

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



С343а
Г-202

30/6-77
P4 - 10503

2016/2-77

Ф.А.Гареев, С.А.Гончаров

РАСЧЕТ ФОРМФАКТОРОВ
РЕАКЦИЙ ОДНОУКЛОННЫХ ПЕРЕДАЧ
С УЧЕТОМ ОТКРЫТЫХ КАНАЛОВ

1977

P4 - 10503

Ф.А.Гареев, С.А.Гончаров

РАСЧЕТ. ФОРМФАКТОРОВ
РЕАКЦИЙ ОДНОУКЛОННЫХ ПЕРЕДАЧ
С УЧЕТОМ ОТКРЫТЫХ КАНАЛОВ

Гареев Ф.А., Гончаров С.А.

P4 - 10503

Расчет формфакторов реакций однонуклонных передач
с учетом открытых каналов

С помощью разложения по функциям как закрытых, так и открытых каналов получена система уравнений для формфакторов. В открытых каналах принимались во внимание только подбарьерные квазистационарные уровни. Расчет для реакций $^{18}\text{O}(\alpha, d)^{17}\text{O}$ и $^{42}\text{Ca}(\alpha, d)^{41}\text{Ca}$ показал, что учет вклада от двух частиц в непрерывном спектре так же важен, как и учет вклада от одной частицы.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

Gareev F.A., Goncharov S.A.

P4 - 10503

Calculation of One Nucleon Transfer Form
Factors with the Account of Unbound States

Using an expansion in channel functions both of bound states and of unbound ones in shell model calculations, the eigenvalue problem for the system of equations for the radial parts of the form factors is formulated. Only subbarrier quasistationary states channel functions are taken into account in shell model continuum. The calculations for one particle transfer ^{18}O and ^{42}Ca have proved the importance of contribution of two particles from the continuum.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1977

§1. Введение

Среди различных методов расчета формфакторов реакций срыва и подхвата (см. обзор^{/1/}) можно выделить большую группу методов, связанных с разложением по оболочечному базису. Одной из главных трудностей такого подхода является сохранение полноты базиса, т.е. учет его части, отвечающей непрерывному спектру. В работе^{/2/} предложена довольно трудоемкая, особенно при наличии одночастичных резонансов, попытка учета непрерывного спектра по одной частице. В работе^{/3/} используется разложение по расширенному дискретному базису гармонического осциллятора, а в работе^{/4/} — по базису Штурма-Лиувилля, сохраняющему правильную асимптотику формфактора. Эти работы показали, что включение непрерывного спектра по одной частице дает вклад в энергию связи порядка двухсот кэВ.

Другой возможностью является решение уравнений для формфактора. Так, в работе^{/5/} с помощью разложения по закрытым каналам в рамках оболочечной модели с учетом принципа Паули получена система уравнений для формфакторов. Однако в этой системе учтена возможность пребывания в континууме только передаваемой частицы, т.к. разложение проводится только по закрытым каналам. Чтобы уравнения были более точными, необходимо добавить состояния непрерывного спектра ядра A . (Здесь, как и в работе^{/5/}, рассматриваются реакции типа $A(d, p)B$ и $B(p, d)A$, где ядро A представляет собой инертный остов плюс один валентный нуклон, движущийся в оболочечном потенциале). И снова мы сталкиваемся с общими

трудностями включения непрерывного спектра. Однако интеграл по континууму можно представить в виде суммы по резонансным состояниям непрерывного спектра и интеграла по соответствующему контуру в комплексной плоскости энергии, при этом с хорошей точностью вклад от последнего можно считать малым^{/6,7/}.

В настоящей работе в качестве резонансных состояний рассматриваются одночастичные подбарьерные квазистационарные состояния в оболочечном потенциале ядра А. В §2 выписана и исследована система уравнений для формфакторов в случае включения резонансов. В §3 представлены результаты расчетов для реакций ${}^A_0(p,d) {}^A_0$ и ${}^A_{Ca}(p,d) {}^A_{Ca}$.

§2. Система уравнений для формфакторов

При использовании разложения по каналовым функциям необходимо учитывать вклад состояний непрерывного спектра ядра А, т.е.

$$\begin{aligned} \Psi_B &= \sum_K f^{A_K B} \Psi_{A_K} + \int d\epsilon \sum_{\alpha} f^{A_{\alpha} B} \Psi_{A_{\alpha}} \\ &= \sum_I f^{A_I B} \Psi_{A_I}, \end{aligned} \quad (I)$$

где суммирование по K ведется по квантовым числам связанных незаполненных состояний, а по α - по дискретным квантовым числам состояний непрерывного спектра; Ψ_{A_i} - каналовые функции. В формуле (I) мы для краткости опустили коэффициенты Клебша-Гордона.

Используя разложение (I), в полной аналогии с тем, как это делалось в работе^{/5/}, в рамках оболочечной модели с учетом принципа Паули получаем систему уравнений для радиальных частей формфакторов (в случае $I_B=0$):

$$\left[\frac{d^2}{dz^2} - \frac{e_i(e_i+1)}{z^2} - \frac{2m}{\hbar^2} V_0(z) + \frac{2m}{\hbar^2} \mathcal{E}_{BA_i} \right] f^i(z) =$$

$$= \sum_{i'} W_{i i'}(z) f^{i'}(z) - \sum_N \chi_{Neji}(z) \sum_{i'} \int d\rho \chi_{Neji}(\rho) W_{i i'}(\rho) f^{i'}(\rho), \quad (2)$$

где $W_{i i'}(z) = -\frac{2m}{\hbar^2} \int d\vec{z}' d\vec{z} \{ y_{j_i}(\vec{z}) \Psi_{A_i}(\vec{z}') \}_{00}^* V_{\text{от}}(\vec{z}, \vec{z}') \{ y_{j_{i'}}(\vec{z}') \Psi_{A_{i'}}(\vec{z}) \}_{00}$,
 $y_{jm}(\vec{z})$ - спин-угловая функция, $\chi_{Neji}(z)$ - радиальные части волновых функций заполненных оболочек.

$\mathcal{E}_{BA_i} = E_b - E_{A_i}$ - энергия связи переданного нуклона.

Очевидно, что в области $\mathcal{E}_{BA_i} > 0$ соответствующие компоненты формфакторов f^i описывают процессы, когда все три частицы оказываются в непрерывном спектре ($E_b > 0$, $E_{A_i} > 0$), а также срыв на несвязанное состояние^{/1,8/} ($E_b > 0$, $E_{A_i} < 0$). В настоящей работе эти процессы не рассматриваются. Таким образом, мы работаем в области $\mathcal{E}_{BA_i} < 0$ (при этом $E_b < 0$, $E_{A_i} \geq 0$).

Далее, разложение по континууму в (I) заменяем суммой по квазистационарным состояниям, волновые функции которых мы взяли в известном приближенном факторизованном виде^{/9/}:

$$\Psi_{\epsilon\alpha}(\vec{z}) = \begin{cases} A_\alpha(\epsilon) \Psi_\alpha(\vec{z}) \equiv A_\alpha(\epsilon) \frac{u_\alpha(\xi)}{\xi} y_{j_{m_\alpha}}(\hat{\xi}), & \text{при } \xi < R_m \\ \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\xi} \sin(\kappa\xi + \delta_\alpha) y_{j_{m_\alpha}}(\hat{\xi}), & \text{при } \xi > R_m \end{cases} \quad (3)$$

где $\Psi_\alpha(\vec{z})$ - не зависящая от энергии часть волновой функции квазистационарного состояния, $u_\alpha(\xi)$ - ее радиальная часть, которая нормирована следующим образом:

$$\int_0^{R_m} u_\alpha^2(\xi) d\xi = 1, \quad (4)$$

R_m - параметр, характеризующий протяженность потенциала среднего поля.

Зависимость волновой функции от энергии заключена в нормировочном множителе

$$A_{\alpha}(E) = \sqrt{\frac{1}{\pi}} \frac{\Gamma_{\alpha}/2}{(E-E_{\alpha})^2 + \Gamma_{\alpha}^2/4}, \quad (5)$$

E_{α} - положение, а Γ_{α} - ширина квазистационарного уровня.

Функция $U_{\alpha}(z)$ и величины E_{α} и Γ_{α} вычисляются методом, описанным в работах^{/10,11/}. В этом методе $U_{\alpha}(z)$ и E_{α} определяются как собственные решения в области вещественных энергий уравнения Шредингера с граничными условиями, отвечающими максимуму парциального сечения упругого рассеяния. Ширины Γ_{α} в таком подходе определяются интегральной формулой^{/10/}:

$$\frac{1}{2} \Gamma_{\alpha} = \frac{\hbar^2}{2m\kappa} \left[\int_0^{R_m} j_e(\kappa z) V_0(z) U_{\alpha}(z) dz \right]^2,$$

где j_e - функция Рикати-Бесселя.

Заметим, что в реальных расчетах полубесконечный интервал изменения переменной z заменяется конечным отрезком $[0, R]$. Когда учитывались только закрытые каналы^{/5/}, выбор значения R ограничивался снизу только требованием малости отброшенных частей радиальных интегралов при вычислении W_{ii} и интегральных членов уравнения (2). При учете квазистационарных состояний появляется параметр R_m . Оптимальное значение R_m определяется сходимостью результатов по этому параметру^{/10/}. Оказывается возможным выбрать $R_m = R$ (см. §3). Поэтому далее можно использовать только "внутреннюю" часть функции (3).

Подстановка волновой функции (3) в (1) приводит систему (2) к следующему виду:

$$\begin{aligned}
 & \left[\frac{d^2}{dz^2} - \frac{q(q+1)}{z^2} - \frac{2m}{\hbar^2} V_0(z) - \frac{2m}{\hbar^2} \mathcal{E}_{BAq} \right] f^q(z) = \\
 & = \sum_k W_{qk}(z) f^k(z) + \sum_\alpha \delta_\alpha W_{q\alpha}(z) f^\alpha(z) - \\
 & - \sum_N \chi_{Neqj}^q(z) \int d\rho \chi_{Neqj}^q(\rho) \left[\sum_k W_{qk}(\rho) f^k(\rho) + \sum_\alpha \delta_\alpha W_{q\alpha}(\rho) f^\alpha(\rho) \right] \\
 & \left[\frac{d^2}{dz^2} - \frac{q(q+1)}{z^2} - \frac{2m}{\hbar^2} V_0(z) - \frac{2m}{\hbar^2} \mathcal{E}_{BAp} \right] f^p(z) =
 \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}
 & = \sum_k W_{pk}(z) f^k(z) + \sum_\alpha \delta_\alpha W_{p\alpha}(z) f^\alpha(z) - \\
 & - \sum_N \chi_{Neqj}^p(z) \int d\rho \chi_{Neqj}^p(\rho) \left[\sum_k W_{pk}(\rho) f^k(\rho) + \sum_\alpha \delta_\alpha W_{p\alpha}(\rho) f^\alpha(\rho) \right],
 \end{aligned}$$

где греческие индексы α и β пробегает наборы квантовых чисел, характеризующих квазистационарные состояния, а латинские q и k - связанные состояния;

$$\delta_\alpha = \int_0^\infty d\varepsilon A_\alpha^2(\varepsilon), \tag{7}$$

$$W_{q,\varepsilon\alpha}(z) = A_\alpha(\varepsilon) W_{q\alpha}(z), \tag{8}$$

величины W_{pk} и $W_{p\alpha}$ определяются аналогично, а f^α - из выражения

$$f^{\varepsilon\alpha}(z) = A_\alpha(\varepsilon) f^\alpha(z). \tag{9}$$

Условие нормировки для формфакторов выглядит следующим образом:

$$1 = \sum_k \int_0^{R_m} [f^k(z)]^2 dz + \sum_\alpha \delta_\alpha \int_0^{R_m} [f^\alpha(z)]^2 dz. \tag{10}$$

С помощью метода, описанного в работе^{/12/}, исследовалось асимптотическое поведение формфакторов при $z \rightarrow \infty$. Оказалось, что асимптотическое поведение формфакторов, отвечающих закрытым каналам, остается прежним, т.е. определяется энергией связи переданного нуклона \mathcal{E}_{BAq} . В то же время поведение формфакторов, отвечающих открытым каналам, несколько сложнее:

$$f^{\beta}(\tau \rightarrow \infty) \sim \begin{cases} \exp\{-\tau(\lambda_k + \alpha_k)_{\min}\} & , \text{если } (\lambda_k + \alpha_k)_{\min} < \alpha_{k\min} & \text{(IIa)} \\ \exp\{-\tau \alpha_{k\min}\} & , \text{если } (\lambda_k + \alpha_k)_{\min} > \alpha_{k\min} & \text{(IIб)} \end{cases}$$

где

$$\lambda_k^2 = -2mE_k/\hbar^2, \quad \alpha_k^2 = -2mE_{\text{вв}A_k}/\hbar^2$$

$$\alpha_{k\min} = \min\{\alpha_k\}, \quad (\lambda_k + \alpha_k)_{\min} = \min\{\lambda_k + \alpha_k\}$$

Найденное асимптотическое поведение формфакторов позволяет задать граничные условия в точке $\tau = R_m$ для системы уравнений (6). Таким образом мы получаем задачу на собственное значение, решая которую, найдем E_{α} и $f^i(\tau)$.

§3. Численные расчеты

Расчеты проводились для реакций $^{18}\text{O}(\rho, d)^{17}\text{O}$ и $^{42}\text{Ca}(\rho, d)^{41}\text{Ca}$. Оболочечный потенциал взят в форме Саксона-Вудса со спин-орбитальным взаимодействием. Параметры потенциалов выбраны такими же, как в работе^{/11/} (за исключением $V_0 = 53,7$ МэВ для ^{16}O). Одночастичные волновые функции связанных и квазистационарных состояний вычислялись с помощью непрерывного аналога метода Ньютона^{/10, II/}. Расчеты показали, что у ядер ^{41}Ca и ^{17}O имеется по одному подбарьерному квазистационарному уровню $1g_{3/2}$ и $1d_{3/2}$, соответственно. На рисунке I представлены радиальные волновые функции $u_{\alpha}(\tau)$ этих состояний. В таблице I приведены их характеристики, а также значения параметра R_m , которые мы в данных случаях считаем оптимальными. Зависимость E_{α} и Γ_{α} от выбора R_m демонстрируется в таблице 2. Видно, что в области значений параметра R_m от 9,6 до 16,0 фм для ^{17}O и от 12,9 до 17,2 фм для ^{41}Ca E_{α} практически не зависит, а Γ_{α} очень слабо зависит от R_m . В то же время, оптимальное значение параметра R , о котором говорилось в §2, лежит в интервале от $3R_0$ до $4R_0$ (R_0 - радиус ядра). Поэтому мы взяли R и R_m одинаковыми

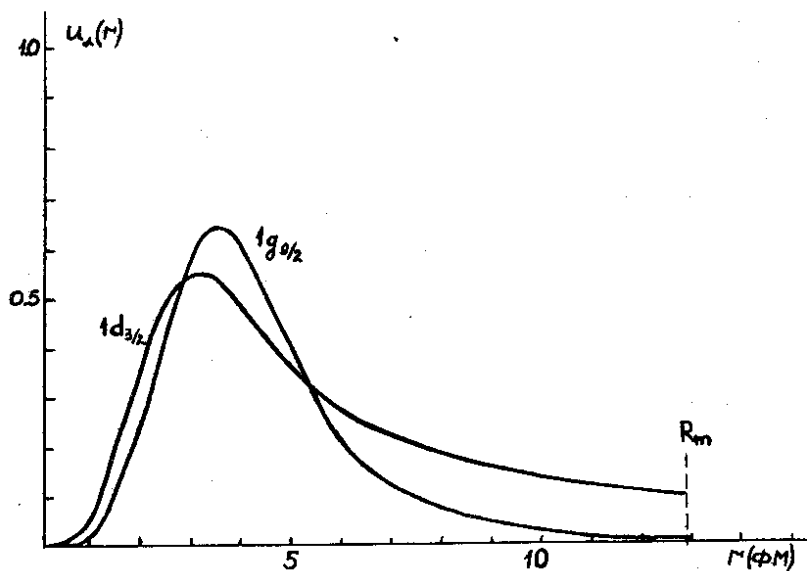


Рис. I. Волновые функции квазистационарных состояний $1d_{3/2}$ в ^{17}O и $1g_{9/2}$ в ^{41}Ca .

и равными приведенным в таблице I значениям. Как видно из рисунка I, поведение волновых функций квазистационарных состояний на отрезке $[0, R_m]$ очень похоже на поведение волновых функций связанных состояний, что приводит к соответствующему сходству в поведении формфакторов на данном отрезке.

Оценки показывают, что в рассматриваемых реакциях для асимптотического поведения формфакторов, отвечающих квазистационарным уровням, выполняется (IIб), и поэтому граничные условия имеют одинаковый вид для всех формфакторов. Кроме того, вычисление величины S_{α}^{\prime} показывает, что она в обоих случаях равна единице с точностью до долей процента. Таким образом, система уравнений (6) и граничные условия принимают такой же вид, какой они имели при учете только закрытых каналов.

Т а б л и ц а I

Характеристики квазистационарных уровней.

Ядро	$n\ell_j$	R_m (фм)	E_α (МэВ)	Γ_α (МэВ)	$A_\alpha(\varepsilon=E_\alpha)$
^{17}O	$1d_{3/2}$	12,8	+0,639	0,0448	3,77
^{41}Ca	$1g_{9/2}$	12,8	+2,762	0,0368	4,16

Т а б л и ц а 2а

Зависимость энергий E_α и ширины Γ_α от предела интегрирования R_m в ядре ^{17}O .

R_m (фм)	6,4	9,6	12,8	16,0
E_α (МэВ)	0,6500	0,6393	0,6393	0,6393
Γ_α (МэВ)	0,05358	0,04696	0,04479	0,04365

Т а б л и ц а 2б

Зависимость энергий E_α и ширины Γ_α от предела интегрирования в ядре ^{41}Ca .

R_m (фм)	8,6	12,8	16,0	17,2
E_α (МэВ)	2,7628	2,7621	2,7621	2,7621
Γ_α (МэВ)	0,03774	0,03677	0,03658	0,03658

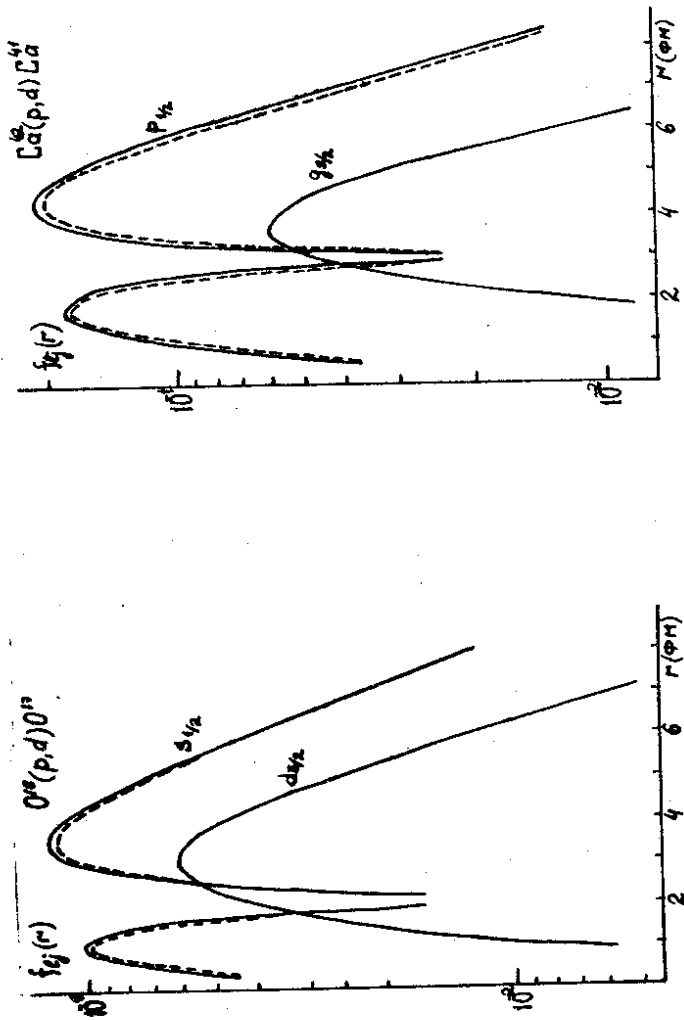


Рис. 3. Формфакторы $f_{p_{1/2}}(z)$ и $f_{g_{3/2}}(z)$ реакции ^{41}Ca (обозначения рис. 2).

Рис. 2. Формфакторы $f_{s_{1/2}}(z)$ и $f_{d_{3/2}}(z)$ реакции $^{40}\text{Ca}(p,d)^{40}\text{Ca}$ с учетом квазистационарного состояния (—) и без его учета (---).

Остаточное взаимодействие взято в простом гауссовом виде. Параметры его подгонялись для получения экспериментального значения энергии E_B . На рисунках 2 и 3 представлены некоторые из формфакторов, рассчитанных с учетом квазистационарных состояний (сплошная линия), а также без их учета (штриховая линия). В тех же обозначениях на рисунках 4-5 показаны дифференциальные сечения в методе искаженных волн. Параметры оптических потенциалов взяты такими же, как в работах^{/2,13/}. Заметим, что на рисунках 2 и 3 изображены независимые от энергии части формфакторы $f^i(z)$ (см. (9)), отвечающих переходам на квазистационарные уровни. Поэтому для получения действительных значений этих величин необходимо умножить их на $A_d(\epsilon)$. Аналогично, соответствующие сечения на рисунке 4 и 5 нуждаются в множителе $A_d^2(\epsilon)$.

В таблице 3 приведены энергии E_B , параметры остаточного взаимодействия и величины a_i^2 , квадраты которых могут играть роль спектроскопических факторов^{/1/} и определяются следующим образом:

$$a_i^2 = \int_0^{R_m} [f^i(z)]^2 dz. \quad (12)$$

§4. Заключение

Результаты расчетов показывают, что при учете вклада от квазистационарного состояния энергия E_B изменяется на 100 и 180 кэВ, соответственно, для ^{18}O и ^{42}Ca или перенормируется глубина остаточного взаимодействия на 0,9 и 2,4 МэВ, соответственно. Изменение формфакторов достигает 4-5%, а изменение дифференциальных сечений - 8-10%. Учет квазистационарного состояния приводит

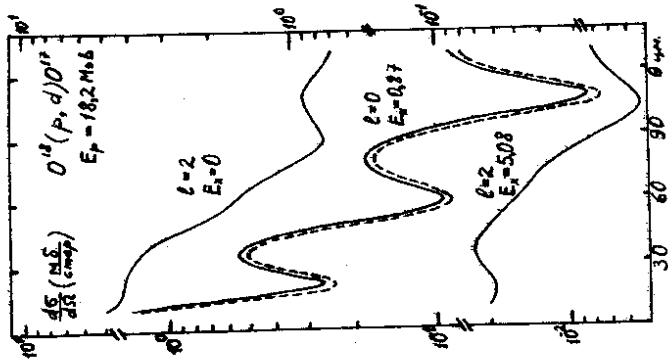


Рис. 4. Дифференциальные сечения реакции $O^{16}(p,d)O^{17}$ (обозначения рис. 2).

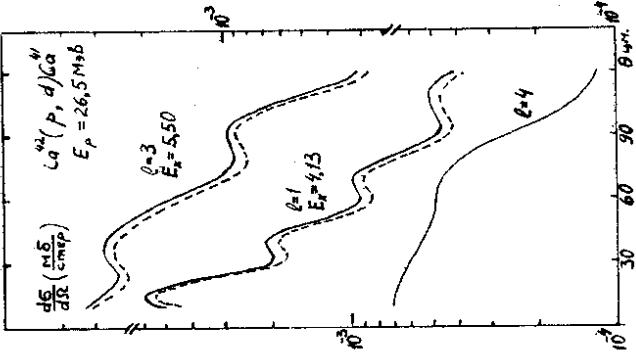
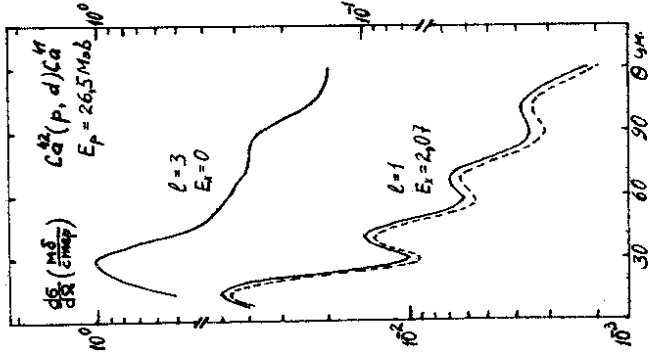


Рис. 5. Дифференциальные сечения реакции $Ca^{42}(p,d)Ca^{41}$ на состоянии а) $1f_{7/2}$ и б) $2p_{1/2}$; в) $1f_{5/2}, 2p_{1/2}$ и $1g_{9/2}$ (обозначения рис. 2).

Т а б л и ц а 3а

Энергия E_B , параметры остаточного взаимодействия и величины a_i для реакции $^{18}\text{O}(\rho, d)^{17}\text{O}$.
(с учетом квазистационарного состояния - а, без его учета - б).

	$V_{\text{ост}} = -v_c \exp\{-1/2 \cdot \xi^2 / \sigma^2\}$	E_B				
	v_c (МэВ)	σ (ФМ)	(МэВ)	$a_{1d5/2}$	$a_{2s1/2}$	$a_{1d3/2}$
а	37,5	1,7	-12,19	0,976	0,206	0,093
б	37,5	1,7	-12,09	0,980	0,200	-
б	38,4	1,7	-12,19	0,980	0,200	-

Т а б л и ц а 3б

То же для реакции $^{42}\text{Ca}(\rho, d)^{41}\text{Ca}$.

	$V_{\text{ост}} = -v_c \exp\{-1/2 \cdot \xi^2 / \sigma^2\}$	E_B						
	v_c (МэВ)	σ (ФМ)	(МэВ)	$a_{1f7/2}$	$a_{2p3/2}$	$a_{2p1/2}$	$a_{1f5/2}$	$a_{1g9/2}$
а	35,1	1,5	-19,84	0,989	0,091	0,035	0,064	0,084
б	35,1	1,5	-19,66	0,993	0,086	0,034	0,067	-
б	37,5	1,5	-19,84	0,993	0,091	0,036	0,071	-

к появлению новой парциальной компоненты - фактора, отвечающего реакции на данный квазистационарный уровень, т.е. появляется возможность расчета соответствующего парциального дифференциального сечения. Вычисленное сечение оказалось порядка величины других малых компонент.

Авторы признательны И.В.Пузынину, С.П.Ивановой, М.Х.Гиззатулову и Р.М.Ямалееву за полезные обсуждения.

Литература

- I. Е.Банг, В.Е.Бунаков, Ф.А.Гареев, Г.Шульц. ЭЧАЯ, т. 5, вып. 2 (1974) с. 263.
2. R.H.Ibarra, B.F.Bauman. Phys.Rev., C1 (1970) 1796.
3. R.H.Ibarra. Nucl.Phys., A241 (1975) 386.
4. J.Bang, C.H.Dasso, F.A.Gareev, M.Igarashi, B.S.Nilsson. Nucl.Phys., A264 (1976) 157.
5. Ф.А.Гареев, С.А.Гончаров, И.В.Пузынин, Р.М.Ямалеев. ЯФ, т. 24, вып 5 (II) (1976) 938.
6. T.Berggren. Phys.Lett., 44B (1973) 23.
7. W.F.Romo. Nucl.Phys., A237 (1975) 275.
8. В.Е.Бунаков. В со.: Материалы 6-й зимней школы ФТИ по теории ядра и физике высоких энергий. Л.ФТИ, 1971, ч. I, с. 56. Bunakov V., Gridnev K., Krasnov L., Phys.Lett., B4 (1971) 572.
9. А.И.Газь, Я.Е.Зельдович, А.М.Переломов. Рассеяние, реакции и распада в нерелятивистской квантовой механике. "Наука", М., 1971.
10. J.Bang, F.A.Gareev, I.V.Puzynin, R.M.Jamalejev. Nucl.Phys., A261 (1976) 59.
11. М.Х.Гиззаткулов, И.В.Пузынин, Р.М.Ямалеев. Сообщение ОИЯИ, Дубна, PII-10029, 1976.
12. J.Bang, V.E.Bunakov, F.A.Gareev, R.M.Jamalejev, H.Shulz. Phys.Scr. 10 (1974) 115.
13. H.F.Lutz, J.J.Wesolowski, S.F.Eceles, L.F.Hansen. Nucl.Phys., A101 (1967) 241.

Рукопись поступила в издательский отдел
17 марта 1977 года.