ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р4 - 10618

В.Л.Любошиц

О ДЛИТЕЛЬНОСТИ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ В УСЛОВИЯХ СИЛЬНОГО ПЕРЕКРЫВАНИЯ РЕЗОНАНСНЫХ УРОВНЕЙ

1977

P4 - 10618

В.Л.Любошиц

О ДЛИТЕЛЬНОСТИ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ В УСЛОВИЯХ СИЛЬНОГО ПЕРЕКРЫВАНИЯ РЕЗОНАНСНЫХ УРОВНЕЙ

Направлено в ЯФ

Любошиц В.Л.

Р4 - 10618

О длительности ядерных реакций в условиях сильного перекрывания резонансных уровней

Рассмотрен вопрос о времени задержки волновых пакетов при сильном перекрывании резонансных уровней. Показано, что в этом случае длительность столкновения существенно превышает время жизни отдельного уровня $\hbar/\Gamma$ и имеет величину порядка $2\pi\hbar/nD$, где n – число каналов, D – среднее расстояние между соседними уровнями. Обсуждается вероятностное распределение времени задержки при большой плотности уровней и отмечается двухстадийный характер процесса упругого рассеяния. Полученные результаты указывают на то, что в условиях сильного перекрывания резонансных уровней флюктуации эффективных сечений характеризуются интервалом корреляций nD , а не Γ, как это принимается в теории Эриксона.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

Luboshitz V.L.

P4 - 10618

On the Nuclear Reaction Duration under the Conditions of Strong Overlapping of the Resonance Levels

The problem is considered on the time delay of the wave packets at strong overlapping of the resonance levels. It is shown that in this case the collision duration exceeds essentially the life-time of a separate level $\hbar/\Gamma$ and its value is of the order of $2\pi\hbar/nD$, where n is the number of channels, D is the mean distance between the neighbouring levels. The probability distribution of the time delay at high level density is discussed, and the two-stage character of the elastic scattering process is pointed out. The results obtained in the paper indicate that under the strong overlapping of the resonance levels the effective cross section fluctuations are characterized by the correlation interval nD but not Γ, as it is accepted in the Ericson theory.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1977

Вопрос о времени задержки волновых пакетов в области взаимодействия неоднократно обсуждался в литературе с разных точек зрения [1-7]. В последние годы возрос интерес к теоретическим исследованиям в этом направлении в связи с возможностью определения времени жизни короткоживущих ядер на основе метода "теней" [8]. Понятие длительности столкновения играет также важную роль в теории тормозного излучения мягких γ-квантов и теории эриксоновских флюктуаций [9,10].

В наших предыдущих работах [9,10] было показано, что в условиях очень сильного перекрывания резонансных уровней время задержки при чисто упругом /одноканальном/ рассеянии определяется не шириной квазистационарных состояний Γ , а средним расстоянием между соседними уровнями D. В соответствии с этим в модели одноканального рассеяния флюктуации эффективных сечений характеризуются энергетическим интервалом корреляций D [9]. В настоящей работе мы рассмотрим некоторые следствия теории времени задержки в многоканальном случае. Будут получены общие соотношения для длительности ядерных реакций, непосредственно вытекающие из условия унитарности и полюсного представления многоканальной S-матрицы.

1. Основные формулы

Мы будем опираться на общие результаты теории времени задержки. При этом нас будет интересовать ситуация, когда пространственные размеры пакетов достаточно малы для того, чтобы момент столкновения можно было считать фиксированным. В этом случае неопределенность энергии пакета $\Delta E \gg \epsilon_o \sim \hbar/\tau_o$, где τ_o - характерная длительность реакции. Предположим также, что величина ΔE мала по сравнению с кинетической энергией частицы, так что дисперсией скорости можно пренебречь. Тогда из соотношений, полученных в работе Омура [5], вытекает, что среднее время задержки в двухчастичной реакции $i \to j$ описывается формулой

$$\tau_{ji} = \hbar \frac{\langle |f_{ji}(E,\theta_j)|^2 \frac{\partial}{\partial E} \operatorname{Arg} f_{ji}(E,\theta_j) \rangle_{E_o}}{\langle |f_{ji}(E,\theta_j)|^2 \rangle_{E_o}} . \qquad /1/$$

Здесь $f_{ji}(E,\theta_j)$ - амплитуда рассматриваемой реакции при энергии E в системе центра инерции и угле вылета вторичных частиц θ_j; символ $\langle \quad \rangle_{E_o}$ означает усреднение по энергетическому спектру волновых пакетов в окрестности средней энергии E_o:

$$\langle \{ \quad \} \rangle_{E_o} = \int \{ \quad \} \rho(E) dE , \qquad /2/$$

где $\rho(E)$ - спектральная плотность, нормированная на единицу $(\int \rho(E) dE = 1)$.

В работе [10] было найдено вероятностное распределение времени задержки. В рассматриваемых условиях оно имеет вид:

$$P_{ji}(\tau) = \frac{1}{2\pi\hbar} \operatorname{Re} \int \phi_{ji}(\epsilon,\theta_j) e^{-i\frac{\epsilon\tau}{\hbar}} d\epsilon , \qquad /3/$$

где

$$\phi_{ji}(\epsilon,\theta_j) = \frac{\langle f_{ji}(E,\theta_j) f^*_{ji}(E-\epsilon,\theta_j) \rangle_{E_o}}{\langle |f_{ji}(E,\theta_j)|^2 \rangle_{E_o}} . \qquad /4/$$

При этом, согласно /3/ и /4/,

$$\phi_{ji}(0) = \int P_{ji}(\tau) d\tau = 1 ,$$

$$\bar{\tau}_{ji} = \int \tau P_{ji}(\tau) d\tau = \hbar \operatorname{Im} \frac{\partial \phi_{ji}(\epsilon,\theta_j)}{\partial \epsilon} \Big|_{\epsilon = 0} . \qquad /5/$$

Как показывает анализ, при условии $\Delta E \gg \frac{\hbar}{\tau_o}$ основной вклад в интегралы /5/ дает область положительных значений τ, т.е. можно считать, что $P_{ji}(-|\tau|) \approx 0$ /этот вывод является следствием принципа причинности/. Заметим еще, что с точностью до величин порядка $\epsilon/\Delta E$ выполняется равенство $\phi_{ij}(\epsilon,\theta_j) = \phi^*_{ji}(-\epsilon,\theta_j)$. Корреляционная функция $\phi_{ji}(\epsilon,\theta_j)$ входит в формулу для эффективного сечения тормозного излучения мягких γ-квантов с энергией ϵ [10], а также играет существенную роль в теории эриксоновских флюктуаций [9].

Будем считать, что все рассматриваемые реакции являются двухчастичными, и определим среднюю длительность столкновения в канале i как

$$\bar{\tau}_i = \frac{\sum_j \int \overline{\tau_{ji}}(\theta_j) \langle |f_{ji}(E,\theta_j)|^2 \rangle_{E_o} d\Omega_j}{\sum_j \int \langle |f_{ji}(E,\theta_j)|^2 \rangle_{E_o} d\Omega_j} . \qquad /6/$$

С помощью элементов S-матрицы, отвечающих определенным значениям углового момента J, формулу /6/ можно переписать в виде

$$\bar{\tau}_i = \frac{1}{2}\hbar \frac{\sum_J (2J+1)(\langle Q^{(J)}_{ii}(E) \rangle_{E_o} - \operatorname{Im} \langle \frac{dS^{(J)}_{ii}(E)}{dE} \rangle_{E_o})}{\sum_J (2J+1)(1 - \operatorname{Re} \langle S^{(J)}_{ii}(E) \rangle_{E_o})} . \qquad /7/$$

Здесь $Q^{(J)}_{ii}(E)$ - диагональный элемент эрмитовской матрицы

$$\hat{Q}^{(J)}(E) = i\hat{S}^{(J)}(E)\left(\frac{d\hat{S}^{(J)}(E)}{dE}\right)^{+}, \qquad /8/$$

введенной в работе Смита /4/ ; матричные элементы $S_{ji}^{(J)}(E)$ удовлетворяют условию унитарности $\sum_j S_{ij}^{(J)} S_{kj}^{*(J)} = \delta_{ik}$.

В дальнейшем речь будет идти о взаимодействии частиц при определенных значениях углового момента. В силу ограниченности $S_{ii}^{(J)}(E)$ величиной $\mathrm{Im} \left\langle \frac{dS_{ii}^{(J)}(E)}{dE} \right\rangle_{E_o}$ в формуле /7/ при достаточно больших ΔE можно пренебречь, и тогда

$$\bar{\tau}_i = \frac{1}{2}\hbar \frac{\langle Q_{ii}(E)\rangle_{E_o}}{1 - \mathrm{Re}\langle S_{ii}(E)\rangle_{E_o}} \qquad /9/$$

/для краткости мы будем опускать индекс J /.

2. *Средняя длительность столкновения*

В случае изолированного резонанса амплитуды всех реакций имеют одинаковую энергетическую зависимость $f_{ji} \sim (E_o - E - i\frac{\Gamma}{2})^{-1}$, и вычисления по формулам /1-4/, как и следовало ожидать, приводят /при $\Delta E \gg \Gamma$ / к соотношениям

$$\tau_{ji} = \frac{\hbar}{\Gamma}, \qquad \phi_{ji} = \left(1 - i\frac{\epsilon}{\Gamma}\right)^{-1},$$

$$P_{ji}(\tau) = \begin{cases} \frac{\Gamma}{\hbar}\exp\left(-\frac{\Gamma\tau}{\hbar}\right), & \tau > 0, \\ 0, & \tau < 0. \end{cases} \qquad /10/$$

Подчеркнем, что независимость временного хода процесса от входного и выходного каналов характерна именно для одиночных резонансов.

В области перекрывающихся резонансов различным реакциям отвечают, вообще говоря, разные времена задержки. Для исследования длительности многоканальных реакций при большом числе перекрывающихся уровней воспользуемся представлением S-матрицы в виде произведения унитарных матриц, отвечающих отдельным резонансам и нерезонансному фону. Согласно работе /11/

$$\hat{S}(E) = \hat{U}\prod_{k=1}^{N}\left(1 + i\frac{\Gamma_k \hat{P}_k}{E_k - E - i\frac{\Gamma_k}{2}}\right)\hat{U}^{T}. \qquad /11/$$

Здесь $\hat{U}$ - унитарная матрица, не зависящая от энергии, $(\hat{U}^T)_{ji} = U_{ij}$, $\hat{U}\hat{U}^T$ - симметричная фоновая S-матрица, $\hat{P}_k$ - матрицы проектирования, которые, вообще говоря, не коммутируют друг с другом. По определению,

$$\hat{P}_k = \hat{P}_k^{+} = \hat{P}_k^{2}, \quad \mathrm{Spur}\,\hat{P}_k = 1.$$

Преимущество формулы /11/ по сравнению со стандартным полюсным разложением /см.,напр.,/12/ / заключается в автоматическом учете требования унитарности без привлечения дополнительных условий. Это особенно существенно, когда число резонансов велико. На основе /8/ и /11/ получаем следующее выражение для матрицы Смита:

$$\hat{Q}(E) = \sum_{k=1}^{N}\hat{\tilde{P}}_k \frac{\Gamma_k}{(E_k - E)^2 + \frac{\Gamma_k^2}{4}}, \qquad /12/$$

где

$$\hat{\tilde{P}}_k = \hat{U}\hat{s}_k\hat{P}_k\hat{s}_k^{+}\hat{U}^{+}, \quad \hat{s}_k = \prod_{m=1}^{k-1}\left(1 + i\frac{\Gamma_m\hat{P}_m}{E_m - E - i\frac{\Gamma_m}{2}}\right). \qquad /13/$$

С учетом унитарности L_{s_k} и $\hat{U}$ матрица $\hat{Q}(E)$ является положительно-определенной. Следовательно, для всех входных каналов $Q_{ii}(E) > 0$.

Поскольку $\mathrm{Spur}\,\hat{\tilde{P}}_k = \mathrm{Spur}\,\hat{P}_k = 1$, справедливо соотношение

$$\mathrm{Spur}\,\hat{Q}(E) = \sum_{k=1}^{N} \frac{\Gamma_k}{(E_k - E)^2 + \frac{\Gamma_k^2}{4}}, \qquad /14/$$

которое не зависит от постоянного фона, связанного с потенциальным рассеянием и прямыми реакциями.

Усредним теперь равенство /14/ по энергетическому спектру пакета с характерной шириной ΔE, удовлетворяющей условиям

$$\Delta E \gg \Gamma_k, \quad \Delta E \gg D, \qquad /15/$$

где D - среднее расстояние между соседними уровнями. Наложим еще одно /весьма существенное/ требование: интервал усреднения должен находиться внутри области, в которой расположены резонансы. Тогда в соответствии с /2/ имеем

$$\left\langle \sum_k \frac{\Gamma_k}{(E_k - E)^2 + \frac{\Gamma_k^2}{4}} \right\rangle_{E_o} = \int \rho(E) \left(\sum_k \frac{\Gamma_k}{(E_k - E)^2 + \frac{\Gamma_k^2}{4}} \right) dE \approx 2\pi \sum_k \rho(E_k).$$

По определению, $\sum_k \rho(E_k) = \frac{1}{D}$ и, следовательно,

$$\mathrm{Spur}\langle \hat{Q}(E) \rangle_{E_o} = 2\pi/D. \qquad /16/$$

С учетом /9/ и /16/ получаем правило сумм

$$\sum_i \bar{\tau}_i \left(1 - \mathrm{Re}\langle S_{ii} \rangle_{E_o}\right) = \frac{\pi\hbar}{D}, \qquad /17/$$

или, учитывая /6/,

$$\frac{1}{2} \sum_i \sum_j \bar{\tau}_{ji} \langle |S_{ji}(E) - \delta_{ji}|^2 \rangle_{E_o} = \frac{\pi\hbar}{D}. \qquad /18/$$

Ввиду положительности величин $\langle Q_{ii}(E) \rangle_{E_o}$ можно также написать:

$$\bar{\tau}_i = \frac{\pi\hbar}{D} p_i \left(1 - \mathrm{Re}\langle S_{ii}(E) \rangle_{E_o}\right)^{-1}, \qquad /19/$$

где $p_i > 0$, $\sum_i p_i = 1$. Соотношения /17/ - /19/ справедливы при любых значениях параметров Γ_k и D.

Как было показано в работах[13,14], при $\hat{U} = 1$ элементы усредненной S-матрицы /11/ удовлетворяют равенствам

$$\prod_i |\langle \tilde{S}_{ii}(E) \rangle_{E_o}| = \exp\left(-\pi \frac{\bar{\Gamma}}{D}\right), \quad \langle \tilde{S}_{ji} \rangle_{E_o} = 0 \quad (i \neq j), \qquad /20/$$

где $\bar{\Gamma}$ - средняя ширина резонансных уровней ($\bar{\Gamma} = D \sum_k \rho(E_k) \Gamma_k$). Представляет интерес случай очень сильного перекрывания уровней, когда выполняются условия

$$\bar{\Gamma} p_i / D \gg 1 \qquad /21/$$

и, следовательно, $\bar{\Gamma} \gg nD$, где n - число каналов. Тогда в соответствии с /20/ матрица $\langle \hat{S} \rangle_{E_o} = \hat{U} \langle \hat{\tilde{S}} \rangle_{E_o} \hat{U}^T \simeq 0$, и на основе /17-19/ получаем

$$\sum_{i=1}^{n} \bar{\tau}_i = \frac{\pi\hbar}{D}, \quad \frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{n} \bar{\tau}_{ii} + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \bar{\tau}_{ji} \langle |S_{ji}(E)|^2 \rangle_{E_o} \right) = \frac{\pi\hbar}{D},$$

$$\bar{\tau}_i = \frac{\pi\hbar}{D} p_i \gg \frac{\hbar}{\bar{\Gamma}}. \qquad /22/$$

В одноканальном случае при условии $\bar{\Gamma} \gg D$ из /22/ следует формула

$$\bar{\tau} = \pi\hbar/D, \qquad /23/$$

полученная ранее в работе[10]. Мы видим, что при очень большой плотности уровней длительность столкновения как в одноканальном, так и в многоканальном случае существенно превышает время жизни отдельного квазистационарного уровня. Этот вывод не зависит от моделей и является следствием унитарности S-матрицы*.

Предположим теперь, что, наоборот, для всех каналов $\Gamma^{(i)} = \bar{\Gamma} p_i \ll D$ /при этом может сохраняться условие $\Gamma \gg D$ для полной ширины/. Если считать, что все ширины одинаковы и к тому же отсутствует нерезонансный фон, то на основе /11/ и /12/ можно получить приближенное равенство

$$\mathrm{Re}S_{ii}(E) = 1 - \frac{Q_{ii}(E)\Gamma}{2}. \qquad /24/$$

С учетом /24/ формула /9/ дает $\bar{\tau}_i = \hbar/\Gamma$.

В принципе возможна ситуация, когда для некоторых каналов со слабой связью выполняются условия $\Gamma^{(i)} = \bar{\Gamma} p_i \ll D$, а для остальных каналов $\bar{\Gamma} p_j \gg D$. В этом случае реакции с относительно малым эффективным сечением, которым отвечают начальные или конечные состояния типа i, характеризуются длительностью $\sim\hbar/\Gamma$. Если же речь идет о переходах между каналами с сильной связью, времена задержки гораздо больше, чем $\hbar/\Gamma$. В частности, при столкновениях относительно быстрых /E~10 *МэВ*/ нуклонов с тяжелыми и средними ядрами длительность реакций с участием γ-квантов может оказаться малой по сравнению с длительностью нерадиационных процессов.

3. Двухстадийный характер развития временных процессов

Величины $\bar{\tau}_{ji}$ и $\bar{\tau}_i$ представляют собой усредненные временные характеристики. Детальное развитие реакций во времени описывается функциями корреляции $\phi_{ji}(\epsilon)$.

*Можно показать, что соотношения /22/ справедливы и при нарушении первого из условий /5/ /т.е. при $\Delta E \lesssim \Gamma_k$/, если только $\Delta E \gg D/p_i$ /т.е. $\Delta E \gg nD$/.

В работе /10/ было найдено явное выражение для функции корреляции $\phi(\epsilon)$ в случае чисто упругого /одноканального/ рассеяния. С учетом /4/, в предположении, что все резонансные уровни имеют один и тот же угловой момент, одноканальная функция корреляции определяется по формуле

$$\phi(\epsilon) = \frac{1 + \langle S(E)S^*(E-\epsilon)\rangle_{E_o} - 2\mathrm{Re}\langle S(E)\rangle_{E_o}}{2(1 - \mathrm{Re}\langle S(E)\rangle_{E_o})}. \qquad /25/$$

В работе /9/ было показано, что если все уровни имеют одну и ту же ширину Γ, а их энергии распределены по закону Пуассона, то

$$\langle S(E)S^*(E-\epsilon)\rangle_{E_o} = \langle \prod_k \left(1 + i\frac{\Gamma\epsilon}{(E_k - E - i\frac{\Gamma}{2})(E_k - E + \epsilon + i\frac{\Gamma}{2})}\right)\rangle_{E_o} =$$

$$= \exp\left(i\frac{2\pi}{D}\frac{\epsilon}{(1 - i\frac{\epsilon}{\Gamma})}\right), \qquad /26/$$

$$|\langle S(E)\rangle_{E_o}| = |\langle \prod_k \left(1 + i\frac{\Gamma}{E_k - E - i\frac{\Gamma}{2}}\right)\rangle_{E_o}| = \exp\left(-\pi\frac{\Gamma}{D}\right). \qquad /27/$$

Согласно /25/ - /27/, при $\Gamma/D \ll 1$ и отсутствии фона функция корреляции имеет вид $\phi(\epsilon) = (1 - i\frac{\epsilon}{\Gamma})^{-1}$, что соответствует экспоненциальному распределению времени задержки. Если же $\frac{\Gamma}{D} \gg 1$, то независимо от фазы потенциального рассеяния $\langle S(E)\rangle_{E_o} \approx 0$. В этом случае

$$\phi(\epsilon) = \frac{1}{2}[1 + \exp(\frac{2\pi}{D} i \frac{\epsilon}{1 - i\frac{\epsilon}{\Gamma}})]. \qquad /28/$$

При этом вероятностное распределение времени задержки имеет вид [10]

$$P(\tau) = \frac{1}{2}(\delta(\tau) + \tilde{P}(\tau)),$$

где

$$\tilde{P}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(\frac{2\pi i}{D} \frac{\epsilon}{1 - i\frac{\epsilon}{\Gamma}}) e^{-i\frac{\epsilon\tau}{\hbar}} d\epsilon . \qquad /29/$$

Среднее время задержки, вычисленное по формуле /5/, совпадает с /23/. Подчеркнем, что соотношения /26/ - /29/ справедливы для пакетов со спектральной шириной $\Delta E >> \Gamma$, D; при этом мы, как и прежде, считаем, что основная часть спектра пакета лежит внутри области, в которой сосредоточены резонансы.

Из /29/ следует, что в рассматриваемых условиях процесс чисто упругого резонансного рассеяния проходит в две стадии, разделенные сравнительно большим промежутком времени. В половине случаев рассеяние происходит мгновенно /точнее, за очень малый промежуток времени $\sim\hbar/\Delta E$ /, а в другой половине случаев - с большой временной задержкой, сосредоточенной в узкой области вблизи

$$\tau_o = \frac{2\pi\hbar}{D}.$$

Дисперсия времени задержки на второй, запаздывающей стадии, составляет

$$\overline{\tau^2} - \tau_o^2 = \int_o^{\infty} \tau^2 \tilde{P}(\tau) d\tau - (\frac{2\pi\hbar}{D})^2 = \frac{4\pi\hbar^2}{D\Gamma} \qquad /30/$$

и относительная флюктуация $\eta = \sqrt{\frac{D}{\pi\Gamma}}$. В работе [15] было показано, что вывод о существовании при очень большой плотности уровней двух коротких стадий резонансного одноканального рассеяния не связан с конкретными статистическими предположениями и имеет общий характер. Модельно-зависимым является только результат /30/ для дисперсии времени задержки. Согласно [15], при отступлении от закона Пуассона правая часть /30/ умножается на коэффициент γ, равный отношению дисперсии расстояния между соседними уровнями к величине D^2.

Некоторые черты описанного механизма сохраняются и при переходе к многоканальным реакциям. Как уже говорилось, в условиях сильного перекрывания уровней /см. /21// средние значения элементов S-матрицы

$$<S_{ji}(E)>_{E_o} \approx 0. \qquad /31/$$

В связи с этим средние эффективные сечения реакций /в единицах $(2J+1)\frac{\pi}{k_o^2}$ / и функции корреляции имеют структуру

$$\sigma_{ij} = \delta_{ji} + <|S_{ji}(E)|^2>_{E_o},$$

$$\phi_{ji} = \frac{1}{\sigma_{ji}}(\delta_{ji} + <S_{ji}(E)S^*_{ji}(E-\epsilon)>_{E_o}). \qquad /32/$$

Формулы /32/ соответствуют следующей картине. Как и в одноканальном случае, процесс упругого рассеяния можно разделить на мгновенное дифракционное рассеяние и флюктуационное рассеяние, связанное с распадом компаунд-системы *. Поскольку $\sum_j \sigma_{ij} = 2$, в любом входном канале i половина всех актов взаимодействия относится к мгновенному упругому рассеянию. Запаздывающая стадия включает флюктуационное упругое рас-

*Двухстадийность упругого рассеяния впервые обсуждалась в работе [16]. В этой работе, однако, рассматривался противоположный случай слабого перекрывания уровней ($\Gamma << D$), когда величины $<S_{ii}(E)>_{E_o}$ близки к единице /а не к нулю/.

сеяние, вероятность которого равна $\frac{1}{2}\langle|S_{ii}(E)|^2\rangle_{E_o}$, и все неупругие процессы, вероятности которых равны $\frac{1}{2}\langle|S_{ji}(E)|^2\rangle_{E_o}$. Из соотношений /22/ вытекает, что средняя длительность столкновения на второй стадии составляет $\bar{\tau}_i = \frac{2\pi\hbar}{D}p_i \gg \frac{\hbar}{\Gamma}$. Если ввести среднее время задержки для запаздывающего упругого рассеяния

$$\tilde{\tau}_{ii} = \frac{\bar{\tau}_{ii}(1+\langle|S_{ii}(E)|^2\rangle_{E_o})}{\langle|S_{ii}(E)|^2\rangle_{E_o}}, \qquad /33/$$

то второе из соотношений /22/ перепишется в виде

$$\sum_{i=1}^{n}\tilde{\tau}_{ii}\langle|S_{ii}(E)|^2\rangle_{E_o} + \sum_{j\neq j}^{n}\sum^{n}\bar{\tau}_{ji}\langle|S_{ji}(E)|^2\rangle_{E_o} = \frac{2\pi\hbar}{D}. \qquad /34/$$

Отсюда следует, что во всяком случае максимальная из величин $\tilde{\tau}_{ii}, \bar{\tau}_{ji}$ $(i,j=1,\dots,n)$ удовлетворяет неравенству

$$\max(\tau_{ji},\tilde{\tau}_{ii}) > \frac{2\pi\hbar}{nD} \gg \frac{\hbar}{\Gamma}. \qquad /35/$$

4. Модель равноправных каналов

Более определенные утверждения о временном ходе резонансных реакций можно сформулировать в рамках модели n равноправных входных каналов. Мы думаем, что при очень большом числе уровней предположение о равноправности каналов является разумным по крайней

мере в качественном плане. Равноправность каналов будем понимать в следующем смысле:

а/ все рассматриваемые матрицы после усреднения по энергии не зависят от выбора представления, т.е.

$$\langle A_{ji}(E)\rangle_{E_o} = a\delta_{ji}\,; \qquad /36/$$

б/ средние значения произведений любых ℓ элементов матрицы $\hat{A}(E)-\langle A(E)\rangle_{E_o}$, находящихся в разных столбцах и строках $(2\le \ell \le n)$, одинаковы; иными словами,

$$\langle\det\hat{A}(E)\rangle_{E_o} = \det\langle\hat{A}(E)\rangle_{E_o} = a^n. \qquad /37/$$

С учетом /36/ формулы /16/ и /20/ дают:

$$\langle Q_{ji}(E)\rangle_{E_o} = \frac{2\pi}{nD}\delta_{ji}, \quad |\langle S_{ii}(E)\rangle_{E_o}| = \exp(-\frac{\pi\bar{\Gamma}}{nD}).$$

Таким образом, параметры p_i в /19/ равны $\frac{1}{n}$, и в пределе $\Gamma \gg nD$ средние времена столкновения

$$\tau_i = \frac{\pi\hbar}{nD}.$$

Если же $\Gamma \ll nD$, то с учетом приближенной формулы /24/ во всех каналах $\tau_i = \hbar/\Gamma$.

Введем теперь матрицу $\hat{R}(E,\epsilon)=\hat{S}(E)\hat{S}^+(E-\epsilon)$. Исходя из /11/, легко доказать общее равенство:

$$\det\hat{R}(E,\epsilon) = \prod_k\left(1 + i\frac{\epsilon\Gamma_k}{(E_k-E-i\frac{\Gamma_k}{2})(E_k-E+\epsilon+i\frac{\Gamma_k}{2})}\right). \qquad /38/$$

Используя результат /26/ для одноканального случая и применяя формулы /36/ и /37/, получаем

$$\langle R_{ji}(E,\epsilon)\rangle_{E_o} = \delta_{ji}\,\Phi(\epsilon), \quad \Phi(\epsilon) = \exp(i\frac{2\pi\epsilon}{nD(1-i\frac{\epsilon}{\Gamma})}). \qquad /39/$$

Рассмотрим свойства функций корреляций ϕ_{ji} в предельных случаях $\Gamma \gg nD$ и $\Gamma \ll nD$. Если $\Gamma \gg nD$, то естественно допустить /разумеется, этого нельзя доказать/, что всем процессам на второй /запаздывающей/ стадии отвечает один и тот же закон распределения времени задержки. Тогда $\langle S_{ji}(E) S^*_{ji}(E-\epsilon)\rangle_{E_o} = \langle |S_{ji}(E)|^2\rangle_{E_o} \Phi(\epsilon)$ и при $i \neq j$

$$\phi_{ji}(\epsilon) = \exp\left(i \frac{2\pi\epsilon}{nD(1 - i\frac{\epsilon}{\Gamma})}\right). \qquad /40/$$

Для упругого рассеяния

$$\phi_{ii}(\epsilon) = \frac{1 + \langle |S_{ii}(E)|^2\rangle_{E_o}\Phi(\epsilon)}{1 + \langle |S_{ii}(E)|^2\rangle_{E_o}}. \qquad /41/$$

Согласно /40/ и /41/ распределение времени задержки для реакций и запаздывающего упругого рассеяния описывается формулой /29/ с заменой D на nD. При этом средние времена задержки $\tilde{\tau}_{ii} = \tau_{ji} = \frac{2\pi\hbar}{nD}$, а относительные флюктуации малы и составляют

$$\eta_\tau = \sqrt{\frac{\pi nD}{\Gamma}} \ll 1. \qquad /42/$$

Подчеркнем особую роль процесса упругого рассеяния, включающего, наряду с запаздывающей, дифракционную стадию.

В противоположном предельном случае $\Gamma \ll nD$ выделение дифракционной стадии упругого рассеяния теряет смысл /выше мы убедились в этом на примере одноканального рассеяния/. В соответствии с этим предположим, что как упругое рассеяние, так и реакции характеризуются единой функцией корреляции $\phi(\epsilon)$. Тогда мы должны написать

$$\langle T_{ij}(E) T^*_{ij}(E-\epsilon)\rangle_{E_o} = \phi(\epsilon)\langle |T_{ij}(E)|^2\rangle_{E_o}, \qquad \hat{T}(E) = \hat{S}(E) - 1.$$

Суммируя это равенство по индексу j и учитывая, что при $\Gamma \ll nD$

$$\langle R_{ii}(E,\epsilon)\rangle_{E_o} \approx 1 + i\frac{2\pi\epsilon}{nD(1 - i\frac{\epsilon}{\Gamma})},$$

$$\mathrm{Re}\langle S_{ii}(E)\rangle_{E_o} \approx 1 - \frac{\pi\Gamma}{nD},$$

мы приходим к экспоненциальному закону распределения времени задержки:

$$\phi(\epsilon) = \left(1 - i\frac{\epsilon}{\Gamma}\right)^{-1}, \quad P(\tau) = \frac{\Gamma}{\hbar} e^{-\frac{\Gamma\tau}{\hbar}}.$$

5. Эриксоновские флюктуации

Выводы настоящей работы имеют непосредственное отношение к теории эриксоновских флюктуаций. Согласно соотношению неопределенностей для энергии и времени интервал корреляций для флюктуаций эффективных сечений должен иметь величину порядка $\epsilon_o \sim \hbar/\tau_o$, где τ_o - характерная длительность процесса. При условии $\Gamma \gg nD$ величина $\tau_o \sim \frac{2\pi\hbar}{nD} \gg \frac{\hbar}{\Gamma}$, и поэтому следует ожидать, что $\epsilon_o \sim \frac{nD}{2\pi} \ll \Gamma$. К такому же заключению, исходя из других соображений, пришел недавно Хамер /17/. Некоторые указания на этот результат содержатся также в работе Мольдауэра /18/. В рамках одноканальной модели этот вопрос был подробно проанализирован в работе Подгорецкого и автора /9/: было показано, что при $\Gamma \gg D$ коэффициенты корреляции имеют нелоренцевскую форму, причем $\epsilon_o \sim D/2\pi$.

Указанные результаты не соответствуют статистической теории Эриксона /19/, согласно которой длина корреляций всегда равна полной ширине Γ. С нашей точки зрения последнее утверждение может быть справедливо только при условии $\Gamma \ll nD$. При $\Gamma > nD$ мы можем ожидать существенного отличия унитарной теории флюктуаций эффективных сечений от теории Эриксона. В частности, на основе формул предыдущего раздела нетрудно получить следующее выражение для коэффициента корреляции полных сечений в условиях сильного перекрывания уровней $(\frac{\Gamma}{nD} \gg 1)$:

$$R_i \equiv \frac{\langle\sigma_i(E)\sigma_i(E-\epsilon)\rangle_{E_o} - \langle\sigma_i(E)\rangle^2_{E_o}}{\langle\sigma_i^2(E)\rangle_{E_o} - \langle\sigma_i(E)\rangle^2_{E_o}} =$$

$$= \cos\left(\frac{2\pi\Gamma^2\epsilon}{nD(\Gamma^2+\epsilon^2)}\right)\exp\left(-\frac{2\pi\Gamma\epsilon^2}{nD(\Gamma^2+\epsilon^2)}\right). \qquad /43/$$

При n=1 формула /43/ совпадает с соответствующим выражением, полученным в /9/.

Автор выражает глубокую благодарность М.И.Подгорецкому за плодотворные обсуждения.

Литература

1. *Wigner E.P. Phys.Rev., 1955, 98, 145.*
2. *Goldberger M.L., Watson K.W. Phys.Rev., 1962, 127, 2284.*
3. *Fraissart M., Goldberger M.L., Watson K.M. Phys.Rev., 1963, 131, 2820.*
4. *Smith F.T. Phys.Rev., 1960, 118, 349.*
5. *Ohmura T. Suppl.Progr.Theoret.Phys., 1964, 29, 108.*
6. *Fong R. Phys.Rev., 1965, 140B, 762.*
7. *Boll D., Osborn T.A. Phys.Rev., 1976, 13D, 299.*
8. *Yazaki K., Yoshida S. Nucl.Phys., 1974, 232A, 249.*

9. *Любошиц В.Л., Подгорецкий М.И. ЯФ, 1976, 24, 214.*
10. *Копылов Г.И., Любошиц В.Л., Подгорецкий М.И. ОИЯИ, Р1-9688, Дубна, 1976.*
11. *Simonius M. Nucl.Phys., 1974, 218A, 53.*
12. *Weidenmuller H.A. Phys.Rev., 1974, 9C, 1202.*
13. *Simonius M. Phys.Lett., 1974, 52B, 279.*
14. *Moldauer P.A. Phys.Rev., 1969, 177, 1841.*
15. *Любошиц В.Л., Подгорецкий М.И. ОИЯИ, Р2-10138, Дубна, 1976.*
16. *Friedman F.L., Weiskopf V.P. Niels Bohr and the Development of Physics, London, 1955, p. 134.*
    /См. перевод Фридман Ф.Л., Вайскопф В.П. Нильс Бор и развитие физики, ИЛ, 1958/.
17. *Hamer C.J. Nucl.Phys., 1976, 105B, 153.*
18. *Moldauer P.A. Phys.Rev., 1975, 11C, 426.*
19. *Ericson T.E.O. Ann. of Phys., 1963, 23, 390; Ericson T.E.O., Mayer-Kuckuk T. Ann.Rev.Nucl. Sci., 1966, 16, 183.*

Рукопись поступила в издательский отдел
22 апреля 1977 года.