

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА



30/1-77  
P4 - 10508

M-14

2005/2-77

Ф.Р.Май, И.Н.Михайлов, Р.Г.Назмитдинов, Д.Янссен

НЕАКСИАЛЬНАЯ ДЕФОРМИРУЕМОСТЬ  
ВРАЩАЮЩИХСЯ АТОМНЫХ ЯДЕР  
В ДВУХФАЗНОЙ МОДЕЛИ

**1977**

P4 - 10508

Ф.Р.Май, И.Н.Михайлов, Р.Г.Назмитдинов, Д.Янссен

НЕАКСИАЛЬНАЯ ДЕФОРМИРУЕМОСТЬ  
ВРАЩАЮЩИХСЯ АТОМНЫХ ЯДЕР  
В ДВУХФАЗНОЙ МОДЕЛИ

*Направлено в ЯФ*

Май Ф.Р., Михайлов И.Н., Назмитдинов Р.Г., Янссен Д. P4 - 10508

Неаксиальная деформируемость вращающихся атомных ядер  
в двухфазной модели

На основе метода генераторной координаты сформулирована модель, в которой ядро представляется как трехосный ротатор, имеющий нормальную и сверхпроводящую фазы, связанные между собой. Рассчитан вариант модели с феноменологически выбранными параметрами для  $^{156}\text{Er}$  и  $^{166}\text{Er}$ . Выявлено появление большой неаксиальной деформации в переходном ядре  $^{156}\text{Er}$  в состояниях с угловым моментом  $0 < I < I_{\text{кр}}$ , где  $I_{\text{кр}}$  - угловой момент, при котором исчезает сверхпроводящая фаза. Прослежены эффекты, возникающие вследствие различия импульсного распределения нуклонов в двух фазах.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

May F.R., Mikhailov I.N.,  
Nazmitdinov R.G., Janssen D.

P4 - 10508

Nonaxial Deformation of Rotating Atomic Nuclei  
in the Two-Phase Model

Using the generator coordinate method the model is formulated in which the nucleus is treated as the triaxial rotator having coupled normal and superconductive phases. The calculations of the spectra in  $^{156}\text{Er}$  and  $^{166}\text{Er}$  were carried out fitting the inertia parameters and the coupling strength. It is shown that the transition nucleus  $^{156}\text{Er}$  becomes triaxial in the states with the angular momentum  $0 < I < I_{\text{cr}}$ ,  $I_{\text{cr}}$  being the critical for pairing angular momentum. The effects arising from the different momentum distribution in the two phases are considered.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1977

## §1. Введение

Большинство теоретических исследований ротационных свойств атомных ядер при не очень больших угловых моментах  $I$  выполнено в предположении об аксиальной симметрии среднего поля. Основным аргументом в пользу такого предположения обычно является то, что расчеты энергии деформации для основного состояния дают минимум при  $\gamma = 0^\circ$  или  $60^\circ$ . Когда же все-таки существует минимум энергии деформации при  $0^\circ < \gamma < 60^\circ$ , он не настолько глубок, чтобы считать ядро уже в основном состоянии неаксиальным (см., например, /1/).

С другой стороны, мы знаем, что спектры некоторых нечетных переходных ядер можно хорошо описать, предполагая, что остов ядра является жестким трехосным ротатором /2/.

Одной из причин, вызывающих неаксиальность, нам кажется, является то, что моменты инерции для переходных ядер малы по сравнению с моментами инерции для хорошо деформированных ядер и с увеличением углового момента в переходных ядрах сильно возрастает вклад кинетической энергии. Зависимость моментов инерции от параметра неаксиальности  $\gamma$  может при этом привести к предпочтительности трехосной формы.

Неадиабатические коррекции к правилам ветвления E2-переходов между основной и  $\gamma$ -вибрационной полосой /3/ дают основания предполагать, что при угловом моменте  $I \sim 20-30 \hbar$  угол неаксиальности  $\gamma$  приближается к  $\pi/6$  в ядрах, расположенных в середине области стабильной деформации. По-видимому, появление неаксиальности должно проявиться уже при существенно меньших значениях углового момента для переходных ядер. Вопрос о неаксиальной деформации, вызываемой вращением, осложняется тем, что при угловых моментах в указанном выше диапазоне статическое спаривание исчезает и вместе с этим качественно меняется зависимость инерционных свойств ядер от  $\beta$  и  $\gamma$ . Это обстоятельство делает неприменимым изучение неаксиальной деформируемости ядер в рамках гидродинамического предела коллективной модели /4/.

В расчетах, где в качестве волновой функции использовалась суперпозиция состояний БКШ с разными щелями /5/ (метод генераторных координат), получен следующий результат: кроме известного решения с конечной щелью, еще существует решение, где щель равна нулю (мы назвали его "твердотельным"), и в какой-то области энергий оба решения существуют одновременно. Поэтому можно ожидать, что в области угловых моментов, близких к тем, при которых полностью пропадает спаривание, существенными становятся флуктуации щели.

Расчеты формы вращающихся ядер по методу генераторных координат в отсутствие аксиальной симметрии чрезвычайно сложны. Однако качественные выводы и предварительные количественные оценки того, к чему подобные расчеты могут привести, можно получить, исследуя изменение параметров деформации при увеличении углового момента в модели, представляющей собой приближение к методу генераторных координат.

## §2. Формулировка модели

2.1. Двухфазная модель как приближение к методу генераторных координат

В методе генераторных координат волновая функция со спином  $I$  записывается следующим образом:

$$\Psi_{IM} = \sum_{iK} c_{iK}^I P_{MK}^I |\Delta_i\rangle, \quad (1)$$

где  $|\Delta_i\rangle$  - функция БКШ (не обязательно с аксиальной симметрией) с параметром щели  $\Delta_i$  и оператор  $P_{MK}^I$  определен формулой

$$P_{MK}^I = \frac{2I+1}{8\pi^2} \int d\Omega \Phi_{MK}^{I*}(\Omega) R(\Omega), \quad (2)$$

где  $R(\Omega) = e^{i\alpha J_z} e^{i\beta J_y} e^{i\gamma J_z}$  - оператор поворота с углами Эйлера  $\Omega = (\alpha, \beta, \gamma)$ .

Введем обычные в теории проектирования определения:

$$h_{iK, i'K'}^I \equiv \langle \Delta_i | H P_{KK'}^I | \Delta_{i'} \rangle = \frac{2I+1}{8\pi^2} \int d\Omega \Phi_{KK'}^{I*}(\Omega) h_{ii'}(\Omega), \quad (3a)$$

$$n_{iK, i'K'}^I \equiv \langle \Delta_i | P_{KK'}^I | \Delta_{i'} \rangle = \frac{2I+1}{8\pi^2} \int d\Omega \Phi_{KK'}^{I*}(\Omega) n_{ii'}(\Omega), \quad (3b)$$

$$[(\lambda^I)^2]_{iK, i'K'} \equiv n_{iK, i'K'}^I. \quad (3c)$$

Действуя стандартными методами, определим новые амплитуды

$$f_{iK}^I = \lambda_{iK, i'K'}^I c_{i'K'}^I \quad (4)$$

и матрицу энергии

$$\mathcal{H}_{iK, i'K'}^I = (\lambda^{-1} h \lambda^{-1})_{iK, i'K'}^I. \quad (5)$$

Собственные энергии системы определяются решением уравнения

$$\det |\mathcal{H}_{ik, i'k'}^I - E_I \delta_{ii'} \delta_{kk'}| = 0. \quad (6)$$

Воспользуемся представлением для  $h_{ii'}(\Omega)$ , предложенным Кам-ла /6/:

$$h_{ii'}(\Omega) \equiv \langle i | H R(\Omega) | i' \rangle = \left\{ V_{ii'} + \sum_{\nu=1}^3 \mathcal{H}_{ii'}^{(\nu)} \mathcal{L}_\nu^2 + \dots \right\} n_{ii}(\Omega), \quad (7)$$

где  $\mathcal{L}_\nu$  - дифференциальные операторы со свойствами угловых моментов, действующие на углы Эйлера и  $n_{ii}(\Omega) \equiv \langle i | R(\Omega) | i \rangle$ . В формуле (7) нами пропущены линейные по  $\mathcal{L}_\nu$  члены, т.к. симметрия функций  $|i\rangle$ , используемых нами, такова, что

$$e^{i\pi J_m} |i\rangle = |i\rangle, \quad m = 1, 2, 3; \quad \langle J_m \rangle = 0. \quad (8)$$

При этом в (7) линейные по  $\mathcal{L}_\nu$  члены тождественно равны нулю. Членами более высокого порядка по степеням  $\mathcal{L}_\nu$  мы пренебрегаем.

Для нахождения величин  $V_{ii'}$ ,  $\mathcal{H}_{ii'}^{(\nu)}$  можно, в принципе, использовать формулы

$$\langle i | H | i' \rangle = \left\{ V_{ii'} + \sum_{\nu=1}^3 \mathcal{H}_{ii'}^{(\nu)} \mathcal{L}_\nu^2 \right\} \frac{n_{ii}(\Omega) + n_{i'i'}(\Omega)}{2} \Big|_{\Omega=0}, \quad (9a)$$

$$\langle i | H J_\nu^2 | i' \rangle = V_{ii'} \left[ \mathcal{L}_\nu^2 \frac{n_{ii}(\Omega) + n_{i'i'}(\Omega)}{2} \right]_{\Omega=0} + \quad (9b)$$

$$+ \left[ \mathcal{L}_\nu^2 \sum_{\nu'=1}^3 \mathcal{H}_{ii'}^{(\nu')} \mathcal{L}_{\nu'}^2 \frac{n_{ii}(\Omega) + n_{i'i'}(\Omega)}{2} \right]_{\Omega=0}.$$

Приближенная формула (7) достаточно точна, если функция  $n_{ii}(\Omega)$  имеет резкий максимум при  $\Omega = 0$ , а также тех углах, повороты на которые оставляют функции  $|i\rangle$  неизменными (т.е. при поворотах на угол  $\pi$  вокруг каждой из координатных осей). Поскольку при  $k \neq k'$   $\mathcal{D}_{kk'}^I(0) = 0$ , а при  $k \neq -k'$   $\mathcal{D}_{kk'}^I(0, \pi, 0) = 0$ , матрицу  $n_{ik, i'k'}^I$  можно с хорошей точностью аппроксимировать формулой

$$(2I+1)^{-1} n_{ik, i'k'}^I = (\delta_{kk'} + (-1)^{I+K} \gamma \delta_{k,-k'}), \quad (10)$$

где  $\gamma = \pm 1$  определяет изменение фазы  $|i\rangle$  при повороте на угол  $\pi$  вокруг оси  $y$ . Из (3а) следует, что

$$h_{ik, i'k'} = (-1)^{K+K'} h_{i-k, i'-k'}, \quad (11)$$

а это означает, что на коэффициенты  $C_{ik}^I$  можно наложить условия

$$C_{ik}^I = (-1)^{L_K} C_{i-k}^I. \quad (12)$$

При этом нормированные волновые функции  $\Psi_{IM}$ , определенные формулой (1), существуют, если

$$L_K = (-1)^{I+K} \gamma. \quad (13)$$

Действие матриц  $(h_{ik, i'k'}^I)$ ,  $(n_{ik, i'k'}^I)$  эквивалентно действию матриц

$$(\tilde{n}_{ik, i'k'}^I) = (n_{ii'}) \delta_{kk'} (k, k' \geq 0), \quad (14)$$

$$\begin{aligned} (\tilde{h}_{ik, i'k'}^I) &= \frac{1}{2} [h_{ik, i'k'}^I + h_{i-k, i'-k'}^I \gamma (-1)^{I+K'}] = \\ &= (V_{ii'} \delta_{kk'} + \frac{1}{2} \sum_{\nu=1}^3 H_{ii'}^{(\nu)} [(L_{\nu}^2)_{k, k'} + (L_{\nu}^2)_{k, -k'}]) \end{aligned} \quad (15)$$

Определив матрицы (14), (15), можно построить гамильтониан в формуле (5) и тем самым сформулировать микроскопическую модель для изучения спектра ядра. Мы используем развитый выше формализм как основу для введения некоторых дополнительных предположений, делающих нашу модель феноменологической, стремясь найти качественное решение вопросов, поднимаемых во введении.



Во-первых, мы предполагаем, что в сумме (I) можно ограничиться двумя слагаемыми с конечным значением щели  $\Delta_1 = \Delta_0$  и с нулевой щелью  $\Delta_2 = 0$ . Мы считаем также, что интеграл перекрывания

$$n_{12} = \langle \Delta_0 | 0 \rangle \equiv 2\eta \ll 1. \quad (I6)$$

Тогда, с точностью до членов порядка  $\eta^2$ , имеем (см. формулы (3), (I4)):

$$(\lambda_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2}\eta^2 & \eta \\ \eta & 1 - \frac{1}{2}\eta^2 \end{pmatrix}, (\lambda_{ij})^{-1} = \begin{pmatrix} 1 + \frac{3}{2}\eta^2 & -\eta \\ -\eta & 1 + \frac{3}{2}\eta^2 \end{pmatrix}. \quad (I7)$$

Вычисление энергий  $E_I$  в этом случае сводится к диагонализации матрицы

$$\mathcal{H} = \begin{pmatrix} \tilde{h}_{11} + O(\eta^2) & \tilde{h}_{12} - \eta(\tilde{h}_{11} + \tilde{h}_{22}) \\ \tilde{h}_{12} - \eta(\tilde{h}_{11} + \tilde{h}_{22}) & \tilde{h}_{22} + O(\eta^2) \end{pmatrix}, \quad (I8)$$

где матрицы  $\tilde{h}_{ij}$  определены формулами (I5). Для дальнейшего рассмотрения сохраняем в (I8) только не зависящие от  $\eta$  члены.

Во-вторых, мы предполагаем, что матричный элемент  $h_{12}^I$  определяется в основном потенциальной энергией и слабо зависит от всех существенных параметров модели и от углового момента  $I$ . Иными словами, мы полагаем  $\mathcal{H}_{12}^{(V)} = 0$  и  $V_{12} = \text{const} = \xi$ . Остальные предположения относятся к параметризации матричных элементов  $h_{11}^I$  и  $h_{22}^I$ . Параметризуем поверхность ядра с помощью полуосей трехосного эллипсоида  $a_1, a_2, a_3$ . При этом будем считать, что объем при изменении формы ядра сохраняется, т.е.  $a_1 a_2 a_3 = \text{const}$ .

Гамильтониан, который характеризует ядро в сверхпроводящей фазе, записываем в виде

$$\mathcal{H}_{cb} = \sum_{\nu=1}^3 \frac{\mathcal{L}_{\nu}^2}{2\mathcal{J}_{\nu}^{cb}} + V_{cb}(\delta, \gamma), \quad (19)$$

$$\delta = \frac{3}{4} \frac{2a_3^2 - a_1^2 - a_2^2}{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}; \quad \text{tg } \gamma = \sqrt{3} \frac{a_1^2 - a_2^2}{2a_3^2 - a_1^2 - a_2^2}. \quad (20)$$

Здесь не учтена кинетическая энергия поверхностных колебаний ядра, т.е. мы считаем, что ее вклад с ростом спина для состояний краев-полосы остается неизменным  $\chi$ . Для моментов инерции  $\left( \mathcal{J}_{\nu}^{cb} = \frac{1}{2A_{\nu}'} \right)$  мы используем параметризацию, соответствующую коллективной модели Бора и Моттельсона:

$$\mathcal{J}_1^{cb} = B_{cb} \frac{(a_2^2 - a_3^2)^2}{a_2^2 + a_3^2}; \quad \mathcal{J}_2^{cb} = B_{cb} \frac{(a_1^2 - a_3^2)^2}{a_1^2 + a_3^2}; \quad \mathcal{J}_3^{cb} = B_{cb} \frac{(a_1^2 - a_2^2)^2}{a_1^2 + a_2^2}. \quad (21)$$

Для гамильтониана твердотельной фазы можно написать аналогичное выражение:

$$\mathcal{H}_{tb} = \sum_{i=1}^3 \frac{\mathcal{L}_i^2}{2\mathcal{J}_i^{tb}} + V_{tb}(\delta, \gamma), \quad (22)$$

причем твердотельные моменты инерции легко вычисляются:

$$\mathcal{J}_1^{tb} = B_{tb} (a_2^2 + a_3^2)^2; \quad \mathcal{J}_2^{tb} = B_{tb} (a_1^2 + a_3^2)^2; \quad \mathcal{J}_3^{tb} = B_{tb} (a_1^2 + a_2^2)^2. \quad (23)$$

Таким образом, метод генераторных координат в рассмотренном выше приближении приводит к модели, описывающей трехосный ротатор, имеющий твердотельную и сверхпроводящую фазы, связанные между собой. Стационарные состояния модели определяются решением матричного уравнения:

$\chi$  Формальное обобщение модели для учета  $\beta$ - и  $\gamma$ -колебаний не представляет труда (см., например, /7/).

$$\begin{pmatrix} \mathcal{H}_{cb} & \xi \\ \xi & \mathcal{H}_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{IM} \\ V_{IM} \end{pmatrix} = E_I \begin{pmatrix} U_{IM} \\ V_{IM} \end{pmatrix} \quad (24)$$

с матрицей размерности  $2(2I+1)$ . Вектор состояния  $\begin{pmatrix} U_{IM} \\ V_{IM} \end{pmatrix}$ , где  $U_{IM,k} \equiv f_{1,k}^{IM}$ ,  $V_{IM,k} \equiv f_{2,k}^{IM}$  ( $f_{i,k}^{IM}$  - амплитуды (4)) нормирован условием

$$\sum_{k=-I}^I [(U_k^{IM})^2 + (V_k^{IM})^2] = 1. \quad (25)$$

Величина  $\sum_k (U_k^{IM})^2 (\sum_k (V_k^{IM})^2)$  представляет собой вероятность того, что ядро находится в сверхпроводящей (твердотельной) фазе.

Решая (24), мы получим для энергии и вероятности:

$$E_I = \frac{\langle U_{IM} | \mathcal{H}_{cb} + \mathcal{H}_{tb} | U_{IM} \rangle}{2 \langle U_{IM} | U_{IM} \rangle} \pm \left[ \frac{\langle U_{IM} | \mathcal{H}_{cb} + \mathcal{H}_{tb} | U_{IM} \rangle^2}{4 \langle U_{IM} | U_{IM} \rangle^2} + \xi^2 \frac{\langle U_{IM} | \mathcal{H}_{cb} \mathcal{H}_{tb} + \mathcal{H}_{tb} \mathcal{H}_{cb} | U_{IM} \rangle}{2 \langle U_{IM} | U_{IM} \rangle} \right]^{1/2}, \quad (26)$$

$$\langle U_{IM} | U_{IM} \rangle = \left[ 1 + \frac{1}{\xi} \left( \frac{\langle U_{IM} | \mathcal{H}_{cb}^2 | U_{IM} \rangle}{\langle U_{IM} | U_{IM} \rangle} - 2E_I \frac{\langle U_{IM} | \mathcal{H}_{cb} | U_{IM} \rangle}{\langle U_{IM} | U_{IM} \rangle} + E_I^2 \right) \right]^{-1}. \quad (27)$$

## 2.2. Вычисление матричных элементов операторов углового момента с помощью когерентных состояний

Задачу, сформулированную в предыдущем разделе, можно решать методами, разработанными для диагонализации матриц трехосного ротатора.

Чтобы получить энергию (26), необходимо вычислить следующие средние значения операторов углового момента:

$$\frac{\langle U_{IM} | \mathcal{L}_i^2 | U_{IM} \rangle}{\langle U_{IM} | U_{IM} \rangle} \quad \text{и} \quad \frac{\langle U_{IM} | \mathcal{L}_i^2 \mathcal{L}_k^2 | U_{IM} \rangle}{\langle U_{IM} | U_{IM} \rangle}, \quad (28)$$

где  $i, k = 1, 2, 3$ . Состояния трехосного ротатора  $|U_{IM}\rangle$  можно представить следующим образом:

$$|U_{IM}\rangle = \sum_K C_K^I |IMK\rangle, \quad (29)$$

где  $|IMK\rangle$  – собственные состояния оператора  $\mathcal{L}^2$  и  $\mathcal{L}_z$  с соответствующими собственными значениями  $I(I+1)$  и  $K$ . В работе<sup>/8/</sup> было показано, что для гамильтониана ротатора типа (19), (22), а также для большого значения спина коэффициенты  $C_K^I$  можно параметризовать следующим образом:

$$C_K^I = \sqrt{\frac{(2I)!}{(I-K)!(I+K)!}} \left( e^{-i\varphi} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \right)^{I+K}. \quad (30)$$

Так как когерентные состояния (30) минимизируют произведение неопределенностей разных компонент оператора углового момента  $\mathcal{L}_i$ <sup>/8/</sup>, (30) является квазиклассическим приближением. Вычисляя среднее значение операторов  $\mathcal{L}_x$ ,  $\mathcal{L}_y$  и  $\mathcal{L}_z$ , можно выяснить физический смысл углов  $\varphi$  и  $\theta$ :

$$\frac{\langle U_{IM} | \mathcal{L}_x | U_{IM} \rangle}{\langle U_{IM} | U_{IM} \rangle} = -I \cos \varphi \sin \theta,$$

$$\frac{\langle U_{IM} | \mathcal{L}_y | U_{IM} \rangle}{\langle U_{IM} | U_{IM} \rangle} = -I \sin \varphi \sin \theta, \quad (31)$$

$$\frac{\langle U_{IM} | \mathcal{L}_z | U_{IM} \rangle}{\langle U_{IM} | U_{IM} \rangle} = -I \cos \theta,$$

т.е. эти углы представляют собой сферические координаты, которые описывают положение вектора  $\vec{L}$  углового момента во внутренней системе координат.

Используя (26), (27), (29), (30), мы можем вычислить энергию  $E_I$  и вероятность  $\langle U_{IM} | U_{IM} \rangle$  нахождения ядра в "жидкой фазе" как функцию от углов  $\theta$ ,  $\varphi$  и параметров деформации  $\delta$  и  $\gamma$ . Соответствующие формулы написаны в Приложении.

### 3. Результаты расчетов для $^{156}\text{Er}$ и $^{166}\text{Er}$

Описанная выше модель использована для вычисления энергий состояний ираст-линий изотопов  $^{156}\text{Er}$  и  $^{166}\text{Er}$ .

На первом этапе мы вычисляем потенциальную энергию этих ядер без спаривания и с конечной целью.

#### 3.1. Вычисление потенциальной энергии

Потенциальная энергия  $V_{c\delta}$  определяется расчетом энергии деформации в основном состоянии сверхпроводящего ядра. Мы использовали метод оболочечной поправки Струтинского /9/

$$V_{c\delta} \equiv W(\epsilon_2, \epsilon_4) = E_{LDM} + \delta U_p + \delta U_n + \delta P_p + \delta P_n, \quad (32)$$

где  $E_{LDM}$  - энергия жидкой капли,  $\delta U_{p(n)}$  - оболочечная поправка для протонов (нейтронов), а  $\delta P_{p(n)}$  - оболочечная вариация энергии спаривания для протонов (нейтронов). При этом учитывались квадрупольная ( $\epsilon_2$ ) и гексадекапольная ( $\epsilon_4$ ) деформации. В качестве среднего поля использовался деформированный потенциал Вудса-Саксона /10/ с параметрами из работы /11/. Энергия спаривания  $P$  (без проектирования (БКШ) и с проектированием по числу частиц ( $Q$ -проект.) /12/) вычислялась в приближении БКШ. Силы монополярного спаривания, параметризованные усредненными

шелями, выбирались в виде  $\tilde{\Delta}_{p(n)} = 12/A^{1/2} \text{ МэВ(БКШ)}$ , а в случае Q-проекции - как в работе /12/, чтобы дать наилучшее приближение для четно-нечетной разности масс в области редких земель. Расчет проводился при  $\epsilon_4 = -0,02$ , что близко к равновесной деформации. Полученные результаты для основных состояний  $^{156}\text{Er}$  и  $^{166}\text{Er}$  представлены на рис. I и в табл. I. Твердотельный случай определяется как разница между  $V_{св}$  и энергией спаривания  $P$ . Как в случае  $^{156}\text{Er}$ , так и в случае  $^{166}\text{Er}$  абсолютный минимум энергии деформации находится при положительной деформации. Однако, как видно из таблицы I, равновесная деформация для  $^{166}\text{Er}$  гораздо больше, чем для  $^{156}\text{Er}$ . Сильно различаются и другие характерные величины, такие, как  $\Delta E = E(\epsilon_p^-) - E(\epsilon_p^+)$ ,  $E_s = E(0) - E(\epsilon_p^+)$ , а также энергии спаривания  $P(\epsilon_p^+)$ .

В результате таких расчетов потенциальная энергия известна при  $\gamma = 0^\circ$  и  $60^\circ$ . Зависимость от  $\gamma$  определялась аппроксимацией потенциала полиномом, зависящим только от инвариантных величин  $\delta^2$  и  $\delta^3 \cos 3\gamma$ . В полиноме учтены члены до  $\delta^{10}$ , зависимость от  $\gamma$  учтена лишь членами первой степени относительно  $\cos 3\gamma$ . Т.е. для основного состояния внутри  $\delta\gamma$  - плоскости минимума потенциальной энергии не имеется. Разумность этого предположения подтверждают расчеты энергии деформации для изотопов  $\text{Sm}$  /1/.

Коэффициенты полинома находились численно при помощи программы COMPIL (библиотека стандартных программ ЛВТА ОИЯИ, № С-401)/13/.

### 3.2. Вычисление равновесных значений параметров $\delta, \gamma, \Phi, \theta$ , $\langle U_{\Gamma\Gamma} | U_{\Gamma\Gamma} \rangle$ , энергии $E_{\Gamma}$

Варьируя параметры  $\delta, \gamma, \Phi$  и  $\theta$ , мы находим минимальное значение энергии  $E_{\Gamma}$  при данном спине I. Для этого исполь-

зовалась программа MINUIT (стандартная библиотека программ ЛВТА ОИЯИ № D-506). Расчеты проводились для основной полосы до  $I_{\max} = 24$ . Для вычисления моментов инерции в "жидкой" и "твердой" фазах брались следующие параметры:  $\alpha = 8(10)$  и  $2B_{\text{тв}} = 62,4(59,6)$  МэВ для  $^{156}\text{Er}$  ( $^{166}\text{Er}$ )

$$\left( \alpha = \frac{\gamma_{2^+}^{\text{экс}}}{\gamma_{2^+}^{\text{теор}}} , \quad B_{\text{тв}} = \frac{1}{5} \frac{mA}{\hbar^2} R_0^2 , \right.$$

$$\left. m - \text{масса нуклона и } R_0 = 1,2 A^{1/3} \text{ фм} \right).$$

Полученные результаты представлены в таблице 2 и на рис. 2 и 3. В таблице 2 приведены значения параметра неаксиальности  $\gamma$  в зависимости от  $I$  при различных  $\xi^2$  для  $^{156}\text{Er}$  и  $^{166}\text{Er}$ .

В случае  $^{156}\text{Er}$  с увеличением углового момента  $\gamma$  быстро растет до точки перехода на твердотельный режим. Из рис. 2 видно, что этот переход происходит при  $I^{\pi} = 10^+$ , так как вероятность  $\langle U_{\text{IM}} | U_{\text{IM}} \rangle$  нахождения ядра в сверхтекучей фазе исчезает. Таким образом, вклад вращения в энергию состояний основной полосы приводит в переходном ядре  $^{156}\text{Er}$  ( $\epsilon_p^+ = 0,18$ ) к появлению значительной неаксиальности ( $\gamma_{\max} \approx 30^\circ$ ) в интервале угловых моментов от  $I^{\pi} = 4^+$  до  $I^{\pi} = 10^+$ .

В случае ядра  $^{166}\text{Er}$ , которое является хорошо деформированным, вращение не может сильно изменить внутреннюю структуру ядра относительно  $\gamma$ -деформации для угловых моментов меньше  $20\hbar$ . Как упоминалось выше, величина  $\langle U_{\text{IM}} | U_{\text{IM}} \rangle$  позволяет определить значение спина, при котором исчезает сверхпроводящая фаза. Так, на рис. 2 для  $^{156}\text{Er}$  при  $\xi^2 = 0,5$  ( $\xi$  измеряется в МэВ) сверхпроводящая фаза исчезает при  $I_0^{\pi} = 10^+$ . В проведенном нами для сравнения расчете кориолисова антиспаривания с использованием  $Q$ -проектирования нейтронная щель исчезает около  $I^{\pi} = 12^+$ . Из таблицы 3 видно, как меняется  $I_0$  в зависимости от  $\xi^2$ . Интервал изменения  $I_0$  для  $^{156}\text{Er}$  лежит в пределах от  $I^{\pi} = 6^+$  до  $I^{\pi} = 14$ , для  $^{166}\text{Er}$  от  $I^{\pi} = 12^+$  до  $I^{\pi} = 16^+$ ;

причем при  $\xi^2 > 1,5$   $I_0$  остается равным  $I_4$  для  $^{156}\text{Er}$  и  $I_6$  для  $^{166}\text{Er}$ , тогда как переход из сверхтекучей фазы в твердотельную становится все более плавным.

#### 4. Обсуждение результатов

Расчеты, проведенные нами, служат иллюстрацией эффектов, связанных с особенностями в распределении нуклонов по импульсам во вращающихся ядрах. Наличие коллективного вращения нарушает изотропию в импульсном распределении, однако о возникающем распределении известно еще очень мало. В данной модели предположено, что распределение скоростей нуклонов определяется конкуренцией между режимом вращения ядра как целого и потенциальным движением ядерного вещества в объеме, ограниченном поверхностью ядра. В работе [14] замечено, что характер неаксиальной деформации, возникающей в условиях такой конкуренции, обладает существенными отличиями от того, что ожидается при анализе коллективной модели ядра [4]. Кроме того, отмечено, что в этих условиях направление углового момента в системе ядра может претерпевать существенные изменения. Таблица 2 и рис. 4 подтверждают такие прогнозы: неаксиальность при небольших угловых моментах увеличивается в случае переходного ядра  $^{156}\text{Er}$  до предельного в коллективной модели значения  $\gamma_{\text{max}} = 30^\circ$ , а затем падает практически до нуля вместе с исчезновением спаривания. Рис. 4 показывает, что для этого ядра ориентация углового момента в области смены режима вращения также претерпевает резкие изменения. Отметим, что направление углового момента во внутренней системе почти всегда совпадает с направлением главных осей деформации. Лишь в окрестности точки перехода могут (в зависимости от  $\xi$ ) возникать ситуации, когда угловой момент имеет иное направление. Можно сказать, что пере-



ориентация углового момента во внутренней системе является фазовым переходом (второго рода). Остановимся на соответствии наших расчетов и экспериментальных данных. Два рассчитанных изотопа ( $^{156}\text{Er}$  и  $^{166}\text{Er}$ ) различаются тем, что один из них ( $^{156}\text{Er}$ ) относится к очень мягким относительно  $\gamma$ -деформации. Как видно, из табл.2, при расчете проявилась эта особенность: неадиабатические эффекты в ядре  $^{166}\text{Er}$  значительно более ярко выражены, чем в ядре  $^{156}\text{Er}$ . В сильно деформированном по  $\delta$  ядре  $^{166}\text{Er}$  динамическая неаксиальность из-за большого значения момента инерции при  $I < 20$  почти не появляется. Спектр четных состояний в  $^{156}\text{Er}$ , полученный в модели с использованием расчета без проектирования, оказался довольно близким к наблюдаемому на эксперименте /15/. При этом результаты весьма чувствительны к тому, как проводится расчет энергии спаривания.  $Q$ -проектирование меняет результат, однако это больше касается положения уровней, чем точки исчезновения сверхтекучей фазы. Но следует иметь в виду, что отказ от принятого нами предположения о независимости  $\Delta$  от спина, по-видимому, изменит результаты в нужную сторону.

В нашей модели для каждого  $I$  формально имеется несколько решений. Отметим, что им не обязательно соответствуют физические решения, т.к. энергия  $E_I(\Delta, \delta, \gamma, \Phi, \theta)$  в части из них не имеет локального минимума. В частности, нефизическими являются решения с преобладающим весом нормальной фазы при малых  $I$ .

Расчет, проведенный для ядра  $^{156}\text{Er}$ , ничего не говорит об экспериментально обнаруженных состояниях с нечетными спинами  $I$  и с положительной четностью, которые в данном ядре оказались близкими к полученным интерполяцией между соседними четными спинами. Причиной их появления может быть отсутствие щели при достаточно больших  $I$ . Действительно, момент инерции состояния оказал-

ся почти твердотельным ( $\frac{\gamma}{\beta}^{\text{экс}} = 50,7 \text{ МэВ}^{-1}$ ,  $\frac{\gamma}{\beta}^{\text{теор}} = 62,4 \text{ МэВ}^{-1}$ ).  
 Другая возможная причина – смешивание нормальной полосы с неспаренной полосой  $K \neq 0$ . Исчезновению щели способствует выстраивание моментов отдельных нуклонов вдоль направления коллективного момента, что делает вероятной и такую ситуацию.

В заключение подчеркиваем, что предложенная выше модель была предназначена для выяснения некоторых качественных вопросов. Однако она легко допускает обобщения, которые могут сделать ее адекватной описанию реальной ситуации, что, несомненно, представляет интерес.

Авторы благодарят проф. В.Г.Соловьева за внимание к работе.

#### Приложение

Здесь мы приводим выражения, определяющие кинетическую энергию в двухфазной модели. Состояния  $|U_{IM}\rangle$  определены формулами (29), (30),

$$\frac{\langle U_{IM} | \mathcal{L}_x^2 | U_{IM} \rangle}{\langle U_{IM} | U_{IM} \rangle} = \frac{I(2I-1)}{2} \sin^2 \theta \cos^2 \Phi + \frac{I}{2},$$

$$\frac{\langle U_{IM} | \mathcal{L}_y^2 | U_{IM} \rangle}{\langle U_{IM} | U_{IM} \rangle} = \frac{I(2I-1)}{2} \sin^2 \theta \sin^2 \Phi + \frac{I}{2},$$

$$\frac{\langle U_{IM} | \mathcal{L}_z^2 | U_{IM} \rangle}{\langle U_{IM} | U_{IM} \rangle} = \frac{I(2I-1)}{2} \cos^2 \theta + \frac{I}{2},$$

$$\frac{\langle U_{IM} | \mathcal{L}_x^4 | U_{IM} \rangle}{\langle U_{IM} | U_{IM} \rangle} = \frac{I(I-1)(2I-1)(2I-3)}{4} \cos^4 \Phi \sin^4 \theta + \frac{I(2I-1)(3I-2)}{2} \cos^2 \Phi \sin^2 \theta + \frac{I(3I-1)}{4},$$

$$\frac{\langle U_{IM} | \mathcal{L}_y^4 | U_{IM} \rangle}{\langle U_{IM} | U_{IM} \rangle} = \frac{I(I-1)(2I-1)(2I-3)}{4} \sin^4 \Phi \sin^4 \theta + \frac{I(2I-1)(3I-2)}{2} \sin^2 \theta \sin^2 \Phi + \frac{I(3I-1)}{4},$$

$$\frac{\langle U_{IM} | \mathcal{L}_z^4 | U_{IM} \rangle}{\langle U_{IM} | U_{IM} \rangle} = \frac{I(I-1)(2I-1)(2I-3)}{4} \cos^4 \theta + \frac{I(2I-1)(3I-2)}{2} \cos^2 \theta + \frac{I(3I-1)}{4},$$

$$\frac{\langle U_{IM} | \mathcal{L}_x^2 \mathcal{L}_y^2 + \mathcal{L}_y^2 \mathcal{L}_x^2 | U_{IM} \rangle}{\langle U_{IM} | U_{IM} \rangle} = \frac{I(I-1)(2I-1)(2I-3)}{2} \sin^2 \Phi \cos^2 \Phi \sin^4 \theta + \frac{I(2I-1)(I+1)}{2} \sin^2 \theta + \frac{I(1-I)}{2},$$

$$\frac{\langle U_{IM} | \mathcal{L}_y^2 \mathcal{L}_z^2 + \mathcal{L}_z^2 \mathcal{L}_y^2 | U_{IM} \rangle}{\langle U_{IM} | U_{IM} \rangle} = \frac{I(I-1)(2I-1)(2I-3)}{2} \sin^2 \Phi \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{I(2I-1)(I+1)}{2} (\sin^2 \theta \sin^2 \Phi + \cos^2 \theta) + \frac{I(1-I)}{2},$$

$$\frac{\langle U_{IM} | \mathcal{L}_x^2 \mathcal{L}_z^2 + \mathcal{L}_z^2 \mathcal{L}_x^2 | U_{IM} \rangle}{\langle U_{IM} | U_{IM} \rangle} = \frac{I(I-1)(2I-1)(2I-3)}{2} \cos^2 \Phi \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{I(2I-1)(I+1)}{2} (\sin^2 \theta \cos^2 \Phi + \cos^2 \theta) + \frac{I(1-I)}{2}.$$

Таблица 1. Характерные величины потенциальных кривых для  $^{156}\text{Er}$ ,  $^{166}\text{Er}$ . Использовались 2 варианта сил спаривания:

а)  $\bar{\Delta}_p(n) = 12/A^{1/2}$  МэВ

б) См. работу /12/.

Значения  $P(\epsilon_p^+)$  в скобках указывают на результаты, полученные без Q - проектирования.

	A	$\epsilon_p^+$	$\epsilon_p^-$	$\Delta E$ [МэВ]	$E_S$ [МэВ]	$P(\epsilon_p^+)$ [МэВ]
БКШ	а) 156	0,18	-0,15	1,2	2,3	-2,3
	166	0,265	-0,23	5,7	11,3	-1,1
Q-проект.	б) 156	0,18	-0,14	1,0	1,8	-6,6 (-3,8)
	166	0,265	-0,23	5,7	11,0	-3,9 (-1,4)

Таблица 2. Зависимость  $\gamma$  от сина для  $^{156}\text{Er}$  и  $^{166}\text{Er}$

I	$\gamma$ ( в градусах)	
	156 ( $\zeta^2 = 0,5$ )	166 ( $\zeta^2 = 1,5$ )
0	0	0
2	17	7
4	21	9
6	23	10
8	26	10
10	6	11
12	4	11
14	1	11
16	3	6
18	4	4
20	4	4
22	4	13
24	6	13

Таблица 3. Зависимость точки исчезновения сверхтекучей фазы от взаимодействия в двухфазной модели для  $^{156}\text{Er}$  и  $^{166}\text{Er}$

Ядро	$\frac{Z^2}{A}$ [МэВ]	0	0,5	I	I,5
$^{156}\text{Er}$	$I_0$	6	10	12	14
$^{166}\text{Er}$		10	12	12	16

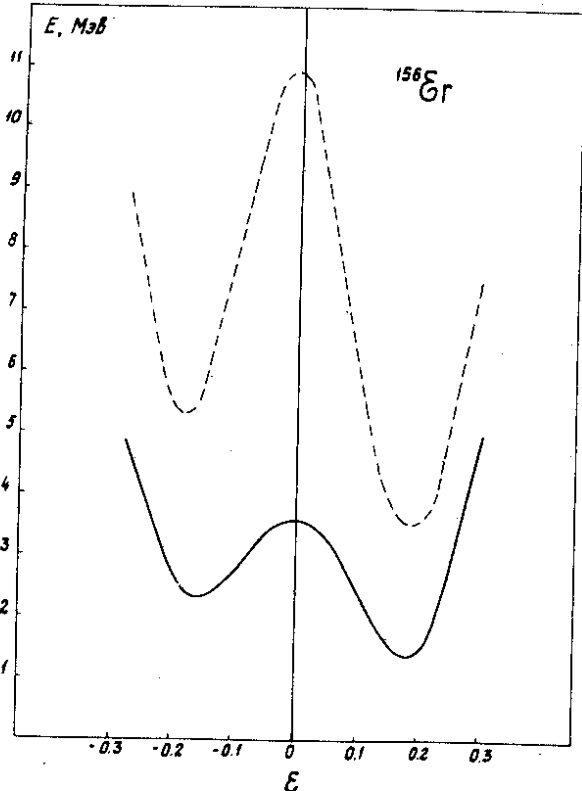


Рис. 1. Зависимость энергии деформации от параметра деформации  $\epsilon$  в основном состоянии ядра  $^{156}\text{Er}$ . Сплошная кривая - сверхтекучий случай (без  $Q$ -проект.), штрихованная кривая - твердотельный случай.

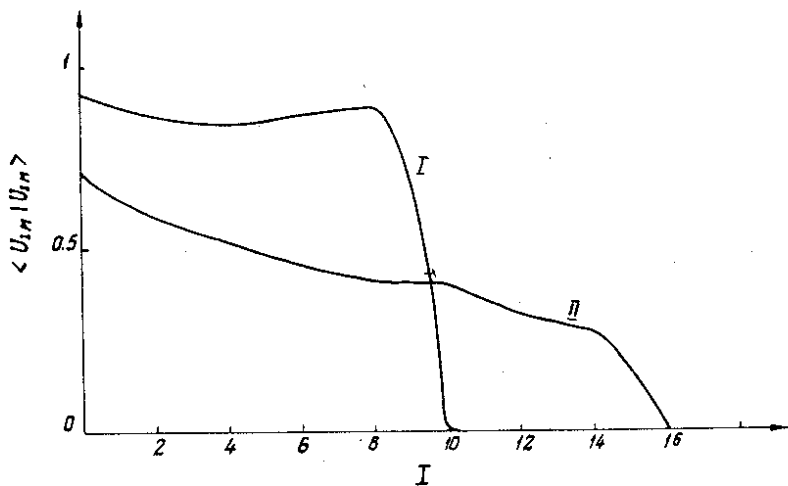


Рис. 2. Зависимость вероятности нахождения ядра в сверхтекучей фазе (без Q-проектирования) от спина для  $^{156}\text{Er}$  (I) и  $^{166}\text{Er}$  (II).

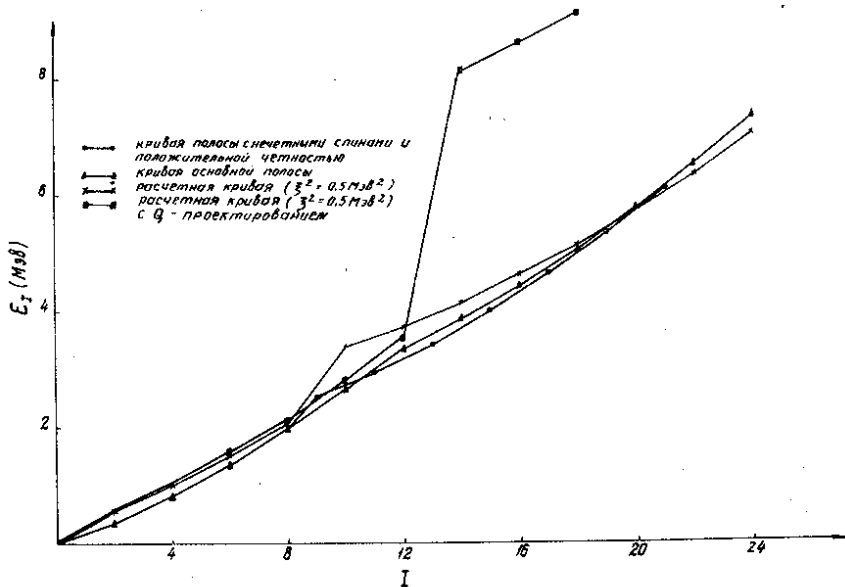


Рис. 3. Спиновая зависимость энергии ирраст-состояний для  $^{156}\text{Er}$ .

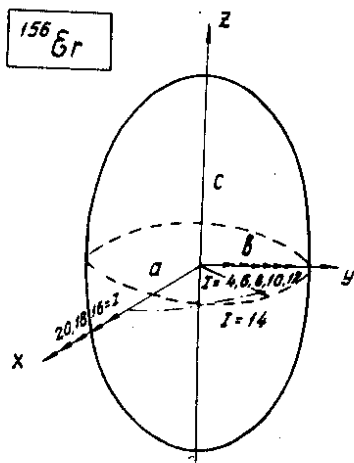


Рис. 4. Ориентация углового момента в системе ядра по расчету для  $^{156}\text{Er}$  (без проектирования  $\xi^2 = 0,7$ ).

#### Литература

1. U. Gotz, H.C. Pauli, K. Alder, K. Junker. Nucl. Phys., A192, 1 (1972).
2. J. Meyer-ter-Vehn. Nucl. Phys., A249, 111, 141 (1975).
3. S. Frauendorf, I.N. Mikhailov. Selected Topics in Nuclear Structure, v.2, 81, Proceedings of Dubna Conference, 1976.
4. R.J. Turner, T. Kishimoto. Nucl. Phys., A217, 317 (1973).
5. F. Grummer. Dissertation, Friedrich-Wilhelm-University, Bonn, 1975.
6. A. Kamlah. Zs.f. Phys., 216, 52 (1968).
7. А. Лейн. Теория ядра, Атомиздат, 1967.  
Примечание переводчиков на стр. 103-105.
8. Д. Янссен. ОИЯИ Р4-9547, 1976, Дубна.
9. M. Brack, J. Damgaard, A.S. Jensen, H.C. Pauli, V.M. Strutinsky, S.Y. Wong. Rev. Mod. Phys., 44, 320 (1973).

10. V.V.Pashkevich. Nucl.Phys., A169, 275 (1971).
11. Ф.А.Гареев, С.П.Иванова, В.Г.Соловьев, С.И.Федотов. ЭЧАЯ, т.4, вып. 2, 357 (1973).
12. S.Frauenthorf. Nucl.Phys., A263, 150 (1976).
13. Л.Александров. ОИЯИ, Р5-7259, 1973, Дубна.
14. Д.Караджов, И.Н.Михайлов, И.Пиперова. ЯФ 21, 964 (1975).
15. A.W.Sunyar et al. Phys.Lett., 62B, 283 (1976).

Рукопись поступила в издательский отдел  
17 марта 1977 года.