$$

В частном случае четно-четного ядра A имеем $I_A = K_A = 0$, так что формула (I8) упрощается:

$$g^{(rot)}_{\ell s j}(r) = g^{(00,\, I_B K_B)}_{\ell s j}(r) \; , \qquad (I9a)$$

$$f^{(rot)}_{\ell s j}(r) = \sum_{\mathcal{J}L} (4\pi)^{-1/2} \hat{L} \hat{\mathcal{J}} (-1)^{j+s+\ell}\, i^{\ell - L} \begin{Bmatrix} \lambda & \mathcal{J} & j \\ s & \ell & L \end{Bmatrix} (L0\lambda 0|\ell 0) \times \qquad (I9б)$$

$$g^{(00,\, I_B K_B)}_{Ls\mathcal{J}}(r) \; .$$

Следует иметь в виду, что формулы (I9а,б) были выведены в адиабатическом приближении, для применимости которого требуется, чтобы энергии возбуждения в ротационной полосе были малы по сравнению с одночастичными энергиями. Это означает, что все формфакторы данной реакции имеют одинаковую асимптотику.

Для реакций однонуклонной передачи мультиполи $g^{(l_a l_b)}_{LsJ,\,2}$ имеют вид

$$g^{(l_a l_b)}_{LsJ,\,2}(r) = \sqrt{\frac{3}{2}}\, Z_c\, C^{2}_{\ell j}\, (1+\delta_{k_A c}+\delta_{k_B c})^{-1/2}\, f_{\ell j}(r)\,, \qquad (20)$$

где Z_c^2 - нормализационная постоянная (например, $\mathcal{D}_c^2 \simeq 1{,}5\cdot 10^4$ МэВ$^2\cdot$ фм^3 для реакции (d,p)), $f_{\ell j}(r)$ - радиальная волновая функция связанного состояния, нормированная на единицу, $C^{\ell}_{\ell j}$ - коэффициенты разложения по волновым функциям сферически-симметричного потенциала (или спектроскопические амплитуды). Подробное обсуждение методов вычислений $C^{\ell}_{\ell j} \sim f_{\ell j}(r)$ содержится в /2/ и /7/.

При учете спин-орбитальных сил в каналах реакции алгебра угловых моментов существенно усложняется, но последовательность вычислений остается прежней. При этом для упрощения сравнений с экспериментом целесообразно вынести нормализационную константу Z_c^2 общим множителем в единицах 10^4 МэВ^2 фм^3. Выражение для дифференциального сечения при $I_A = 0$ имеет вид

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \mathcal{D}_c^2\, \frac{C}{4\pi E_a E_b}\, \frac{K_b}{K_a}\left(\frac{B}{A}\right)^2 \frac{\hat{I}_B^2}{\hat{s}_a^2} \sum_{m m_a m_b} \Big| \sum_{L_b} \beta^{m m_a m_b}_{L_b}\, P^{m+m_a-m_b}_{L_b}(\theta) \Big|^2 \qquad (11а)$$

$$\equiv \mathcal{D}_c^2\, \hat{I}_B^2\, \sigma(\theta)\,.$$

Причем $C = 10^4$ для $a \neq b$ и $C = (2\ell+1)^{-1}$ для $a = b$, E_a и E_b - энергии частиц a и b и

$$\beta^{m m_a m_b}_{L_b} = \sum_{J_b J_a L_a} \Gamma^{\ell s j\, m m_b m_a}_{L_b J_b L_a J_a}\; I^{\ell s j}_{J_a L_a J_b L_b}\,. \qquad (13в)$$

Величины $\Gamma^{\ell s j\, m m_b m_a}_{L_b J_b L_a J_a}$ определены здесь выражением

$$\Gamma^{\ell s j\, m m_b m_a}_{L_b J_b L_a J_a} = i^{L_a - L_b - \ell}\, \hat{L}_b^2\, \hat{\ell}^2\, \hat{s}_a\, \hat{j}\, \hat{J}_b\, \hat{L}_a\, (L_a 0 s_a m_a | J_a m_a)\times$$

$$(L_b\, m_a-m-m_b\; s_b m_b | J_b\, m_a-m)(J_b\, m_a-m\; j m | J_a m_a)(L_b 0 \ell 0 | L_a 0)\times$$

$$\begin{Bmatrix} L_b & s_b & J_b \\ \ell & s & j \\ L_a & s_a & J_a \end{Bmatrix} \left[\frac{(L_b - |m_a-m-m_b|)!}{(L_b + |m_a-m-m_b|)!}\right]^{1/2}. \qquad (13г)$$

Отличие (11а) от (11), кроме выделения Z_c^2, состоит еще в том, что коэффициент $2\pi^{1/2}B/AK_bK_a$ в (13в) вынесен общим множителем, что удобно для составления программы. В рамках вычисления ротационной модели выражение для обобщенных радиальных интегралов $I^{\ell s j}_{J_a L_a J_b L_b}$ имеет вид

$$I^{\ell s j}_{J_a L_a J_b L_b} = \int dr\, \chi_{J_b L_b}(\Delta_b r, R_b)\, F^{(A,B)}_{\ell s j}(r)\, \chi_{J_a L_a}(\Delta_a r, R_a) + \qquad (14в)$$

$$\sum_{L J} (4\pi)^{-1/2}\, \hat{L}\, \hat{J}\, \hat{\lambda}\, \hat{j}^{-1} (-1)^{J+\lambda+s+\ell} \begin{Bmatrix} \lambda & J & j \\ s & \ell & L \end{Bmatrix} i^{\ell - L} (L 0 \lambda 0 | \ell 0)(J K_B \lambda 0 | j K_B)\times\sqrt{2}\times$$

$$\left(\beta^{A}_{\lambda} R_a \frac{\partial}{\partial R_a} + \beta^{B}_{\lambda} R_b \frac{\partial}{\partial R_b}\right) \int dr\, \chi_{J_b L_b}(\Delta_b r, R_b)\, F^{(A,B)}_{LsJ}(r)\, \chi_{L_a J_a}(\Delta_a r, R_a).$$

Здесь $F^{(A,B)}_{LsJ}$ - внутренний формфактор в приближении нулевого радиуса для перехода из начальной полосы A в конечную B :

$$F^{(A,B)}_{LsJ} = C_{LsJ}(A,B)\, f^{(A,B)}_{LsJ}(r)\,,$$

и для $b < a$ $\quad \Delta_a = 1$, $\Delta_b = \dfrac{A}{B}$ - срыв ,

для $b > a$ $\quad \Delta_a = \dfrac{B}{A}$, $\Delta_b = 1$ - подхват .

Спектроскопические множители $C_{LsJ}(A,B)$ необходимо вычислять дополнительно, например, методом, изложенным в /8/. Формфакторы $f^{(\lambda, I_B)}_{LsJ}(r)$ вычисляются в программе стандартным образом (см./9,10/).

4. Двухступенчатые процессы в вибрационной модели

Упрощение формул, которое было возможно в случае учета ротационных полос, удается сделать для реакций на ядрах с вибрационными уровнями только при особых предположениях о структуре вибрационных состояний. Рассмотрим, например, реакцию однонуклонной передачи на четно-четном ядре и воспользуемся моделью слабой связи для описания ядерных состояний. Тогда волновые функции состояний есть

$$
\begin{aligned}
&|I_A\rangle = |0\rangle , \quad |I'_B M'_B\rangle = \alpha^{M'_B +}_{I'_B} |0\rangle , \\
&|I_\lambda\rangle = Q^{\mu +}_{\lambda} |0\rangle , \quad |I_B M_B\rangle = \sum (\lambda\mu\, I'_B M'_B | I_B M_B)\, \alpha^{M'_B +}_{I'_B} Q^{\mu +}_{\lambda} |0\rangle .
\end{aligned}
\tag{21}
$$

Здесь $Q^{\mu +}_{\lambda}$ – оператор рождения фонона, $\alpha^{M'_B +}_{I'_B}$ – оператор рождения квазичастицы. Тогда для мультиполей справедлива формула

$$
G^{(0, I'_B)}_{\ell s I'_B m} = G^{(\lambda, I'_B)}_{\ell s I'_B m} , \tag{22}
$$

а для приведенных матричных элементов коллективных координат соответственно

$$
\langle I_B \| \xi \| I'_B \rangle = (-1)^{I'_B + \lambda - I_B} \hat{I}_B \hat{\lambda}^{-1} \langle \lambda \| \xi_\lambda \| 0 \rangle = (-1)^{I'_B - I_B} \hat{I}_B \hat{\lambda}^{-1} \beta_\lambda . \tag{23}
$$

Подставив (21) и (23) в формулу (13в), получим /11/:

$$
f^{\ell s j}_{L_a L_b}(r) = \frac{2\pi^{1/2}}{k_b k_a} \frac{B}{A} \Big[\int dr\, \chi_{L_b}(\Delta_b r, R_b)\, g^{(0, I_B)}_{\ell s j}(r)\, \chi_{L_a}(\Delta_a r, R_a) +
$$

$$
\sum_\lambda (-1)^\lambda \beta_\lambda \Big(R_a \frac{\partial}{\partial R_a} + R_b \frac{\partial}{\partial R_b} \Big) \sum_{JL} (4\pi)^{-1/2} \hat{L} \hat{J} (-1)^{j+s+\ell} \begin{Bmatrix} \lambda & J & j \\ s & \ell & L \end{Bmatrix} (L 0 \lambda 0 | \ell 0) \times
$$

$$
i^{L-\ell} \int dr\, \chi_{L_b}(\Delta_b r, R_b)\, g^{(\lambda, I_B)}_{LsJ}(r)\, \chi_{L_a}(\Delta_a r, R_a) \Big] . \tag{24}
$$

В случаях, когда модель слабой связи неприменима, следует пользоваться общими формулами (13) и (14). При этом для вычисления спектроскопических амплитуд следует взять волновые функции всех рассматриваемых состояний начального и конечного ядер в какой-либо модели и найти их перекрытия. Для однонуклонной передачи эта процедура довольно очевидна. В работе /12/ предложен метод вычислений в случае двухнуклонных передач. При учете спин-орбитальных взаимодействий в каналах реакции выражение для обобщенных радиальных интегралов $I^{\ell s j}_{J_a L_a J_b L_b}$ имеет вид:

$$
\begin{aligned}
I^{\ell s j}_{J_a L_a J_b L_b} = &\int dr\, \chi_{J_b L_b}(\Delta_b r, R_b)\, F^{(0, I_B)}_{\ell s j}(r)\, \chi_{J_a L_a}(\Delta_a r, R_a) + \\
&\sum_{LJ} (4\pi)^{-1/2} \langle \lambda \| \xi^A_\lambda \| 0 \rangle \hat{L} \hat{J}\, i^{\ell - L} (-1)^{j+s+\ell} \begin{Bmatrix} \lambda & J & j \\ s & \ell & L \end{Bmatrix} (L 0 \lambda 0 | \ell 0) \times \\
&R_a \frac{\partial}{\partial R_a} \int dr\, \chi_{L_b J_b}(\Delta_b r, R_b)\, F^{(\lambda, I_B)}_{LsJ}(r)\, \chi_{L_a J_a}(\Delta_a r, R_a) + \\
&\sum (4\pi)^{-1/2} \langle I_B \| \xi^B_\lambda \| I'_B = J \rangle \hat{L} \hat{J} \hat{\lambda} \hat{j}^{-1} (-1)^{\ell - s - J - \lambda}\, i^{\ell - L} \begin{Bmatrix} \lambda & J & j \\ s & \ell & L \end{Bmatrix} (L 0 \lambda 0 | \ell 0) \times \\
&R_b \frac{\partial}{\partial R_b} \int dr\, \chi_{J_b L_b}(\Delta_b r, R_b)\, F^{(0, I'_B = J)}_{LsJ}(r)\, \chi_{L_a J_a}(\Delta_a r, R_a) .
\end{aligned}
\tag{14г}
$$

$F^{(\alpha, \beta)}_{LsJ}$ – формфактор перехода из состояния α в состояние β:

$$
F^{(\alpha, \beta)}_{LsJ}(r) = C_{LsJ}(\alpha, \beta)\, f^{(\alpha, \beta)}_{LsJ}(r) .
$$

Для однонуклонного срыва, например, (d,p), $({}^3He,d)$ и т.д.

$$F^{(\alpha,\beta)}_{LSJ} = S^{1/2}_{LSJ}(\alpha,\beta)\, f^{(\alpha,\beta)}_{LSJ}(r)\,,$$ причем

функция $f^{(\alpha,\beta)}_{LSJ}(r)$ нормирована на единицу, а $S^{1/2}_{LSJ}$ – обычный спектроскопический коэффициент. Для однонуклонного подхвата (p,d), (d,He^3) и т.д.

$$F^{(\alpha,\beta)}_{LSJ} = (-1)^{I_B - I_A - J + S + S_\alpha - S_\beta}\, \hat{I}_A \hat{I}_B^{-1}\, S^{1/2}_{LSJ}(\alpha,\beta)\, f^{(\alpha,\beta)}_{LSJ}(r).$$

В случае реакций двухнуклонной передачи спектроскопическая информация учитывается при вычислении двухнуклонных формфакторов, при этом $C_{LSJ}(\alpha,\beta) = 1$ в случае срыва

и

$C_{LSJ}(\alpha,\beta) = (-1)^{I_\beta - I_\alpha - J + S + S_\alpha + S_\beta}\, \hat{I}_\alpha \hat{I}_\beta^{-1}$ в случае подхвата.

Литература

1. Satchler G.R. Nucl.Phys., 1964, 55, 1.
2. Tamura T. Physics Reports, 1974, 14, 59.
3. Wiebicke H., Lukyanov V.K., Schulz H. ЭЧАЯ, 1972, 3, 993.
4. Lukyanov V.K. Phys.Lett., 1971, B34, 354.
5. Tamura T. Rev.Mod.Phys., 1965, 37, 679.
6. Iano P.J., Austern N. Phys.Rev., 1966, 151, 153.
7. Bang J. e.a. ЭЧАЯ, 1974, 5, 263.
8. Olsen D.K. e.a. Phys.Rev., 1973, C8, 609.

9. Glendenning N.K. Phys.Rev., 1965, B137, 102.
10. Bayman B.E., Kallio A. Phys.Rev., 1967, 156, 1121.
11. Лукьянов В.К., Семенов В.М., Цейпек Я. ЯФ, 1974, 19, 583.
12. Ascuitto R.J., Glendenning N.K. Phys.Rev., 1970, C2, 415.

Рукопись поступила в издательский отдел
14 июня 1977 года.