ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

P4 - 10386

Г.Г.Бунатян

К СТАТИСТИЧЕСКОМУ ОПИСАНИЮ КОМПАУНД-СОСТОЯНИЙ ЯДЕР

1977

P4 - 10386

Г.Г.Бунатян

К СТАТИСТИЧЕСКОМУ ОПИСАНИЮ КОМПАУНД-СОСТОЯНИЙ ЯДЕР

Направлено в ЯФ

Бунатян Г.Г.

Р4 - 10386

К статистическому описанию компаунд-состояний ядер

Метод температурных гриновских функций применяется для изучения свойств компаунд-состояний ядер. Изучены изменения матрицы плотности $\delta\rho$, собственно энергетической части $\delta\Sigma$, среднего квадратичного радиуса $\delta\langle r^2\rangle$, квадрупольного момента $\delta\langle Q\rangle$ и т.п. при переходе из основного состояния, $T=0$, в возбужденное состояние с температурой T. Получено соотношение, связывающее энергию возбуждения с температурой. Последовательно учитывается сильное взаимодействие нуклонов, в частности изменение одночастичного потенциала ядра при изменении температуры T. Даны качественные квазиклассические оценки рассмотренных эффектов. Обсуждаются пределы применимости статистического описания при больших T.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1977

Bunatian G.G.

P4 - 10386

On Statistical Description of Nuclear Compound States

Temperature Green functions method is used for the investigation of the properties of nuclear compound states. Variations of the dense matrix $\delta\rho$, of the self energy part $\delta\Sigma$, of the mean squared radius $\delta\langle r^2\rangle$ and of the quadrupole momentum $\delta\langle Q\rangle$, etc., have been investigated for the transition from the ground state, $T=0$, to the excited state with temperature T. The relationship connecting the excitation energy with temperature is obtained. Strong nucleon interactions are consistently taken into account, especially the variations of the single-particle potential of the nucleus with the change of the temperature T. Qualitative quasiclassical estimates are given to the above mentioned effects. The limit of validity of such statistical approach at high temperature is discussed.

The investigation has been performed at the Neutron Physics Laboratory, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1977

Введение

Компаунд-состояния атомных ядер имеют очень сложную природу, обусловленную возбуждением большого числа степеней свободы при их образовании. Для исследования таких состояний можно использовать термодинамическое описание [1], вводя температуру T, соответствующую энергии возбуждения ядра. При таком подходе изучаются не свойства какого-либо определенного состояния, но средние характеристики большого числа возбужденных состояний, различия между энергиями которых гораздо меньше T. Применение методов квантовой теории поля в задачах статистики при конечных температурах [2–6] позволяет, как будет показано, вычислить изменения средних значений различных величин, например среднего квадратичного радиуса $\delta\langle r^2\rangle$, квадрупольного момента $\delta\langle Q\rangle$ и т.п., при "нагревании" ядра, а также выразить корректно температуру через энергию возбуждения. При этом сильное взаимодействие нуклонов в ядре учитывается последовательно, аналогично тому, как это делается при $T=0$, методами теории конечных Ферми-систем [7]. Для справедливости проводимого ниже рассмотрения необходимо, чтобы температура "нагретого" ядра была гораздо меньше энергии Ферми, т.е.

$$T \ll \mu . \qquad /1/$$

Выполнение этого условия означает, что изменение функции распределения нуклонов отлично от нуля лишь у границы Ферми, для состояний λ, энергии которых ϵ_λ отличаются от μ на величину $|\mu-\epsilon_\lambda| \lesssim T$. При этом ядро, разумеется, нельзя рассматривать как систему частиц, помещенных во внешнее поле, не зависящее от перераспределения частиц, вызванного изменением температуры.

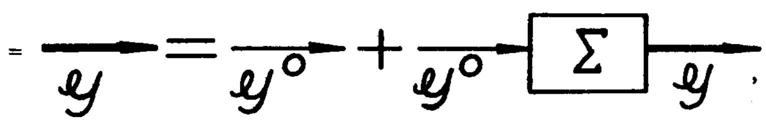
Функции Грина "нагретых" ядер

1. Для описания системы частиц при отличной от нуля температуре вводится[3–6] температурная грииновская функция нуклонов $\mathcal{G}^{\nu}(\vec{r}_1,\vec{r}_2,\tau_1-\tau_2,T)$, где τ_i меняется от 0 до T^{-1}; $\nu=p,n$, $\vec{r}_i$ включает спиновые переменные. Ее Фурье-компонента $\mathcal{G}^{\nu}(\vec{r}_1,\vec{r}_2,\xi_\ell,T)$, $(\xi_\ell=(2\ell+1)\pi Ti+\mu)$ удовлетворяет, для системы без спаривания, уравнению Дайсона[5]

$$(\xi_\ell-\vec{P}^2/2M)\mathcal{G}^{\nu}(\vec{r}_1,\vec{r}_2,\xi_\ell,T)=\delta(\vec{r}_1-\vec{r}_2)+$$

$$+\int\Sigma^{\nu}(\vec{r}_1,\vec{r}',\xi_\ell,T)\mathcal{G}^{\nu}(\vec{r}',\vec{r}_2,\xi_\ell,T)d\vec{r}', \qquad /2/$$

$$\mathcal{G}=\mathcal{G}^{\circ}+\mathcal{G}^{\circ}\Sigma\mathcal{G}=$$



где Σ^{ν} - собственно энергетическая часть при температуре T, $\mathcal{G}^{\circ}$ - функция Грина свободных частиц. Одночастичный спектр системы $\epsilon_\lambda(T)$ определяется полюсами аналитического продолжения $\mathcal{G}^{\nu}(\xi,T)$, т.к. они совпадают с полюсами временной функции Грина $G(\epsilon,T)$ при температуре T[4,5]. Учитывая свойства $\Sigma^{\nu}(\xi)$[6], можно построить, как и в случае $T=0$[7], такой одночастичный гамильтониан $H(T)$, что в представлении его собственных функций $\phi_\lambda(\vec{r},T)$

$$H(T)\phi_\lambda(\vec{r},T)=\epsilon_\lambda(T)\phi_\lambda(\vec{r},T) \qquad /3/$$

$\mathcal{G}_{\lambda\lambda'}(\xi)$ у границы Ферми запишется в виде суммы полюсной и регулярной частей

$$\mathcal{G}_{\lambda\lambda'}(\xi)=a\delta_{\lambda\lambda'}(\xi-\epsilon_\lambda(T))^{-1}+\mathcal{G}^{R}_{\lambda\lambda'}(\xi)=\mathcal{G}^{a}_{\lambda\lambda'}+\mathcal{G}^{R}_{\lambda\lambda'}, \qquad /4/$$

$$a=(1-\partial\Sigma_{\lambda\lambda}/\partial\xi)^{-1}_{\xi=\epsilon_\lambda=\mu}.$$

λ может включать и $\nu=p,n$. $H(T)$ выражается через $\Sigma(\mu,T)$ и через ее производные на поверхности Ферми, аналогично[7]. При $T\to 0$ $\mathcal{G}(\xi,T)$, как и $G(\xi,T)$, переходит в обычную функцию Грина $G(\epsilon)$, а $\epsilon_\lambda(T)$ - в одночастичный спектр $\epsilon_\lambda(T=0)$ обычного одночастичного гамильтониана модели оболочек $H\phi_\lambda=\epsilon_\lambda\phi_\lambda$. Выражая H через Σ согласно[7], имеем:

$$\delta H=H(T)-H(0)=a(\Sigma(T)-\Sigma(0))=a\delta\Sigma \qquad /4a/$$

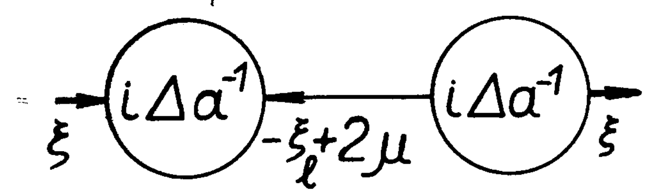
$$\delta\epsilon_\lambda=a\delta\Sigma_{\lambda\lambda},\quad \phi_\lambda(T)=\phi_\lambda(0)+\sum_{\lambda\neq\lambda_1}a\,\delta\Sigma_{\lambda_1\lambda}(\epsilon_{\lambda_1}-\epsilon_\lambda)^{-1}.$$

Подчеркнем, что изменение $\delta\Sigma$ и, следовательно, δH является необходимым следствием перераспределения нуклонов, вызванного изменением температуры.

2. При наличии спаривания $\Sigma^{s}(\xi,T)$ содержит полюсные слагаемые $\Sigma^{k}(\xi_\ell)$

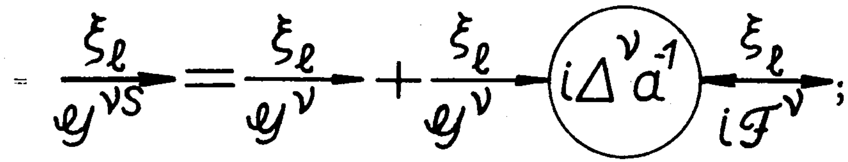
$$\Sigma^{s}(\xi_\ell,T)=\Sigma(\xi_\ell,T)+\Sigma^{k}(\xi_\ell,T),\ \Sigma^{k}(\xi_\ell,T)=$$

$$=-\Delta a^{-1}\mathcal{G}(-\xi_\ell+2\mu)\Delta a^{-1}= \qquad /5/$$



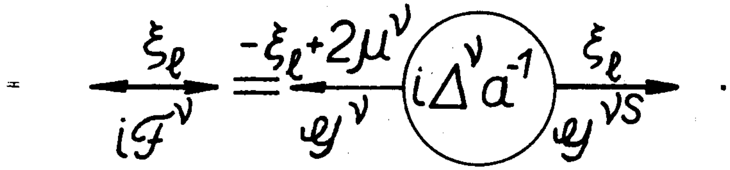
Для описания такой системы вводятся температурные функции Грина $\mathcal{G}^{\nu s}(\xi_\ell,T)$, $\mathcal{F}^{\nu}(\xi_\ell,T)$[4], удовлетворяющие уравнениям

$$\mathcal{G}^{\nu s} = \mathcal{G}^{\nu} - \mathcal{G}^{\nu}(a^{-1}\Lambda^{\nu})\mathcal{F}^{\nu} =$$



/6/

$$\mathcal{F}^{\nu}(\xi_\ell) = \mathcal{G}^{\nu}(-\xi_\ell + 2\mu^{\nu})(a^{-1}\Lambda^{\nu}\mathcal{G}^{\nu s}(\xi_\ell)) =$$



Для аналитического продолжения $\mathcal{G}^{s}(\xi,T)$, $\mathcal{F}(\xi,T)$ получаем в представлении ϕ_λ

$$\mathcal{G}^{s}_{\lambda\lambda'}(\xi,T) = \frac{a\delta_{\lambda\lambda'}}{2E_\lambda(T)}\Big[\frac{E_\lambda(T) - \epsilon_\lambda(T) + \mu^{\nu}(T)}{\xi - \mu^{\nu}(T) + E_\lambda(T)} +$$

$$+ \frac{E_\lambda(T) + \epsilon_\lambda(T) - \mu^{\nu}(T)}{\xi - \mu^{\nu}(T) - E_\lambda(T)}\Big] + \mathcal{G}^{R}_{\lambda\lambda'}(T) \;; \qquad /7/$$

$$\mathcal{F}_{\lambda\lambda'}(\xi,T) = \frac{a\Lambda_{\lambda\lambda}(T)\delta_{\lambda\lambda'}}{2E_\lambda(T)}\Big[\frac{1}{\xi - \mu^{\nu}(T) + E_\lambda(T)} -$$

$$- \frac{1}{\xi - \mu^{\nu}(T) - E_\lambda(T)}\Big], \quad E^2 = \Lambda^2 + (\epsilon_\lambda - \mu)^2 .$$

Согласно определению /4–6/ $\mathcal{G}^{\nu s}(\xi_\ell)$, матрица плотности системы

$$\rho^{\nu}(\vec r, \vec r\,') = T\sum_\ell e^{\xi_\ell 0^+}\mathcal{G}^{s}(\vec r,\vec r\,',\xi_\ell,T) =$$

$$= \int_C d\xi\,(2\pi i)^{-1}\mathcal{G}^{\nu s}(\vec r,\vec r\,',\xi,T)\,e^{\xi 0^+}\Big(1+\exp\frac{\xi-\mu^{\nu}(T)}{T}\Big)^{-1} \equiv \qquad /8/$$

$$\equiv (n(\xi,T)\mathcal{G}^{s}) \;;$$

$$\rho_{\lambda\lambda'}(T) = T\sum_\ell e^{\xi_\ell 0^+}\mathcal{G}^{s}_{\lambda\lambda'}(\xi_\ell) = \int_C d\xi\,(2\pi i)^{-1}\mathcal{G}^{s}_{\lambda\lambda'}(\xi)\,\cdot$$

$$\cdot\, e^{\xi 0^+}\Big(1+e^{\frac{\xi-\mu^{\nu}(T)}{T}}\Big)^{-1} \equiv (n(\xi,T)\mathcal{G}^{s}).$$

Контур интегрирования C изображен на *рис. 1*. Аналогично, для энергии парных корреляций получаем:

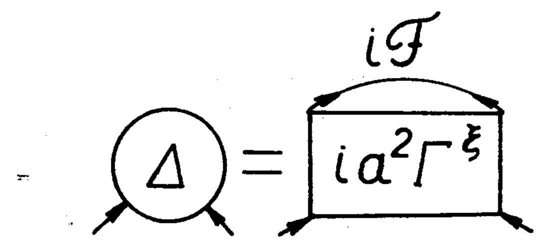
$$\Lambda^{\nu}(\vec r) = -T\sum_\ell\int d\vec r\,'\,a\Gamma^{\nu\xi}(\vec r,\vec r\,')\,e^{\xi_\ell 0^+}\mathcal{F}^{\nu}(\vec r\,',\xi_\ell,T) =$$

$$= -\int_C \frac{d\xi\, d\vec r\,'}{2\pi i}\,a^2\Gamma^{\nu\xi}(\vec r,\vec r\,')\,e^{\xi 0^+}\mathcal{F}^{\nu}(\vec r\,',\xi,T);$$

/9/

$$\Lambda_{\lambda\lambda'}(T) = -T\sum_\ell a\Gamma^{\xi\lambda'\lambda'}_{\lambda\lambda}\mathcal{F}_{\lambda'}(\xi_\ell)\,e^{\xi_\ell 0^+} =$$

$$= -a^2\Gamma^{\xi\lambda\lambda'}_{\lambda\lambda}\frac{\Lambda_{\lambda\lambda'}}{2E_{\lambda'}}\Big(1-\Big(1+\exp\frac{E_\lambda(T)}{T}\Big)^{-1}2\Big)$$



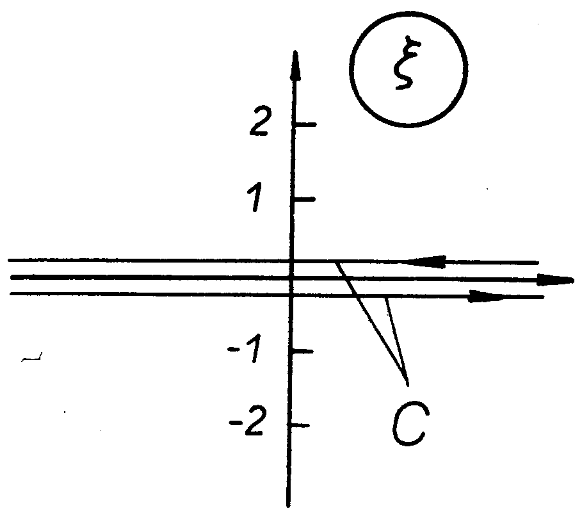


Рис. 1

Изменение ρ, $\mathcal{G}$, Σ, Δ при "нагревании"

1. Изменение среднего значения какой-либо физической величины

$$\delta\langle\hat{q}\rangle = \sum_{\nu} \int \hat{q}\,\delta\rho^{\nu}(\vec{r},\vec{r}\,')d\vec{r},\ \vec{r}\,'\to\vec{r},$$

где $\delta\rho$ - изменение матрицы плотности. Из /8/ следует

$$\tilde{\rho}-\rho=\delta\rho=(\delta n\,\mathcal{G})+(\tilde{n}\,\delta\mathcal{G}),\quad \delta n=\tilde{n}-n,\quad \delta\mathcal{G}=\tilde{\mathcal{G}}-\mathcal{G}\,. \qquad /10/$$

Здесь и в дальнейшем значком ~ над буквами мы отмечаем величины, относящиеся к состоянию при температуре T. Функции ϕ_{λ} диагонализуют полюсную часть $\mathcal{G}$, $\mathcal{F}$ у границы Ферми, а $\tilde{\phi}_{\lambda}$ - $\tilde{\mathcal{G}}$, $\tilde{\mathcal{F}}$. Поэтому $\mathcal{G}$, $\mathcal{F}$ пишем в представлении ϕ_{λ}, а $\tilde{\mathcal{G}}$, $\tilde{\mathcal{F}}$ - в представлении $\tilde{\phi}_{\lambda}$.

Входящая в /10/ $\delta\mathcal{G}$ определяется из уравнения Дайсона. Для систем без спаривания имеем:

$$\delta\mathcal{G}_{\lambda\tilde{\lambda}'}(\xi_\rho)=\mathcal{G}_{\lambda\lambda_1}(\xi_\rho)\,\delta\Sigma_{\lambda_1\tilde{\lambda}_2}(\xi_\rho)\,\tilde{\mathcal{G}}_{\lambda_2\lambda'}(\xi_\rho)=$$
$$=\mathcal{G}^{a}_{\lambda}(\xi_\rho)\,\delta\Sigma_{\lambda\tilde{\lambda}'}(\xi_\rho)\,\tilde{\mathcal{G}}^{a}_{\lambda'}(\xi_\rho)+B^{\lambda\tilde{\lambda}'}_{\lambda_1\tilde{\lambda}_2}\,\delta\Sigma_{\lambda_1\tilde{\lambda}_2}, \qquad /11/$$

где выделено произведение полюсных частей $\mathcal{G}$. В выражении $(\delta n\,\mathcal{G})$ $\mathcal{G}$ можно заменить на $\mathcal{G}^{a}$ т.к. δn отлично от нуля лишь у границы Ферми, а $\mathcal{G}^{R}$ у границы Ферми регулярна. Тогда, используя представления ϕ_{λ}, $\tilde{\phi}_{\lambda}$, запишем $\delta(n\,\mathcal{G})$, $\delta\rho$ в виде

$$\delta(n\mathcal{G})_{\lambda\tilde{\lambda}'}=(\delta n\,\mathcal{G}^{a}_{\lambda})\,\delta_{\lambda\lambda'}+(\tilde{n}\,\mathcal{G}^{a}_{\lambda}\,\delta\Sigma_{\lambda\tilde{\lambda}'}\,\tilde{\mathcal{G}}^{a}_{\lambda'})+$$
$$+(\tilde{n}\,B^{\lambda_1\tilde{\lambda}_2}_{\lambda\tilde{\lambda}'}\,\delta\Sigma_{\lambda_1\tilde{\lambda}_2}) \qquad /12/$$

$$\delta\rho_{\lambda\tilde{\lambda}'}=\int d\vec{r}\,d\vec{r}\,'\,\phi_{\lambda}(\vec{r})\,\delta\rho(\vec{r},\vec{r}\,')\,\tilde{\phi}_{\lambda'}(\vec{r}\,')=\delta_{0}\rho_{\lambda\tilde{\lambda}}\,\delta_{\lambda\lambda'}+$$
$$+(\tilde{n}\,\mathcal{G}^{a}_{\lambda}\,\delta\Sigma_{\lambda\tilde{\lambda}'}\,\tilde{\mathcal{G}}^{a}_{\lambda'})(1-\delta_{\lambda\lambda'})+B^{\lambda\tilde{\lambda}'}_{\lambda_1\tilde{\lambda}_2}\,\delta\Sigma_{\lambda_1\tilde{\lambda}_2}\,. \qquad /13/$$

Здесь в $\delta_0\rho$ мы объединили $(\delta n\,\mathcal{G}^{a})$ и диагональную часть $\mathcal{G}^{a}_{\lambda}\delta\Sigma_{\lambda\tilde{\lambda}'}\tilde{\mathcal{G}}^{a}_{\lambda'}$. Вычисляя интеграл по ξ, получаем

$$\delta_0\rho_{\lambda_1\tilde{\lambda}_2}=a\,\delta_{\lambda_1\lambda_2}\{(1+\exp[(\tilde{\epsilon}_{\lambda}-\tilde{\mu}^{\nu})T^{-1}])^{-1}-$$
$$-\theta(\epsilon_{\lambda}-\mu^{\nu})\}\int\phi_{\lambda_1}\,\tilde{\phi}_{\lambda_2}\,d\vec{r}. \qquad /14/$$

Это есть, с точностью до $(\delta\Sigma)^2$, разность чисел заполнения квазичастиц "нагретого" и невозбужденного ядра.

Произведение $\tilde n \mathcal{G}_\lambda(\xi)\tilde{\mathcal{G}}_{\lambda'}(\xi)$ в /13/ быстро меняется для $\xi\sim\mu$, а $\delta\Sigma$ - плавная функция ξ, поэтому

$$\int_C \frac{d\xi}{2\pi i}\tilde n(\xi)\mathcal{G}^a_{\lambda_1}(\xi)\delta\Sigma_{\lambda_1\tilde\lambda_2}(\xi)\tilde{\mathcal{G}}^a_{\lambda_2}(\xi)\approx$$

$$\approx \delta\Sigma_{\lambda_1\tilde\lambda_2}(\mu)\int_C\frac{d\xi}{2\pi i}\tilde n(\xi)\mathcal{G}^a_{\lambda_1}(\xi)\tilde{\mathcal G}^a_{\lambda_2}(\xi) = \qquad /15/$$

$$=\delta\Sigma_{\lambda_1\tilde\lambda_2}(\mu)[\tilde n(\epsilon_{\lambda_1})-\tilde n(\tilde\epsilon_{\lambda_2})](\epsilon_{\lambda_1}-\tilde\epsilon_{\lambda_2})^{-1}a^2 =$$

$$=\delta\Sigma_{\lambda_1\tilde\lambda_2}(\mu)\tilde{A}_{\lambda_1\tilde\lambda_2}\,a^2 .$$

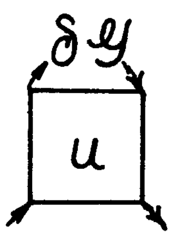
Последний член в /13/

$$\int_C d\xi(2\pi i)^{-1}B^{\lambda\lambda'}_{\lambda_1\tilde\lambda_2}(\xi)\delta\Sigma_{\lambda_1\tilde\lambda_2}(\xi) \qquad /16/$$

не содержит особенностей у поверхности Ферми.

2. Для входящего в эти формулы $\delta\Sigma$ получим

$$\delta\Sigma^{\nu}(\vec r,\xi) = \int_C\frac{d\xi'}{2\pi i}\int d\vec r'\, U^{\nu\nu'}(\vec r,\vec r',\xi,\xi')\delta(\tilde n(\xi)\,\mathcal G^{\nu'}(\vec r',\vec r,\xi'))=$$

$=$ 

/17/

По определению, U не содержит двух линий в вертикальном направлении, т.е. является в этом направлении неприводимым. Поэтому можно пренебречь изменением U при малых изменениях температуры, затрагивающих

лишь состояния у границы Ферми, что и учтено в /17/. Используя /12/, /13/ и произведя обычную в теории конечных Ферми-систем [7] перенормировку, вводя амплитуду рассеяния Γ^ω и полную амплитуду рассеяния квазичастиц Γ,

$$\Gamma^\omega = U+UB\Gamma^\omega,\quad \tilde\Gamma = \Gamma^\omega + \Gamma^\omega\tilde{A}\tilde\Gamma,\quad 1+B\Gamma^\omega = 1/a, \qquad /18/$$

получаем из /17/

$$a\delta\Sigma_{\lambda\tilde\lambda'}(\mu) = \int_C\frac{d\xi}{2\pi i}\Gamma^{\omega\lambda\lambda'}_{\lambda_1\tilde\lambda_2}a(\delta n\mathcal G^a_{\lambda_1}(\xi)\delta_{\lambda_1\lambda_2} +$$

$$+\tilde n\mathcal G^a_{\lambda_1}(\xi)\delta\Sigma_{\lambda_1\tilde\lambda_2}(\xi)\tilde{\mathcal G}^a_{\lambda_2}(\xi)) = \qquad /19/$$

$$=a^2\Gamma^{\omega\lambda_1\tilde\lambda_2}_{\lambda\tilde\lambda'}(\delta_0\rho_{\lambda_1\tilde\lambda_2}a^{-1} + a^2\Gamma^{\omega\lambda_1\tilde\lambda_2}_{\lambda\tilde\lambda'}\tilde{A}_{\lambda_1\tilde\lambda_2}\,a\delta\Sigma_{\lambda_1\tilde\lambda_2}) =$$

$$= a^2\tilde\Gamma^{\lambda_1\tilde\lambda_2}_{\lambda\tilde\lambda'}(\delta_0\rho_{\lambda_1\tilde\lambda_2}a^{-1}).$$

В соответствии с определением Γ^ω через B, U зависимостью Γ^ω от T для рассматриваемых T можно пренебречь, $\tilde\Gamma^\omega = \Gamma^\omega$, т.е. полагать Γ^ω тем же самым, что и при T = 0 в [7]. Подставляя теперь /19/ в /12/, /13/, получаем

$$\delta\rho_{\lambda\tilde\lambda'} = \delta_0\rho_{\lambda\tilde\lambda'}\delta_{\lambda\lambda'}a^{-1} + \tilde{A}_{\lambda\tilde\lambda'}(1-\delta_{\lambda\lambda'})\tilde\Gamma^{\lambda_1\tilde\lambda_1}_{\lambda\tilde\lambda'}\times$$

$$\times(\delta_0\rho_{\lambda_1\tilde\lambda_1}a^{-1})a^2, \qquad /20/$$

$$a\delta(n\mathcal G_{\lambda\tilde\lambda'}) = (\delta n\mathcal G^a_\lambda)\delta_{\lambda\lambda'} + \mathcal G^a_\lambda\delta\Sigma_{\lambda\tilde\lambda'}\tilde{\mathcal G}^a_{\lambda'}. \qquad /21/$$

Энергия Ферми $\tilde{\mu}^{\nu}$ при температуре T, входящая во все формулы, определяется из условия

$$\sum_{\lambda} \delta_0 \rho^{\nu}_{\lambda\tilde{\lambda}} = 0, \qquad \nu = p, n. \qquad /22/$$

Интересующие нас изменения $\delta(n\mathcal{G})$, $\delta\rho$, $\delta\Sigma$, $\delta\mu$ получаются из /14/, /18-22/. Все они могут быть выражены через изменения $\delta_0\rho_{\lambda\tilde{\lambda}}$ и представлены в виде разложения, члены которого содержат степени $\delta_0\rho$. Если воспользоваться малостью $\delta\mu$, $\delta\Sigma$ и пренебречь ими в $\tilde{A}$, то для $\delta\Sigma$, $\delta\rho$, $\delta(n\mathcal{G})$, $\delta\mu$ получим из /19/-/21/ выражения, линейные по $\delta_0\rho_{\lambda\tilde{\lambda}}$. Для самой величины $\delta_0\rho$ в том же приближении имеем

$$\delta_0 \rho_{\lambda\tilde{\lambda}}\, a^{-1} = (1+\exp[(\epsilon_{\lambda} - \mu^{\nu})T^{-1}])^{-1} - \theta(\mu^{\nu} - \epsilon_{\lambda}) +$$

$$+ \theta(\mu^{\nu} - \epsilon_{\lambda} - \delta\epsilon_{\lambda}) - \theta(\mu^{\nu} - \epsilon_{\lambda}) \qquad /23/$$

$$(1+\exp[(\epsilon_{\lambda} - \mu^{\nu})T^{-1}])^{-1} - \theta(\mu^{\nu} - \epsilon_{\lambda}) - \delta(\mu^{\nu} - \epsilon_{\lambda})\delta\epsilon_{\lambda}.$$

Для температур $T \sim 1$ *МэВ* такое приближение можно считать вполне правильным.

3. При наличии в системе парных корреляций сверхпроводящего типа формулы заметно усложняются, но по существу рассмотрение проводится тем же способом. Изменения температурных функций Грина $\mathcal{G}^{s}$, $\mathcal{F}$, собственной энергии Σ и энергии парных корреляций Δ находим из /5/-/9/ и далее, производя перенормировку аналогично /19/-/21/, получаем

$$\delta\rho_{\lambda\tilde{\lambda}'} = \delta_0\rho'_{\lambda\tilde{\lambda}'} + \sum_{\lambda \neq \lambda'} (\tilde{\mathfrak{L}}_{\lambda\tilde{\lambda}'})\, a^2 \Gamma^{\omega\lambda_1\tilde{\lambda}_2}_{\lambda\tilde{\lambda}'} [\delta_0\rho'_{\lambda_1\tilde{\lambda}_2} +$$

$$+ \sum_{\lambda_1 \neq \lambda_2} (\tilde{\mathfrak{L}}_{\lambda_1\tilde{\lambda}_2})\, a\delta\Sigma_{\lambda_1\tilde{\lambda}_2}] =$$

$$= (\delta_{\lambda_3\lambda}\delta_{\lambda_4\lambda'} + (1-\delta_{\lambda\lambda'})(\tilde{\mathfrak{L}}_{\lambda\tilde{\lambda}'})\, a^2 \tilde{\Gamma}^{\lambda\tilde{\lambda}'}_{\lambda_3\lambda_4})\, \delta_0\rho'_{\lambda_3\tilde{\lambda}_4}, \qquad /24/$$

$$\delta_0\rho'_{\lambda\tilde{\lambda}'} = \delta_0\rho_{\lambda\tilde{\lambda}'}\, a^{-1} - \delta\Lambda_{\lambda\tilde{\lambda}'}(\tilde{\mathfrak{N}}_{\lambda\tilde{\lambda}'}) + 2\delta\mu^{\nu} a(\tilde{n}\mathcal{F}_{\lambda}\tilde{\mathcal{F}}_{\lambda'}) \times$$

$$\times \int \phi_{\lambda} \tilde{\phi}_{\lambda'}\, d\vec{r},$$

$$\delta_0\rho_{\lambda\tilde{\lambda}'} = a\delta_{\lambda\lambda'} \{[1 - (\tilde{\epsilon}_{\lambda} - \tilde{\mu}^{\nu})\tilde{E}^{-1}_{\lambda}(1 - 2\tilde{n}(\tilde{E}_{\lambda} + \tilde{\mu}^{\nu}))] -$$

$$-(E_{\lambda} - (\epsilon_{\lambda} - \mu^{\nu}))E^{-1}_{\lambda}\}\, 2^{-1} \int \phi_{\lambda} \phi_{\lambda}\, d\vec{r}, \qquad /25/$$

$$\delta(n\mathcal{G}^{s})_{\lambda\tilde{\lambda}'} = a^{-1}\delta n\mathcal{G}^{sa}_{\lambda} - \delta\Lambda_{\lambda\tilde{\lambda}'}\tilde{\mathfrak{N}}_{\lambda\tilde{\lambda}'} + 2a\delta\mu^{\nu}(\tilde{n}\mathcal{F}_{\lambda}\tilde{\mathcal{F}}_{\lambda'}) \times$$

$$\times \int \phi_{\lambda}\tilde{\phi}_{\lambda'}\, d\vec{r} + \tilde{\mathfrak{L}}_{\lambda\tilde{\lambda}'}\, a\delta\Sigma_{\lambda\tilde{\lambda}'}, \qquad /26/$$

$$a\delta\Sigma_{\lambda\tilde{\lambda}'} = a\int \phi_{\lambda}(\vec{r})\delta\Sigma(\vec{r})\tilde{\phi}_{\lambda'}(\vec{r})\, d\vec{r} = a^2\tilde{\Gamma}^{\lambda\tilde{\lambda}'}_{\lambda_1\tilde{\lambda}_2}\, \delta_0\rho'_{\lambda_1\tilde{\lambda}_2},$$

$$a^2\tilde{\Gamma} = a^2\Gamma^{\omega} + a^2\Gamma^{\omega}(\tilde{\mathfrak{L}})\tilde{\Gamma} a^2. \qquad /27/$$

Здесь $\delta_0\rho$ имеет тот же смысл, что и в /14/. Так же найдем необходимую для дальнейшего величину

$$\delta\rho^{F}_{\lambda\tilde{\lambda}'} = \delta(n\mathcal{F})_{\lambda\tilde{\lambda}'} = \delta n\mathcal{F}_{\lambda}\delta_{\lambda\lambda'} + (n\delta\mathcal{F}_{\lambda\tilde{\lambda}'}) = \qquad /28/$$

$$=\delta_0\rho^F_{\lambda\tilde\lambda}\,\delta_{\lambda\lambda'}+(1-\delta_{\lambda\lambda})\times((\tilde{\mathfrak{L}}^t_{\lambda\tilde\lambda'})a\delta\Sigma_{\lambda\tilde\lambda'}+\delta\Lambda_{\lambda\tilde\lambda'}(\tilde{\mathfrak{N}}^t_{\lambda\tilde\lambda})-$$

$$-2\delta\mu^\nu a(\tilde n\mathfrak{F}_\lambda\tilde{\mathfrak{F}}_{\lambda'})\int\phi_\lambda\tilde\phi_{\lambda'}d\vec r),$$

$$\delta_0\rho^F_{\lambda\tilde\lambda}=(\delta n\mathfrak{F}_\lambda)+(\tilde n\delta\mathfrak{F})_{\lambda\tilde\lambda}=(\tilde\Lambda_{\lambda\lambda}(1-2\tilde n(\tilde E_\lambda+\tilde\mu^\nu))\tilde E^{-1}_\lambda-$$

$$-\Lambda_{\lambda\lambda}E^{-1}_\lambda)\,2^{-1}a\int\phi_\lambda\tilde\phi_\lambda dr'. \qquad /29/$$

Блок $\Gamma^{\xi\to}$ в /9/ неприводим в канале частица-частица, поэтому при вычислении $\delta\Lambda$ можно пренебречь изменением Γ^ξ, т.е. считать Γ^ξ не зависящим от T, если $T\ll\mu$, тогда

$$\delta\Lambda_{\lambda_1\tilde\lambda_2}=\int dr'\phi_{\lambda_1}(\vec r)\delta\Lambda(\vec r)\tilde\phi_{\lambda_2}(\vec r)=-\Gamma^{\xi\lambda\tilde\lambda'}_{\lambda_1\tilde\lambda_2}a\delta(n\mathfrak{F})_{\lambda\tilde\lambda'} \qquad /30/$$

При изменении температуры от 0 до T Λ может меняться существенно, $\delta\Lambda\sim\Lambda$, хотя изменения $\delta\Sigma$, $\delta\mu$ малы, $\delta\Sigma\ll\Sigma$, $\delta\mu\ll\mu$. В формулах /24/-/29/ использованы обозначения:

$$a^2(\tilde{\mathfrak{L}}_{\lambda\tilde\lambda'})=\int_C d\xi/2\pi i\,\tilde n(\xi)[\mathfrak{G}^{sa}_\lambda(\xi)\tilde{\mathfrak{G}}^{sa}_{\lambda'}(\xi)-\mathfrak{F}_\lambda(\xi)\tilde{\mathfrak{F}}_{\lambda'}(\xi)],$$

$$a^2(\tilde{\mathfrak{L}}^t_{\lambda\tilde\lambda'})=\int_C d\xi/2\pi i\,\tilde n(\xi)[\mathfrak{F}_\lambda(\xi)\tilde{\mathfrak{G}}^{sa}_{\lambda'}(\xi)+\mathfrak{G}^{sa}_\lambda(-\xi+2\mu^\nu)\tilde{\mathfrak{F}}_{\lambda'}(\xi)],$$

$$a^2(\tilde{\mathfrak{N}}_{\lambda\tilde\lambda'})=\int_C d\xi/2\pi i\,\tilde n(\xi)[\mathfrak{F}_\lambda(\xi)\tilde{\mathfrak{G}}^{sa}_{\lambda'}(\xi)+\mathfrak{G}^{sa}_\lambda(\xi)\tilde{\mathfrak{F}}_{\lambda'}(\xi)],$$

$$a^2(\tilde{\mathfrak{N}}^t_{\lambda\tilde\lambda'})=\int_C d\xi/2\pi i\,\tilde n(\xi)[\mathfrak{G}^{sa}_\lambda(-\xi+2\mu^\nu)\tilde{\mathfrak{G}}^{sa}_{\lambda'}(\xi)-\mathfrak{F}_\lambda(\xi)\tilde{\mathfrak{F}}_{\lambda'}(\xi)]. \qquad /31/$$

Все эти интегралы легко вычисляются после подстановки $n(\xi)$, $\mathfrak{G}^{sa}$ и $\mathfrak{F}$ аналогично интегралу $\tilde{A}_{\lambda\tilde\lambda'}$ в /15/. $\tilde\mu^\nu$ определяется из /22/, но с $\delta_0\rho$ /25/.

Искомые изменения $\delta\mathfrak{G}$, $\delta\rho$, $\delta\Delta$, $\delta\mu$, $\delta\Sigma$ входят в правые части полученных соотношений, и мы имеем систему уравнений, определяющих эти величины. Можно представить их в виде разложения по степеням вариаций $\delta_0\rho$ /т.е. вариаций чисел заполнения/ и вариаций $\delta_0\rho^F$. При этом сами $\delta_0\rho$, $\delta_0\rho^F$ зависят от температуры не только явно через n, но и через входящие в них $\tilde\mu$, $\tilde\epsilon_\lambda$, Δ, $\tilde\phi_\lambda$. В тех случаях, когда мы хотим ограничиться лишь членами, линейными по $\delta\Sigma$, $\delta\mu$, все формулы существенно упрощаются, аналогично /23/.

Еще раз подчеркнем, что полученные результаты основаны на справедливости предположения, согласно которому все блоки, не содержащие особенностей у границы Ферми U, Γ^ω, Γ^ξ и т.п., не зависят от T при $T\ll\mu$, т.е. изменение распределения нуклонов лишь у поверхности Ферми не меняет этих величин. Поэтому оказалось возможным выразить все изменения $\delta\rho$, $\delta\mathfrak{G}$, δH и т.д. через известный одночастичный спектр и известные параметры Γ^ω, Γ^ξ при $T=0$ без введения новых параметров. Если от этого приближения отказаться, то в формулах при $T\neq0$ возникнут малые комплексные поправки, содержащие δU, $\delta\Gamma^\omega$, $\delta\Gamma^\xi$, что приведет, в частности, к появлению при $T\neq0$ мнимой части у амплитуды рассеяния Γ и у собственно энергетической части Σ на поверхности Ферми.

Энергия возбуждения "нагретого" ядра

1. Метод температурных гриновских функций позволяет корректно вычислить разность $\delta E=\tilde E-E$ между энергией возбуждения ядра $\tilde E$ при температуре T и энергией основного состояния E с последовательным учетом сильного взаимодействия нуклонов, а также изменений всех свойств ядра при "нагревании", в частности изменения одночастичного потенциала H /4а/. Как и до сих пор, мы рассматриваем $T\ll\mu$, что соответствует изменению функции распределения нуклонов лишь у границы Ферми. Разность $\tilde{E}-E$ представим в виде разложения по степеням вариаций $\delta_0\rho$, $\delta_0\rho^F$, используя результаты, полученные в предыдущем разделе.

Энергию системы $\tilde{E}$ при температуре T при наличии парных корреляций можно выразить через $\mathcal{G}^s(\xi_\ell, T)$ и $\Sigma^s(\xi_\ell, T)$, используя тот же метод, каким получено /7,8/ выражение для энергии основного состояния системы без спаривания через G , Σ. При этом используются лишь определение $\mathcal{G}^s(\xi_\ell, T)$, уравнение Дайсона для нее и общий вид гамильтониана исходного двухчастичного взаимодействия. После замены суммы по ℓ интегралом по ξ , $T\sum_\ell \to \int_C d\xi/2\pi i$, аналитического продолжения $\xi_\ell \to \xi$, это выражение для $\tilde{E}$ получается в виде

$$\tilde{E} = \int_C \frac{d\xi}{2\pi i} e^{\xi 0^+} \tilde{n}(\xi)\{1/2 \int d\vec{r}\, \Sigma^s(\vec{r},\xi,T)\mathcal{G}^s(\vec{r},\vec{r}',\xi,T) +$$

$$+ \int d\vec{r}\,(\vec{P}^2/2M)\,\mathcal{G}^s(\vec{r},\vec{r}',\xi,T)\Big|_{\vec{r}\to\vec{r}'} = 1/2(\Sigma^s\tilde{n}\mathcal{G}^s) + ((\vec{P}^2/2M)\tilde{n}\mathcal{G}^s). \qquad /32/$$

2. Дальнейшие вычисления формально близки к проводившимся ранее в работе [9] . Найдем изменение энергии ядра, вызванное изменением температуры от 0 до T:

$$\tilde{E}-E = (\frac{\vec{P}^2}{2M}\delta(n\,\mathcal{G}^s)) + \frac{1}{2}\delta(\Sigma\, n\, \mathcal{G}^s) + \frac{1}{2}(\Sigma^k n\, \mathcal{G}^s). \qquad /33/$$

В системе без парных корреляций член с Σ^k, очевидно, отсутствует. Используя связь U и Σ /18/, получим

$$\delta(\Sigma\, n\, \mathcal{G}^s) = 2(\Sigma\delta(n\ \mathcal{G}^s)). \qquad /34/$$

Из уравнений /5/, /6/, /30/ следует

$$\delta(\Sigma^k n\mathcal{G}^s) = -\delta(\Delta n\ \mathcal{F}) = -2(\Delta\delta(n\ \mathcal{F})). \qquad /35/$$

Тогда из /33/ получаем в представлении ϕ_λ и $\tilde{\phi}_\lambda$

$$\tilde{E}-E = \int_C \frac{d\xi}{2\pi i} e^{\xi 0^+} (\Sigma(\xi,T) + \frac{\vec{P}^2}{2M})_{\lambda\tilde{\lambda}'}\, \delta(n(\xi)\mathcal{G}^s_{\lambda\tilde{\lambda}'}(\xi,T) -$$

$$- \Delta_{\lambda\tilde{\lambda}'}\,\delta\rho^F_{\lambda\tilde{\lambda}'}, \qquad /36/$$

где $\delta(n\,\mathcal{G}^s)$ и $\delta\rho^F$ определяются формулами /26/, /28/, а для системы без спаривания - формулой /21/. Согласно /26/ /или /21//, $\delta(n\mathcal{G}^s)$ имеет резкий максимум на границе Ферми, поэтому плавную функцию $\Sigma(\xi,T)$ можно в /36/ заменить ее разложением по $(\xi-\mu)$, $(\vec{P}^2 - \vec{P}_F^2)$. Тогда вместо $\Sigma + \vec{P}^2/2M$ получаем, как известно из /7/, как раз одночастичный гамильтониан H/3/, для которого, очевидно, $H_{\lambda\lambda'} = \delta_{\lambda\lambda'}\epsilon_\lambda$. $\Delta_{\lambda\lambda'}$ также можно полагать диагональной. Если в $\tilde{E}-E$ мы хотим ограничиться членами, пропорциональными $\delta_0\rho$, $\delta_0\rho^F$ /найти $\delta E/\delta_0\rho$, $\delta E/\delta_0\rho^F$ /, можно не различать ϕ_λ и $\tilde{\phi}_\lambda$, так как учет различия между ϕ_λ и $\tilde{\phi}_\lambda$ приводит, согласно /4а/, к членам, содержащим более высокие степени $\delta_0\rho$. Из /36/ получаем:

$$\tilde{E}-E = \delta^1 E = \epsilon_\lambda \delta_0\rho_{\lambda\lambda} - \Delta_{\lambda\lambda}\delta_0\rho^F_{\lambda\lambda}, \quad \delta E/\delta_0\rho_{\lambda\lambda} = \epsilon_\lambda,$$

$$\delta E/\delta_0\rho^F_{\lambda\lambda} = -\Delta_{\lambda\lambda}. \qquad /37/$$

3. Проще всего получить вторую вариацию $\delta^2 E/\delta_0\rho_{\lambda\lambda}\delta_0\rho_{\lambda'\lambda'}, \delta E/\delta_0\rho^F_{\lambda\lambda}\delta_0\rho^F_{\lambda'\lambda'}$, варьируя $\delta^1 E$ /37/. Используя полученные выше формулы для $\delta\epsilon_\lambda = a\delta\Sigma_{\lambda\lambda}, \delta\Delta_{\lambda\lambda}$, найдем

$$\delta^2 E = a(\Gamma^{\lambda\lambda'}_{\lambda\lambda})_{\delta\epsilon_\lambda=0}\,\delta_0\rho_{\lambda\lambda}\,\delta_0\rho_{\lambda'\lambda'} + \Gamma^{\xi\lambda'\lambda'}_{\lambda\lambda}\,\delta_0\rho_{\lambda\lambda}\,\delta\rho^F_{\lambda\lambda'}. \qquad /38/$$

Последние члены в /37/, /38/ можно объединить, используя соотношение /9/ для Λ. Тогда, с точностью до членов $(\delta_0\rho)^2$ получим

$$\tilde E - E = \delta^1 E + \delta^2 E/2 = \epsilon_\lambda \delta_0\rho_{\lambda\lambda} + 1/2\, a^2 (\tilde\Gamma^{\lambda'\lambda'}_{\lambda\lambda})_{\delta\epsilon_\lambda=0} \times$$

$$\times\, \delta_0\rho_{\lambda\lambda}\,\delta_0\rho_{\lambda'\lambda'} - [\Lambda^2_{\lambda\lambda}E^{-1}_\lambda(1-2\tilde n(E_\lambda+\mu)) - \Lambda^2_{\lambda\lambda}E^{-1}_\lambda]\,2^{-1} \qquad /39/$$

Члены высших порядков в разложении $\tilde E - E$ по вариациям $\delta_0\rho$, $\delta_0\rho^F$ можно найти, вычисляя $\delta^m E$ тем же методом, которым это делалось в [9].

Качественные оценки и обсуждение результатов

1. Из формул для $\delta\rho_{\lambda\tilde\lambda'}$ легко видеть, что изменение среднего значения какой-либо величины при "нагревании" ядра можно представить в виде

$$\delta\langle\hat q\rangle = V_{\lambda\tilde\lambda}[\hat q]\,\delta_0\rho_{\lambda\tilde\lambda}, \qquad /40/$$

где эффективное поле в среде $V[\hat q]$ определяется из уравнения

$$V_{\lambda\tilde\lambda'}[\hat q] = \hat q_{\lambda\tilde\lambda'} + a^2\,\Gamma^{\omega\lambda_1\tilde\lambda_2}_{\lambda\tilde\lambda'}\,\tilde{\mathfrak{L}}_{\lambda_1\tilde\lambda_2}\,V_{\lambda_1\tilde\lambda_2}[\hat q]. \qquad /41/$$

В системе без спаривания $\tilde{\mathfrak{L}}$ заменяется, очевидно, на $\tilde\Lambda$. Численные расчеты по полученным выше формулам

будут выполнены в дальнейшем. Здесь мы проведем в линейном по $\delta_0\rho$ приближении /22/ лишь качественные оценки изменений среднего квадратичного радиуса заряда $\delta\langle r^2\rangle_p / Z$ и квадрупольного момента $\delta\langle Q\rangle$ при отсутствии спаривания, используя квазиклассическое приближение. Мы обсудим в тех же приближениях сдвиг уровней $\delta\epsilon_\lambda$ и влияние члена $1/2a^2\tilde\Gamma^{\lambda\lambda}_{\lambda'\lambda'}\,\delta_0\rho_{\lambda\lambda}\delta_0\rho_{\lambda'\lambda'}$, учитывающего взаимодействие квазичастиц, на связь температуры с энергией возбуждения. При этом мы используем в качестве одночастичного потенциала гармонический осциллятор частоты $h\omega \approx 41A^{-1/3}$ *МэВ* без учета, как обычно в квазиклассике, спин-орбитальной связи $(\lambda - n, \ell, m)$. Для определения $\delta\mu$ получаем из /22/, заменяя суммы по n, ℓ интегралами и учитывая $d\epsilon_{n\ell}/dn \approx 2h\omega$

$$\int_0^\infty d\epsilon \int_0^{\epsilon/h\omega} \ell\, d\ell\, \delta_0\rho(\epsilon)(h\omega)^{-1} = 0. \qquad /42/$$

Подставляя сюда $\delta_0\rho(\epsilon)$ /23/ и применяя обычный прием вычисления интегралов с фермиевской функцией, получаем при $Z = N$

$$\delta\mu = -T^2\pi^2 3\mu + \tilde\Gamma^{\lambda\lambda}_{\lambda_F\lambda_F}\,\delta_0\rho_{\lambda\lambda} \qquad /43/$$

2. В квазиклассическом приближении при $T \ll \mu$ решение уравнения /41/ для $V[r^2(1+\tau_z)/(2Z)]$

$$V^\pm = \frac{r^2}{Z} - f^\pm \frac{h^3\pi^2}{MP_F}\Big[\sum_{\lambda\lambda'}{}' \phi_\lambda\phi^*_{\lambda'}\frac{dn_\lambda}{d\mu}V^\pm - \sum_{n\ell}\frac{\ell}{\pi}|R_{n\ell}|^2 \times$$

$$\times \frac{dn_{n\ell}}{d\mu}V^\pm\Big] \qquad /44/$$

можно представить в виде

$$V^\pm = (r^2Z^{-1} + f^\pm\mu M^{-1}\omega^{-2}Z^{-1})(1+f^\pm)^{-1},\quad V^{p,n} = (V^+ \pm V^-)/2. \qquad /45/$$

Здесь $f^{\pm} = f^{pp} \pm f^{np}$, $f^{+} \approx 1{,}5$, $f^{-} \approx 0{,}5$ - амплитуды рассеяния квазичастиц /7/ , а $V^{p,n}$ - эффективное нейтронное и протонное поле в ядре, соответствующее внешнему полю $V^{\circ} = r^2(1+\tau_z)/2Z$; $R_{n\ell}$ - радиальная осцилляторная квазиклассическая функция. Для вычисления $\delta\langle r^2\rangle_p Z^{-1}$ найдем с учетом /43/

$$\sum_{\lambda} (r^2)_{\lambda\lambda}\, \delta_0 \rho^{p,n}_{\lambda\lambda} \approx 4\int_0^{\infty} d\epsilon \int_0^{\epsilon/\hbar\omega} \ell\, d\ell\, \epsilon M^{-1} \omega^{-2} (2\omega\hbar)^{-1} \approx$$

$$\approx M^{-1}\hbar^{-1}\omega^{-5} [\delta\mu\,\mu^3 + T^2\pi^2\mu^2/2 - \mu^3 \Gamma^{\lambda\lambda}_{\lambda_F\lambda_F}\delta_0\rho_{\lambda\lambda}] \approx \qquad /46/$$

$$\approx T^2\pi^2\mu^2 M^{-1}\hbar^{-3}\omega^{-5}/5 .$$

Тогда из /45/, /46/ получим оценку

$$\delta\langle r^2\rangle_p / \langle r^2\rangle_p = \langle r^2\rangle_p^{-1} \sum_{\lambda,\nu=p,n} V^{\nu}_{\lambda\lambda} [r^2(1+\tau_z)/2Z]\, \delta_0\rho^{\nu}_{\lambda\lambda} \approx$$

$$\approx 0{,}01\, T^2\, \textit{МэВ}^{-2} \sim T^2\mu^{-2}. \qquad /47/$$

Как и следовало ожидать, отношение пропорционально $T^2\mu^2$. При $T \approx 1$ *МэВ* эффект того же порядка, что и от добавления 1 частицы к ядру. С ростом энергии возбуждения $\delta\langle r^2\rangle$ быстро растет и при температуре $T \approx 10$ *МэВ* $\delta\langle r^2\rangle/\langle r^2\rangle \sim 1$, откуда следует, что термодинамическое описание с введением температуры T вообще не применимо для состояний со столь большими энергиями возбуждения, хотя при этом условие $T \ll \mu$ и выполняется. Ядерные силы короткодействующие, поэтому невозможно существование ядра, у которого средний квадратичный радиус сильно отличается от равновесного. Следовательно, используемое нами статистическое описание для состояний с такой большой энергией возбуждения не применимо. Существование такого ядра в статистически равновесном состоянии просто невозможно.

3. Теперь оценим изменение квадрупольного момента $\langle Q\rangle$ заряда деформированного ядра

$$\delta\langle Q\rangle = \delta\langle \sqrt{16\pi/5}\, r^2 Y_2^{\circ}(\vec r/r)\rangle_p = \sqrt{16\pi/5} \sum_{\lambda,\nu=p,n} V^{\nu}_{\lambda\lambda} \times$$

$$\times [r^2 Y_2^{\circ}(1+\tau_z)/2]\, \delta_0\rho^{\nu}_{\lambda\lambda} . \qquad /48/$$

Для эффективного поля $V[\hat Q]$ получаем уравнения, аналогичные /44/, лишь в последнем члене в /44/ ℓ заменится на $\ell/4$, откуда находим

$$V^{\pm} = Y_2^{\circ}(\vec r/r)(a^{\pm} r^2 + b^{\pm}), \quad a^{\pm} = (1+f^{\pm})^{-1} \qquad /49/$$

b не зависит от r.

При деформации ядра β $dn/d\epsilon_{n\ell m} \approx [1-\beta(m^2\ell^{-2} - 3^{-1})](2\hbar\omega)^{-1}$. Как нетрудно видеть, $\delta\langle Q\rangle$ пропорционально

$$\sqrt{16\pi/5}\,(r^2 Y_2^{\circ})_{\lambda\lambda}\, \delta_0\rho^{p,n}_{\lambda\lambda} = 2\sqrt{16\pi/5} \int_0^{\infty} d\epsilon \int_0^{\epsilon/\hbar\omega} d\ell \times$$

$$\times \sum_{m=-\ell}^{\ell} (2\hbar\omega)^{-1} [1-\beta(\frac{m^2}{\ell^2} - \frac{1}{3})] \times \qquad /50/$$

$$\times \int d\vec n\, |Y^m_\ell(\vec n)|^2\, Y_2^{\circ}(\vec n) \int r^2 dr\, |R_{n\ell}|^2\, \delta_0\rho^{p,n}(\epsilon) \approx$$

$$\approx -\frac{\beta T^2\mu^2\pi^2}{50\hbar^3\omega^5 M},$$

где вычисление проведено аналогично /46/. Знак $\delta\langle Q\rangle$ противоположен знаку β, т.е. при "нагревании" деформация всегда уменьшается, форма ядра приближается к сферической. Для $\delta\langle Q\rangle/\langle Q\rangle$, учитывая /50/, аналогично /47/ получим

$$\frac{|\delta\langle Q\rangle|}{\langle Q\rangle} \approx 0{,}01\, T^2 \, (\textit{МэВ})^{-2} \sim T^2\mu^{-2}, \qquad /51/$$

откуда видно, что при $T \sim 10$ *МэВ* $\sim \hbar\omega$ ядро, деформированное в основном состоянии, стало бы сферическим.

4. Энергия как функция T без учета суммы $1/2\,a^2\tilde{\Gamma}^{\lambda\lambda'}_{\lambda\lambda}\,\delta_0\rho_{\lambda\lambda}\delta_0\rho_{\lambda'\lambda'}$ и $\delta\epsilon_\lambda = a^2\tilde{\Gamma}^{\lambda\lambda}_{\lambda\lambda'}\,\delta_0\rho_{\lambda\lambda'}$, т.е. для частиц в заданном поле с учетом лишь спаривания, вычислялась в ряде работ, например[10]. Для вычисления $a^2\delta_0\rho_{\lambda\lambda}\tilde{\Gamma}^{\lambda\lambda'}_{\lambda\lambda}\,\delta_0\rho_{\lambda'\lambda'}$ и $\delta\epsilon_\lambda$ вводим функцию

$$\gamma^{\nu_1\nu_2}_{n\ell}(\vec r) = \int d\vec r_1\,\tilde{\Gamma}^{\nu_1\nu_2}(\vec r,\vec r_1)\,|R^{\nu_2}_{n\ell}(r_1)|^2, \quad (\nu_i = p,n), \qquad /52/$$

для которой в квазиклассическом приближении получим уравнение

$$(1+f^\pm)\gamma^\pm_{n\ell} \approx f^\pm\gamma^\circ_{n\ell} - f^\pm\pi^2 h^3\, P_F^{-1}M^{-1}d/d\mu\int\gamma^\pm_{n\ell}(\vec r_1)\,d\vec r_1\,\times$$

$$\times\sum_\lambda n_\lambda|\phi_\lambda(\vec r)|^2|\phi_\lambda(\vec r_1)|^2, \qquad /53/$$

$$\gamma^\circ_{n\ell}(r) = |R_{n\ell}(r)|^2,\quad \gamma^{pn}_{n\ell} = (\gamma^+_{n\ell} - \gamma^-_{n\ell})\,2^{-1},$$

$$\gamma^{pp}_{n\ell} = \gamma^{nn}_{n\ell} = (\gamma^+_{n\ell} + \gamma^-_{n\ell})\,2^{-1}.$$

В квазиклассическом приближении $\sum_\lambda$ в /53/ можно полагать не зависящей от $\vec r$, $\vec r_1$, поэтому

$$\gamma^\pm(\vec r) = \gamma^\circ(r)\,f^\pm(1+f^\pm)^{-1} + b \qquad /54/$$

/b не зависит от r /. Из /52/-/54/ и /23/ находим следующую оценку суммы

$$1/2\,a^2\tilde{\Gamma}^{\lambda\lambda}_{\lambda'\lambda'}\,\delta_0\rho_{\lambda\lambda}\,\delta_0\rho_{\lambda'\lambda'} = \frac{h^3\,4\pi}{P_F\,M}\sum_{\substack{n\ell,n'\ell'\\ \nu,\nu'}}\ell\ell'\,\delta_0\rho^{\nu}_{n\ell}\,\delta_0\rho^{\nu'}_{n'\ell'}\,\times$$

$$\times\int R^2_{n\ell}(r)\,\gamma^{\nu\nu'}_{n'\ell'}(r)\,dr \sim 10^{-3}A\,(T/\textit{МэВ})^4\,\textit{МэВ}. \qquad /55/$$

При температуре $T \sim 1$ *МэВ* эта величина мала и ее учет, видимо, не влияет существенно. Но с ростом T она растет очень быстро и при $T \sim 5\div7$ *МэВ* становится сравнимой с первым членом в /38/. Это должно приводить к более медленному росту T с энергией возбуждения при больших энергиях, $\tilde{E}-E \sim 300\div500$ *МэВ*. Аналогично пропорциональной T/μ получается и оценка средней величины $\delta\epsilon_\lambda$ - сдвига одночастичных уровней

$$\delta\epsilon_\lambda \sim T\,(T/\mu)\ \textit{МэВ}. \qquad /56/$$

Еще раз подчеркнем, что здесь везде речь идет лишь о приближенных, качественных оценках всех рассматриваемых величин. Эти оценки показывают, что при больших энергиях возбуждения поправки, связанные со взаимодействием частиц и изменением одночастичного потенциала при "нагревании" ядра, являются существенными. Более определенные заключения об изменении свойств ядер при "нагревании" для различных энергий возбуждения можно будет сделать после проведения численных расчетов на основе полученных здесь формул.

В заключение автор благодарит В.К.Игнатовича, А.В.Игнатюка, Ю.Н.Шубина за полезные дискуссии.

Литература

1. *Бете Г. Физика ядра, часть I, Гостехиздат, М., 1948.*
2. *Ландау Л.Д. ЖЭТФ, 1958, 34, с.262.*
3. *Matzubara T. Progr. Theor. Phys., 1955, 14, p. 351.*
4. *Абрикосов А.А., Горьков Л.П., Дзялошинский И.Е. ЖЭТФ, 1959, 36, с. 900.*
   Абрикосов А.А., Горьков Л.П., Дзялошинский И.Е. Методы квантовой теории поля в статистической физике. Физматгиз, М., 1962.
5. *Фрадкин Е.С. ЖЭТФ, 1959, 36, с. 1287.*
6. *Luttinger J.M., Ward J.C. Phys.Rev., 1960, 118, p. 1417.*
   Luttinger J.M. Phys.Rev., 1960, 119, p. 1153; 1961, 121, p. 942.
7. *Мигдал А.Б. Теория конечных Ферми-систем и свойства ядер. "Наука", М, 1965.*
8. *Галицкий В.М., Мигдал А.Б. ЖЭТФ, 1958, 34, с. 139.*
9. *Бунатян Г.Г. ЯФ, 1973, 17, с. 28.*
10. *Sano M., Yamasaki S. Progr. Theor. Phys., 1963, 29, p. 397.*
    Гринь Ю.Т., Струтинский В.М. ЯФ, 1964, 1, с.420.
    Decovski P. et al. Nucl.Phys., 1968, A110, p. 129.
    Игнатюк А.В., Шубин Ю.Н. ЯФ, 1968, 8, с.1135; 1970, 11, с.1012; 1973, 17, с.502.

Рукопись поступила в издательский отдел
14 января 1977 года.
