

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА



И-265

20/01-77

P4 - 10548

2326/2-77

В.К.Игнатович, Г.И.Терехов

СТАЦИОНАРНОЕ И НЕСТАЦИОНАРНОЕ  
ТЕЧЕНИЕ ГАЗА УЛЬТРАХОЛОДНЫХ НЕЙТРОНОВ  
ПО НЕЙТРОНОВОДАМ  
В ДИФФУЗИОННОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

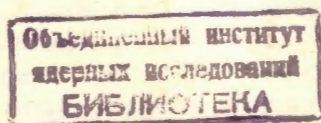
**1977**

P4 - 10548

В.К.Игнатович, Г.И.Терехов\*

СТАЦИОНАРНОЕ И НЕСТАЦИОНАРНОЕ  
ТЕЧЕНИЕ ГАЗА УЛЬТРАХОЛОДНЫХ НЕЙТРОНОВ  
ПО НЕЙТРОНОВОДАМ  
В ДИФФУЗИОННОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Направлено в "Nuclear Instruments and Methods"



---

\*Научно-исследовательский институт атомных реакторов /Димитровград, СССР/.

Игнатович В.К., Терехов Г.И.

P4 - 10548

Стационарное и нестационарное течение газа ультрахолодных нейтронов по нейтроноводам в диффузионном приближении

Рассмотрена стационарная и нестационарная диффузия ультрахолодных нейтронов (УХН) в нейтроноводе с учетом и без учета потерь УХН при соударении со стенкой, а также при различных условиях отражения нейтронов на концах нейтроновода.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

Ignatovich V.K., Terekhov G.I.

P4 - 10548

Stationary and Nonstationary Flow of the UCN Gas Along the Guide Tube in the Frame of the Diffusion Approximation

The present paper considers the cases of stationary and nonstationary diffusion of UCN in the guide tube with and without UCN losses per collisions with the walls and under different conditions of UCN reflection at the ends of the guide tube.

The investigation has been performed at the Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research, Dubna 1977

## 1. Введение

В настоящей работе делается попытка качественно описать результаты эксперимента<sup>/1/</sup> по пропусканию ультрахолодных нейтронов /УХН/ по нейтроноводам. Эксперимент состоял в следующем: нейтроновод длиной  $L$  был перегороден заслонкой на расстоянии  $L_1$  от источника УХН /конвертора/. В момент  $t=0$  заслонка открывалась, и на выходе нейтроновода определялась скорость счета в зависимости от времени. Измерения проводились в двух вариантах. В одном участок нейтроновода длиной  $L-L_1$  от заслонки до детектора представлял собой стеклянную трубу с хорошо отполированными стенками, на которые был напылен никель, в другом - этот участок представлял собою никелированную медную трубу, не отличающуюся от остальной части нейтроновода. Результаты оказались сильно зависящими от качества поверхности. В настоящей работе делается попытка описать эти результаты в рамках диффузионной модели с тем, чтобы выяснить возможность извлечения из подобного рода экспериментов таких параметров, как вероятность диффузного отражения и коэффициент потерь при однократном отражении нейтрона от стенки.

Применение диффузионной модели к стационарному случаю транспортировки УХН было описано в работах<sup>/2,3,4/</sup>. В последней проводились расчеты методом Монте-Карло и рассматривалось пропускание нейтронов в зависимости от характера отражения УХН от стенок. Численные расчеты методом Монте-Карло были проведены также в работах<sup>/5,6/</sup>, экспериментальные измерения коэффициентов диффузии - в<sup>/3,7/</sup>.

В пункте 2 настоящей работы рассматривается стационарная диффузия УХН при различных условиях отражения на концах нейтроновода, а также с учетом и без учета потерь нейтронов при соударении со стенками. В пункте 3 решается нестационарная задача, соответствующая эксперименту<sup>/1/</sup>, причем решение дается в двух вариантах: с учетом и без учета потерь УХН в стенках. Сравнение теории с экспериментом свидетельствует о том, что диффузионная модель может с успехом применяться для изучения транспортировки УХН и для извлечения из экспериментов таких параметров, как вероятность диффузного отражения<sup>/8/</sup> и вероятность потерь при соответствующей постановке эксперимента.

## 2. Стационарная диффузия УХН по нейтроноводу

### а/ Диффузия при отсутствии потерь и отражений на концах нейтроновода

Распространение нейтронов характеризуется потоком, который в диффузионном приближении записывается в виде

$$J(z) = -D \frac{dn(z)}{dz}, \quad /1a/$$

где  $D$  - коэффициент диффузии,  $z$  - расстояние вдоль оси нейтроновода от конвертора,  $n(z)$  - плотность нейтронов в точке  $z$ . При отсутствии потерь в стенках  $n(z)$  подчиняется уравнению

$$\frac{d^2 n(z)}{dz^2} = 0. \quad /2a/$$

Для решения этого уравнения необходимо задать граничные условия. Если предположить, что нейтроны, вылетающие из нейтроновода, обратно в нейтроновод не возвращаются, то граничные условия можно записать в виде

$$J_+(0) = \frac{n(0)v}{4} - \frac{1}{2} D \frac{dn(z)}{dz} \Big|_{z=0} = J_0, \quad /3a/$$

$$J_-(L) = \frac{n(L)v}{4} + \frac{1}{2} D \frac{dn(z)}{dz} \Big|_{z=L} = 0,$$

где  $J_0$  - поток из источника УХН,  $v$  - скорость нейтронов,  $L$  - длина нейтроновода, а  $J_{\pm}(z)$  - полные потоки, идущие от конвертора и в обратную сторону соответственно. Эти потоки состоят из двух частей, одна отвечает изотропной составляющей, а другая - направленной. Для дальнейшего удобно перейти к безразмерным величинам:

$$l = \frac{L}{2r}, \quad y = \frac{z}{L}, \quad c = \frac{2D}{Lv}, \quad f(y) = \frac{n(z)v}{4J_0}, \quad j = \frac{J(z)}{J_0},$$

где  $r$  - радиус нейтроновода, предполагаемого цилиндрическим. В этих обозначениях уравнения /1a/-/3a/ запишутся следующим образом:

$$j(y) = -2c \frac{df(y)}{dy}, \quad /1/$$

$$\frac{d^2 f(y)}{dy^2} = 0, \quad /2/$$

$$f(0) - c \frac{df(y)}{dy} \Big|_{y=0} = 1, \quad f(1) + c \frac{df(y)}{dy} \Big|_{y=1} = 0. \quad /3/$$

Цель решения диффузионной задачи состоит в том, чтобы определить коэффициент пропускания нейтроновода  $W = j(1)$ , который равен отношению потока  $J(L)$  на выходе нейтроновода к потоку  $J_0$  на его входе.

Решая уравнение /2/ с учетом граничных условий /3/, получаем:

$$f(y) = a - by, \quad /4/$$

или

$$f(y) = \frac{1+c}{1+2c} - \frac{y}{1+2c}. \quad /5/$$

Отсюда согласно /1/ находится коэффициент пропускания:

$$W = \frac{2c}{1+2c} = \frac{1}{1+al} \quad (a = 1/2c \ell = \frac{rv}{2D}). \quad /6/$$

Учитывая связь коэффициента диффузии с длиной пробега между диффузными отражениями от стенок и соответственно с вероятностью диффузного отражения  $g$ , получаем:

$$D = \frac{1}{3} \lambda v, \quad \lambda = \frac{2r}{\kappa}, \quad \kappa = \frac{g}{2-g}, \quad a = \frac{2rv}{4D} = \frac{3\kappa}{4}. \quad /7/$$

б/ Диффузия без потерь в стенках, но с отражениями на концах нейтроновода

Допустим, что от конвертора нейтроны отражаются с вероятностью  $\xi$ , а от детектора - с вероятностью  $\zeta$ . Тогда граничные условия примут вид:

$$f(0) - c \frac{df(y)}{dy} \Big|_{y=0} = \xi (f(0) + c \frac{df(y)}{dy} \Big|_{y=0}) + 1, \quad /8/$$

$$f(1) + c \frac{df(y)}{dy} \Big|_{y=0} = \zeta (f(1) - c \frac{df(y)}{dy} \Big|_{y=1}).$$

Решение /2/, /8/ дает

$$f(y) = \frac{1}{1-\xi} \left[ \frac{1+c(1+2q)-y}{1+2c+2c(p+q)} \right], \quad /9/$$

$$W = \frac{1}{1-\xi} \cdot \frac{1}{1+al+p+q},$$

$$p = \frac{\zeta}{1-\zeta}, \quad q = \frac{\xi}{1-\xi}. \quad /10/$$

Величины  $q$  и  $p$  характеризуют сопротивление на входе и выходе нейтроновода соответственно. Если обозначить максимальное пропускание при  $\zeta = 0$  через  $W_m$ , то /9/ можно представить в виде

$$W = \frac{W_m}{1+pW_m(1-\xi)}. \quad /11/$$

Из этого выражения следует, что при малых  $W_m$  пропускание  $W$  не зависит от  $\zeta$  вплоть до  $\zeta \approx 1 - W_m$ .

Выражение /11/, в частности, проясняет принцип работы интегрального спектрометра /9/, а именно, при подъеме колена спектрометра образуется отражающий потенциал. Однако при большом сопротивлении нейтроновода и самого колена этот потенциал затрудняет прохождение нейтронов только с энергией меньше  $mgH$ , где  $H$  - высота подъема колена, ибо только для этих нейтронов  $\zeta = 1$ . Для нейтронов с большей энергией  $\zeta < 1$ , и чем меньше величина  $W_m(1-\xi)$ , тем при меньших  $\lambda \zeta = 1 - \zeta$  достигается значение  $W \approx W_m$ .

в/ Диффузия с потерями в стенках, но без отражений на концах нейтроновода

Если при каждом соударении со стенкой нейтрон с вероятностью  $\mu$  выбывает из игры, то его время жизни в нейтроноводе конечно и равно:

$$T = \frac{\lambda_1}{\mu v}, \quad /12/$$

где  $\lambda_1$  - средняя длина пробега между двумя последовательными соударениями со стенками /в цилиндрическом нейтроноводе  $\lambda_1 = 2r$ /. При наличии потерь уравнение для  $f(y)$  видоизменяется:

$$\frac{d^2 f(y)}{dy^2} = \gamma^2 f(y), \quad /13/$$

где

$$\gamma^2 = \frac{t_0}{T} = \frac{l^2}{l_0^2}, \quad t_0 = \frac{L^2}{D}, \quad l_0 = \frac{\sqrt{DT}}{2r}, \quad /14/$$

$l_0$  - приведенная диффузионная длина. Решение /13/ с граничными условиями /3/ равно:

$$f(y) = \frac{\text{sh} \gamma(1-y) + c\gamma \text{ch} \gamma(1-y)}{2c\gamma \text{ch} \gamma + (1+c^2\gamma^2)\text{sh} \gamma} \quad /15/$$

Отсюда находится коэффициент пропускания и его асимптотическое значение при  $\gamma \gg 1$

$$W = c \frac{e^{-l/l_0}}{1 + \alpha l_0 + 1/4 \alpha l_0} \quad /16/$$

При  $\gamma \ll 1$  выражение для коэффициента пропускания  $W$  совпадает с /6/.

г/ Диффузия УХН с учетом потерь и отражений от концов нейтронотода

Решение уравнения /13/ с граничными условиями /8/ равно:

$$f(y) = \frac{\text{sh} \gamma(1-y) + c\gamma(1+2q) \text{ch} \gamma(1-y)}{(1-\xi)[2c\gamma(1+p+q) \text{ch} \gamma + (1+c^2\gamma^2(1+2p)(1+2q)) \text{sh} \gamma]} \quad /17/$$

Отсюда находится коэффициент пропускания и его асимптотика при  $\gamma \gg 1$ :

$$W = \frac{2c\gamma}{(1-\xi)[2c\gamma(1+p+q) \text{ch} \gamma + (1+c^2\gamma^2(1+2p)(1+2q)) \text{sh} \gamma]} \approx \frac{4e^{-l/l_0} c_0}{(1-\xi)[1+2c_0^2(1+p+q) + c_0^2 q' p']} \quad /18/$$

$$c_0 = c\gamma = 1/2 \alpha l_0,$$

$$q' = 1+2q, \quad p' = 1+2p.$$

При  $\gamma \ll 1$  асимптотическое значение  $W$  совпадает с /9/. Если предэкспоненциальный множитель в асимптотическом значении /18/ обозначить при  $p=0$  через  $W_m$ , то выражение /18/ при  $\gamma \gg 1$  можно представить в виде

$$W = \frac{e^{-l/l_0} W_m}{1 + (1-\xi) W_m p(1+c_0 q')/2} \quad /19/$$

и мы опять замечаем, что при малых  $W_m$  пропускание  $W$  не зависит от  $\xi$  вплоть до  $\xi \approx 1 - W_m$ . Отметим, что замечание в конце пункта б/ остается в силе и в случае учета потерь.

### 3. Нестационарная диффузия УХН

а/ Диффузия без учета потерь в стенках нейтронотода

В нестационарном случае уравнение диффузии принимает вид

$$\frac{\partial f(y,r)}{\partial r} = \frac{\partial^2 f(y,r)}{\partial y^2}, \quad r = \frac{t}{t_0} = \frac{t D}{L^2} \quad /20/$$

Для решения этого уравнения уже недостаточно граничных условий, которые мы будем принимать в виде /3/, нужно еще начальное условие. При отсутствии потерь начальное условие, соответствующее задаче, описанной во введении, равно

$$f(y,0) = \begin{cases} 1, & 0 < y < y_1, \\ 0, & y_1 < y < 1, \end{cases} \quad y_1 = \frac{L_1}{L}. \quad /21/$$

Решение ищем в виде

$$f(y,\tau) = f_0(y) + \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\lambda_n^2 \tau} a_n(y_1) f_n(y), \quad /22/$$

где  $f_0(y)$  - решение стационарной задачи, совпадающее с /5/,  $f_n(y)$  - собственные функции краевой задачи:

$$\frac{d^2 f_n(y)}{dy^2} + \lambda_n^2 f_n(y) = 0,$$

$$f_n(0) - c \frac{df_n(y)}{dy} \Big|_{y=0} = 0,$$

$$f_n(1) - c \frac{df_n(y)}{dy} \Big|_{y=1} = 0, \quad /23/$$

равные

$$f_n(y) = \sin(\lambda_n y) + c \lambda_n \cos(\lambda_n y), \quad /24/$$

с собственными значениями  $\lambda_n$ , определяемыми согласно /23/ из трансцендентного уравнения

$$\operatorname{tg} \lambda_n = \frac{2c\lambda_n}{c^2\lambda_n^2 - 1}. \quad /25/$$

Норма функций /24/ равна  $N = \int_0^1 f_n^2(y) dy = (1 + 2c + c^2\lambda_n^2)/2$ .

Коэффициенты  $a_n(y_1)$  в /22/ являются коэффициентами разложения  $f(y,0) - f_0(y)$  по собственным функциям /24/:

$$a_n(y_1) = \frac{2(c\lambda_n \sin(\lambda_n y_1) - \cos(\lambda_n y_1))}{\lambda_n(1 + 2c + c^2\lambda_n^2)}. \quad /26/$$

Искомой величиной является приведенный поток на конце нейтроновода:

$$Q(\tau) = \frac{W(\tau)}{W(\infty)} = 1 - (1 + 2c) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n(y_1) \lambda_n e^{-\lambda_n^2 \tau}, \quad /27/$$

где  $W(\infty)$  - пропускание нейтроновода в стационарном случае /6/.

Приведенному потоку  $Q(\tau)$  свойственны все особенности, наблюдаемые в эксперименте /1/, но характерный максимум имеет место всегда при  $y_1 \geq 0,58$  /10/. Однако на эксперименте при  $y_1 \sim 0,85$  максимума не видно. Это указывает, что потери при соударениях со стенками играют существенную роль.

#### 6/ Диффузия с учетом потерь в стенках нейтроновода

Уравнение нестационарной диффузии с учетом потерь имеет вид

$$\frac{\partial f(y,\tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 f(y,\tau)}{\partial y^2} - \gamma^2 f(y,\tau). \quad /28/$$

Начальное условие находится из следующей граничной задачи:

$$\frac{d^2 f(y,0)}{dy^2} = \gamma^2 f(y,0),$$

$$f(0,0) - c \frac{df(y,0)}{dy} \Big|_{y=0} = 1, \quad /29/$$

$$\frac{df(y,0)}{dy} \Big|_{y=y_1} = 0.$$

Решение ее есть

$$f(y, 0) = \frac{\operatorname{ch} \gamma(y_1 - y)}{\operatorname{ch} \gamma y_1 + c \gamma \operatorname{sh} \gamma y_1} \quad (0 < y < y_1). \quad /30/$$

Решение уравнения /28/ с граничными условиями /3/ и начальным условием /30/ равно:

$$f(y, \tau) = f_0(y) + e^{-\gamma^2 \tau} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\lambda_n^2 \tau} b_n(y_1) f_n(y), \quad /31/$$

где функция  $f_0(y)$  совпадает с /15/,  $f_n(y)$  и собственные значения  $\lambda_n$  - такие же, как и в пункте а/, коэффициенты же  $b_n(y_1)$  отличаются:

$$b_n(y_1) = a_n(y_1) \frac{\lambda_n^2}{(\lambda_n^2 + \gamma^2)(\operatorname{ch} \gamma y_1 + c \gamma \operatorname{sh} \gamma y_1)}. \quad /32/$$

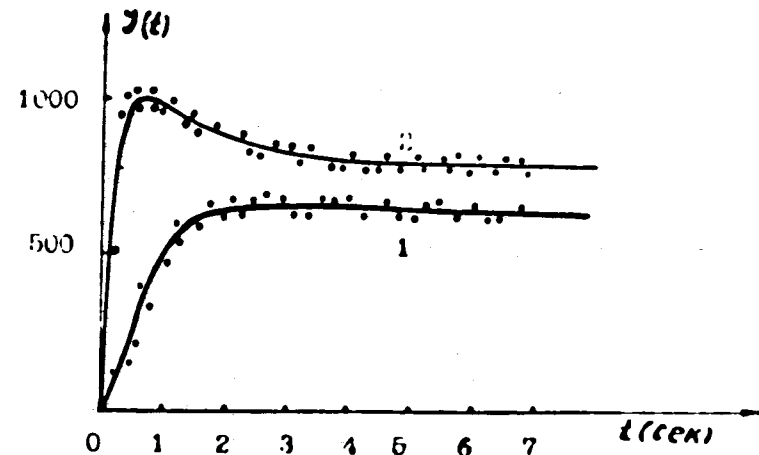
Решение /31/ позволяет найти приведенный поток на конце нейтроновода:

$$Q(\tau) = 1 - e^{-\gamma^2 \tau} [2c\gamma \operatorname{ch} \gamma + (1+c^2\gamma^2) \operatorname{sh} \gamma] \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n b_n(y_1) \frac{\lambda_n}{\gamma} e^{-\lambda_n^2 \tau}. \quad /33/$$

При  $\gamma \ll 1$  он совпадает с прежним значением /27/, а при  $\gamma \gg 1$

$$Q(\tau) = 1 - e^{-\gamma^2 \tau} e^{\gamma(1-y_1)} \frac{2c\gamma + 1 + c^2\gamma^2}{(1+c\gamma)\gamma} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n(y_1) \times \\ \times \frac{\lambda_n^3}{\gamma^2 + \lambda_n^2} e^{-\lambda_n^2 \tau}.$$

Изложенная теория содержит три параметра,  $\gamma$ ,  $c$  и  $t_0$ , которые выражаются через характерную скорость  $v$ , вероятность диффузного отражения  $g$  и вероятность потерь  $\mu$  при одном соударении со стенкой. Для того, чтобы определить эти параметры из эксперимента, необходимо провести измерения с однородным нейтроноводом, меняя либо полную длину, либо положение заслонки. В работе /1/ нейтроновод составлялся из разнородных кусков, поэтому сопоставление теории с эксперимен-



Зависимость дифференциального потока УХН от времени. 1 - никелированная медная труба, 2 - стеклянная труба. Точками обозначены экспериментальные значения дифференциального потока УХН, полученные в работе /1/. При сопоставлении теории с экспериментом кинематическое время задержки исключалось.

тальными данными для определения параметров не представляется целесообразным. Тем не менее сопоставление, хотя бы качественное, полезно, т.к. оно может показать, насколько хорошо теоретические кривые могут описывать экспериментальные точки. Такое сопоставление проведено на рис. 1. Видно, что теоретическая кривая может идеально описывать экспериментальные данные /1/. Кривая 1 отвечает медному никелированному отрезку с  $L-L_1 = 110 \text{ мм} / L = 7,6$  и параметрам  $\gamma = 6$ ,  $c = 8c_D$ , где  $c_D = 5 \cdot 10^{-3}$  соответствует чисто диффузному отражению от стенок ( $g=1$ ), а кривая 2 - стеклянному отрезку, который ввиду большей зеркальности заменен при расчетах эквивалентным медным отрезком втрое меньшей длины. Параметры в этом случае равны:  $c = 8c_D$ ,  $\gamma = 5,85$ . скорость  $v$  в обоих случаях полагалась равной 3 м/с.

При сопоставлении с экспериментом исключалось время задержки, равное времени пролета первых частиц



от заслонки до детектора. Параметрам  $\sigma$  и  $\gamma$ , определенным из сопоставления с экспериментом, соответствуют  $g \approx 0,22$  и  $\mu \approx 10^{-2}$ . Последнее значительно превосходит коэффициент потерь  $\mu \approx 4 \cdot 10^{-4}$ , определенный из экспериментов по удержанию УХН <sup>/11/</sup>.

Авторы благодарны В.И.Луцикову, В.И.Морозову и А.В.Стрелкову за интерес к работе и полезные обсуждения.

*Примечание при корректуре.* К моменту окончания этой работы библиография, относящаяся к проблемам транспортировки УХН, расширилась, поэтому авторы считают полезным дополнить приведенный здесь список литературы. Работа <sup>/12/</sup> посвящена объяснению формирования углового распределения нейтронов на выходе нейтронновода, работа <sup>/13/</sup> - расчетам методом Монте-Карло распространения УХН в изогнутом нейтронноводе при чисто зеркальном отражении от стенок, а работа <sup>/14/</sup> - фокусировке УХН конусом.

#### Литература

1. Лобашов В.М., Порсев Г.Д., Серебров А.П. ЯФ, 1974, 19, с.300.
2. Луциков В.И. и др. ОИЯИ, РЗ-4127, Дубна, 1968; Письма в ЖЭТФ, 1969, 9, с.40.
3. Грошев Л.В. и др. ОИЯИ, РЗ-5392, Дубна, 1970.
4. Bercanu I., Ignatovich V.K. Vacuum, 1973, 23, p.441.
5. Brown M., Golub R., Pendlebury I.M. Vacuum, 1975, 25, No. 2.
6. Winfeld D.W., Robson J. Can.J.Phys., 1975, 51, p.667.
7. Taylor D. Phys. Lett., 1972, 28B, p.345.
8. Игнатович В.К. Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1975, XVIII, с.1551.
9. Игнатович В.К., Терехов Г.И. ОИЯИ, Р4-9567, Дубна, 1976.

10. Терехов Г.И., Виноградов Б.Н. Нейтронная физика, ч. II, с. 178, Материалы III конференции по нейтронной физике, Киев, 1975. ЦНИИатоминформ, М., 1976.
11. Шапиро Ф.Л. ОИЯИ, РЗ-7135, Дубна, 1973.
12. Франк И.М. ОИЯИ, РЗ-9846, Дубна, 1976.
13. Maysenholder W. Nucl.Instr. and Meth., 1976, 137, p.291.
14. Robson J.M. Phys.Lett., 1976, 65B, p.225.

Рукопись поступила в издательский отдел  
31 марта 1977 года.