

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА



B-488

25/4-77

P4 - 10336

1604 / 2-77

С.И.Виницкий, Л.И.Пономарев, И.В.Пузынин,  
Т.П.Пузынина, Л.Н.Сомов

ВЫЧИСЛЕНИЕ УРОВНЕЙ ЭНЕРГИИ

$\mu$ -МЕЗОМОЛЕКУЛ ИЗОТОПОВ ВОДОРОДА  
В АДИАБАТИЧЕСКОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ  
ЗАДАЧИ ТРЕХ ТЕЛ

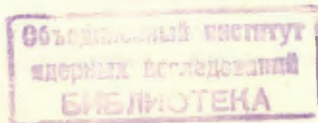
**1976**

P4 - 10336

С.И.Виницкий, Л.И.Пономарев, И.В.Пузынин,  
Т.П.Пузынина, Л.Н.Сомов

ВЫЧИСЛЕНИЕ УРОВНЕЙ ЭНЕРГИИ  
 $\mu$ -МЕЗОМОЛЕКУЛ ИЗОТОПОВ ВОДОРОДА  
В АДИАБАТИЧЕСКОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ  
ЗАДАЧИ ТРЕХ ТЕЛ

Направлено в "Physics Letters"



Виницкий С.И. и др.

P4 - 10336

Вычисление уровней энергии  $\mu$ -мезомолекул изотопов водорода в адиабатическом представлении задачи трех тел

Вычислены энергии связи всех состояний  $\mu$ -мезомолекул  $pp\mu$ ,  $pd\mu$ ,  $pt\mu$ ,  $dd\mu$ ,  $dt\mu$  и  $tt\mu$  с абсолютной точностью  $\sim 0,1$  эВ. Для молекулы  $pd\mu$  приведен подробный расчет.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований  
Дубна 1976

Vinitsky S.I. et al.

P4 - 10336

The Calculation of the Energy Levels of the Hydrogen Isotope  $\mu$ -Molecules in the Adiabatic Representation

The binding energies of all the states of  $\mu$ -mesomolecules  $pp\mu$ ,  $pd\mu$ ,  $pt\mu$ ,  $dd\mu$ ,  $dt\mu$ , and  $tt\mu$  are calculated.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research  
Dubna 1976

1. Вычисление уровней энергии  $\mu$ -мезомолекул водорода представляет интерес по крайней мере в двух отношениях.

Во-первых, знание их необходимо для последовательного описания всей цепочки мезомолекулярных процессов, происходящих при торможении и атомном захвате  $\mu^-$ -мезонов в смеси изотопов водорода. В свою очередь, подробное знание этой цепочки процессов существенно для аккуратной интерпретации экспериментов по изучению слабого взаимодействия  $\mu^-$ -мезонов с ядрами изотопов водорода, а также для вычисления скоростей ядерных реакций синтеза в  $\mu$ -мезомолекулах. /Последний обзор этих процессов содержится в монографии<sup>1/</sup> /.

Во-вторых,  $\mu$ -мезомолекулы являются частным случаем системы трех тел, взаимодействующих по закону Кулона. Расчеты таких систем представляют особый интерес, поскольку они относятся к единственному потенциалу взаимодействия, справедливость и границы применимости которого в атомной физике не вызывают сомнений.

2. Известны два основных метода вычисления энергий связи  $\mu$ -мезомолекул: вариационный и адиабатический /полная библиография таких вычислений вплоть до 1973 г. приведена в обзорах<sup>2/</sup> / . До сих пор в адиабатических расчетах использовалось двухуровневое приближение, и поэтому при нахождении энергий основного состояния мезомолекул их точность  $\sim (m_\mu/M_p)^2$  уступала точности вариационных расчетов. В последнее время, однако, в адиабатическом представлении задачи трех тел разработана последовательная схема вычислений, которая позволяет находить энергии уровней мезомолекул с относительной точностью  $\sim 10^{-4}$  и вы-

ше /3/. В настоящей работе этим методом вычислены энергии всех известных состояний  $\mu$ -мезомолекул изотопов водорода и проведено сравнение полученных значений с наилучшими вариационными расчетами.

3. В адиабатическом представлении волновые функции  $\Psi_{n\tau}(\vec{r}, \vec{R})$  мезомолекулы в состоянии с квантовыми числами  $(n\tau)$  разлагаются по полному набору решений  $\Phi_{jm}(\vec{r}; R)$  задачи двух центров квантовой механики /4/, т.е. по волновым функциям  $\mu^-$ -мезона, движущегося в поле двух закрепленных ядер  $M_a$  и  $M_b$ , удаленных друг от друга на расстояние  $R$ . Для состояний с полной четностью  $\lambda = + (-)^J$  и полным моментом  $J$  это разложение схематически можно представить в виде

$$\Psi_{n\tau}(\vec{r}, \vec{R}) = \sum_j \frac{1}{R} [F_{ja}(\vec{r}; R, \Theta, \Phi) \chi_{ja}(R) + F_{jb}(\vec{r}; R, \Theta, \Phi) \chi_{jb}(R)], \quad /1/$$

где

$$F_{ja}(\vec{r}; R, \Theta, \Phi) = [2(1 + \delta_{om})]^{-1/2} [\Phi_{jm}^{(a)}(\vec{r}; R) D_{mmj}^J(\Phi, \Theta, 0) + \Phi_{j(-m)}^{(a)}(\vec{r}; R) D_{(-m)mj}^J(\Phi, \Theta, 0)], \quad /2/$$

и аналогично для  $F_{jb}(\vec{r}; R, \Theta, \Phi)$ . Здесь  $D_{mmj}^J(\Phi, \Theta, 0)$  - нормированные  $D$ -функции Вигнера /5/,  $\Phi$  и  $\Theta$  - угловые переменные вектора  $\vec{R}$ , соединяющего ядра  $M_a$  и  $M_b$ , а  $\vec{r}$  - радиус-вектор, соединяющий центр отрезка  $R$  и  $\mu^-$ -мезон с массой  $m$ . Функции

$$\Phi_{jm}^{(a)}(\vec{r}; R) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\phi_{jm}^{(g)}(\vec{r}; R) - \phi_{jm}^{(u)}(\vec{r}; R)], \quad /3/$$

$$\Phi_{jm}^{(b)}(\vec{r}; R) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\phi_{jm}^{(g)}(\vec{r}; R) + \phi_{jm}^{(u)}(\vec{r}; R)]$$

выражаются через четное ( $g$ ) и нечетное ( $u$ ) решения задачи двух центров для состояний, задаваемых набором параболических квантовых чисел  $j = [n_1 n_2 m]$  - в случае дискретного спектра и набором  $j = [k n_2 m]$  - в случае непрерывного спектра /по классификации разъединенных атомов /4/. Сумма  $\sum$  включает суммирование по дискретному и интегрирование по непрерывному спектрам

$$\sum_j = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n_2=0}^{\infty} \sum_{n_1=0}^{\infty} + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n_2=0}^{\infty} \int_0^{\infty} dk. \quad /4/$$

/Дополнительные подробности и обсуждение структуры решений можно найти в работе /3/ /.

4. Полная энергия  $E$  мезомолекул и волновые функции  $\chi_{ja}(R)$  и  $\chi_{jb}(R)$  находятся из бесконечномерной системы обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\sum_j \left\{ \left( \frac{d^2}{dR^2} + 2ME \right) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \delta_{ij} - \begin{pmatrix} V_{ia,ja}^J & V_{ia,jb}^J \\ V_{ib,ja}^J & V_{ib,jb}^J \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} \chi_{ja} \\ \chi_{jb} \end{pmatrix} = 0, \quad i = 1, 2, \dots \quad /5/$$

Здесь

$$M = M_0 / m^*, \quad \frac{1}{m^*} = \frac{1}{m} + \frac{1}{4M_0}; \quad \frac{1}{M_0} = \frac{1}{M_a} + \frac{1}{M_b},$$

$M_a \geq M_b$  и  $m_\mu$ - массы ядер  $a$  и  $b$  и  $\mu^-$ -мезона соответственно; все величины в системе уравнений /5/ приведены в единицах  $\hbar = e = m^* = 1$ .

Эффективные потенциалы  $V_{ij}^J(R)$  имеют довольно сложную структуру, их явный вид и асимптотика приведены в работах /6, 7/, а численные значения найдены согласно алгоритмам, изложенным в работах /8, 9/.

Используя параметр малости  $(2M)^{-1}$ , можно найти решение бесконечномерной системы /5/ по теории возмущений, для чего достаточно каждый раз решать только пару связанных уравнений для функций  $\chi_{ja}(R)$  и  $\chi_{jb}(R)$ .

В этом случае вектор-столбец решений  $\{\chi_j\}$  разбивается на пары состояний, причем

$$\{\chi_j\} = \begin{pmatrix} \chi_{1a}^{(0)} \\ \chi_{1b}^{(0)} \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \chi_{2a}^{(1)} \\ \chi_{2b}^{(1)} \\ \vdots \end{pmatrix} + \dots \quad /6a/$$

а полная энергия  $E$  системы трех тел ( $M_a, m, M_b$ ) равна

$$E = E_0 + \epsilon^{(0)} + \epsilon^{(2)} + \dots,$$

$$E_0 = \frac{1}{2M} V_{1a,1a}^J(\infty) = -\frac{m^*}{2} \left(1 - \frac{1+2\kappa}{4M}\right), \quad /6b/$$

$$\kappa = (M_b - M_a) / (M_b + M_a),$$

где  $E_0$  равно энергии изолированного атома ( $M_a, m, \mu$ ) в адиабатическом представлении<sup>/3/</sup>. Значение  $\epsilon^{(0)}$  и функции  $\chi_{1a}^{(0)}$  и  $\chi_{1b}^{(0)}$  нулевого приближения находятся из системы уравнений /5/ при  $i=j=1$ , значение  $\epsilon^{(1)}=0$ , алгоритм вычисления поправок  $\epsilon^{(2)}$  к энергии связи трех тел и поправок  $\chi^{(1)}(R)$  к функциям  $\chi^{(0)}(R)$  подробно изложен в работе<sup>/3/</sup>.

Энергия связи  $\epsilon$  системы трех тел, отсчитанная от основного уровня энергии  $E_a$  изолированного атома тяжелого изотопа водорода, равна /в мезоатомных единицах  $\hbar = e = m_\mu = 1$  /

$$\epsilon = \frac{m^*}{m_\mu} E - E_a, \quad E_a = -\frac{1}{2} \left(1 + \frac{m_\mu}{M_a}\right)^{-1} \quad /7/$$

5. В табл. 1 приведены результаты вычисления энергии связи  $\epsilon$  всех состояний мезомолекул изотопов водорода. Для сравнения даны также значения  $\epsilon^{(0)}$ , най-

Таблица 1а

Энергия связи  $\epsilon_{Jv}$  (эВ) мезомолекул водорода с равными ядрами \*

Мезомолекула	J = 0		J = 1		J = 2	J = 3	Метод расчета
	$v=0$	$v=1$	$v=0$	$v=1$	$v=0$	$v=0$	
pp $\mu$	253,09 <sup>a)</sup>	-	107,23 <sup>e)</sup>	-	-	-	Вариационный
	248	-	102	-	-	-	Адиабатический /10/
	253,12	-	106,26	-	-	-	Данная работа
dd $\mu$	324,27 <sup>a)</sup>	32,76 <sup>a)</sup>	226,55 <sup>c)</sup>	-	-	-	Вариационный
	323	32,9	224	0,7	83,6	-	Адиабатический /10/
	324,97	35,62	226,25	2,32	85,62	-	Данная работа
tt $\mu$	361,4 <sup>b)</sup>	75,2 <sup>b)</sup>	288,72 <sup>c)</sup>	-	-	-	Вариационный
	361	81,4	288	43,1	171	46,7	Адиабатический /10/
	362,87	83,67	288,93	45,01	172,22	48,13	Данная работа

\* При вычислениях использованы значения масс:  $m_\mu = 206,769$ ,  $M_p = 1836,109$ ,  $M_d = 3670,398$ ,  $M_t = 5496,753$  и атомная единица энергии  $\epsilon_0 = 27,2107$  эВ. В этом случае энергии основного состояния мезоатомов р $\mu$ , d $\mu$  и t $\mu$  соответственно равны:  $E_{p\mu} = 2528,43$  эВ,  $E_{d\mu} = 2663,14$  эВ,  $E_{t\mu} = 2711,18$  эВ. Значения  $\epsilon$ , полученные в вариационных расчетах, пересчитаны к новому значению  $\epsilon_0$ . Значения  $\epsilon_{Jv}$ , полученные в работе<sup>/10/</sup>, соответствуют значению  $\epsilon^{(0)}$  данной работы.

a) Carter B.P. Phys.Rev., 1968, 165, 139.

b) Carter B.P. Phys.Rev., 1966, 141, 863.

c) Halpem A. Phys.Rev.Lett., 1964, 13, 660.

Таблица 1б

Энергия связи  $\epsilon_{Jv}$  (эВ) мезомолекул водорода с различными ядрами\*

Мезомолекула	J = 0		J = 1	J = 2	Методы расчета
	$v = 0$	$v = 1$	$v = 0$	$v = 0$	
pd $\mu$	221,28 <sup>a)</sup>	-	-	-	Вариационный
	214	-	89,7	-	Адиабатический <sup>/10/</sup>
	221,48	-	97,90	-	Данная работа
pt $\mu$	213,0 <sup>b)</sup>	-	-	-	Вариационный
	206	-	91,1	-	Адиабатический <sup>/10/</sup>
	213,85	-	100,44	-	Данная работа
dt $\mu$	318,07 <sup>a)</sup>	32,95 <sup>a)</sup>	-	-	Вариационный
	317	31,7	230	99,3	Адиабатический <sup>/10/</sup>
	319,07	34,67	232,23	102,26	Данная работа

\* Энергии связи  $\epsilon_{Jv}$  отсчитываются от уровня энергии основного состояния более тяжелого изотопа водорода, т.е. от уровня  $E_{d\mu}$  для молекулы pd $\mu$  и от уровня  $E_{\mu}$  для молекул pt $\mu$  и dt $\mu$ . Значения  $\epsilon_{Jv}$ , полученные в работе<sup>/10/</sup>, соответствуют значению  $\epsilon^{(0)}$  настоящей работы.

a) Carter B.P. Phys.Rev., 1968, 165, 139.

b) Carter B.P., Phys.Rev., 1966, 141, 863.

денные ранее в двухуровневом приближении<sup>/10/</sup>, а также наилучшие вариационные расчеты. Из приведенного сопоставления видно, что реализованный нами метод не уступает вариационным расчетам<sup>/11,12/</sup> даже при вычислении энергий основного состояния мезомолекул. В случае возбужденных состояний адиабатические расчеты предпочтительнее. В частности, энергию слабо-связанного состояния (J=0, v=0) мезомолекулы dd $\mu$ , которое с помощью вариационных расчетов не удалось даже обнаружить, предлагаемый метод позволяет вычислить с высокой точностью / -10<sup>-5</sup> от глубины эффективных потенциалов  $V_{ij}^J(R)$  /.

Таблица 2

Вклады  $\epsilon_{jj}^{(2)}$  различных состояний  $j = [n_1 n_2 m]$  дискретного спектра задачи двух центров в энергию основного (J=0, v=0) состояния мезомолекулы pd $\mu$ .\*

j	$[n_1 n_2 m]$	$\epsilon_j^{(2)}, 10^{-4}$	$\epsilon_j^{(2)}(\text{эВ})$
2	[100]	-2,44	-1,37
3	[010]	-3,89	-2,19
5	[200]	-0,44	-0,25
6	[110]	-0,68	-0,38
7	[020]	-0,00	-0,00
11	[300]	-0,16	-0,09
12	[210]	-0,27	-0,15
13	[120]	0,00	0,00
14	[030]	0,00	0,00
$\epsilon_{\text{дискр.}}^{(2)} = \sum_{j=2}^{14} \epsilon_j^{(2)}$		-7,87	-4,43

\* Нумерация j соответствует принятой в работе<sup>/3/</sup>. Состояния  $j = [n_1 n_2 m]$  с  $m \neq 0$  не вносят вклада в энергию уровней с J=0. При вычислениях использованы следующие значения масс частиц:  $m_{\mu} = 206,769$ ,  $M_p = 1836,109$ ,  $M_d = 3670,398$ . Мезоатомная единица энергии  $\epsilon_{\mu} = 5626,33$  эВ.

6. Поправка второго порядка  $\epsilon^{(2)}$  к энергии связи включает вклад дискретного и непрерывного спектров задачи двух центров:

$$\epsilon^{(2)} = \epsilon_{\text{дискр.}}^{(2)} + \epsilon_{\text{непр.}}^{(2)}, \quad /8/$$

$$\epsilon_{\text{дискр.}}^{(2)} = \sum_{j=2}^{14} \epsilon_j^{(2)},$$

где

$$\epsilon_{\text{непр.}}^{(2)} = \sum_{n_2=0}^3 \int_0^{\infty} dk \epsilon_{n_2 0}^{(2)}(k), \quad /9/$$

причем для уровней энергии мезомолекул с полным моментом  $J=0$  состояния с  $m \neq 0$  в суммы /8/ вклада не дают. В табл. 2 и 3 приведена нумерация состояний  $j = [n_1 n_2 m]$ , значения  $\epsilon_{n_2 m}^{(2)}$  и  $\epsilon_{n_2 m}^{(2)} = \int_0^{\infty} \epsilon_{n_2 m}^{(2)}(k) dk$

при  $m=0$  для состояния ( $J=0, v=0$ ) мезомолекулы  $\text{pd}\mu$ . По табл. 4 можно проследить относительный вклад различных членов в сумме /6б/ в полную энергию  $E$ . На рис. 1 и 2 представлены волновые функции  $\chi_1^{(0)}(R)$  и

Таблица 3

Вклад  $\epsilon_{n_2 0}^{(2)}$  различных состояний  $j = [k n_2 m]$  непрерывного спектра задачи двух центров в энергию связи состояния ( $J=0, v=0$ ) мезомолекулы  $\text{pd}\mu$

$n_2$	$\epsilon_{n_2 0}^{(2)}, 10^{-4}$	$\epsilon_{n_2 0}^{(2)} (\text{эВ})$
0	-1,67	-0,94
1	-3,03	-1,70
2	-0,71	-0,40
3	-0,08	-0,05
$\epsilon_{\text{непр.}}^{(2)} = \sum_{n_2=0}^3 \epsilon_{n_2 0}^{(2)}$	-5,49	-3,09

поправки  $\chi_j^{(1)}(R)$  от высших состояний дискретного спектра задачи двух центров. Аналогичные поправки  $\chi_{n_2 0}^{(1)}(k, R)$  при различных значениях  $k$  приведены на рис. 3. На рис. 4 и 5 представлены кривые  $\epsilon_{n_2 0}^{(2)}(k)$  и  $\epsilon_j^{(2)}$  при различных значениях  $n_2$  для основного состояния мезомолекулы  $\text{pd}\mu$ .

7. Как известно, второй порядок теории возмущений /реализованный в данной работе/ дает к точной энергии связи основного состояния приближение снизу, в то время как вариационные расчеты дают приближение сверху. Отсюда следует двусторонняя оценка точности проведенных до настоящего времени вычислений энергий связи основного состояния мезомолекул. Из таблицы 1 следует, что она составляет величины порядка долей электрон-вольта.

Следует также отметить удивительно хорошее согласие первых адиабатических расчетов, выполненных в приближении потенциала Морзе /14/, с результатами настоящей работы.

При интегрировании системы уравнений /5/ использован метод вычислений, основанный на непрерывном аналоге метода Ньютона, в форме, реализованной в работах /13/. Шаг разностной сетки при вычислении  $\epsilon^{(0)}$  и  $\chi_1^{(0)}(R)$  был выбран равным  $\Delta R = 0,025$ , а при вычислении  $\epsilon_j^{(2)}$  и  $\chi_j^{(1)}(R)$  - равным  $\Delta R = 0,1$ , что при интер-

вале  $0 \leq R \leq R_m = 60$  обеспечивало относительную точность интегрирования  $\sim 10^{-5} - 10^{-6}$ . При вычислении

вклада от непрерывного спектра величины  $\epsilon_{n_2 m}^{(2)}(k)$  и  $\chi_{n_2 m}^{(1)}(k, R)$  вычислялись с шагом  $\Delta R = 0,1$  по аргументу  $R$  на интервале  $0,1 \leq R \leq 20$  в точках  $k = 0,2(0,1)1(0,2)2(1)10$ . Проведенные исследования точности интегрирования показывают, что точность приведенных значений энергии связи ограничена лишь порядком теории возмущений и может быть улучшена при учете третьего порядка, либо же непосредственным решением полной системы /5/.

Авторам приятно поблагодарить С.С.Герштейна за постоянный интерес к работе и обсуждения.

Таблица 4

Составляющие полной энергии связи основного состояния ( $J=0, v=0$ ) мезомолекулы  $pd\mu$

	м.а.е.	эВ
$E_0$	-0,473250	-2662,66
$\epsilon^{(0)}$	-0,38114	-214,44
$\epsilon^{(2)}$ диск.	-0,000788	-4,43
$\epsilon^{(2)}$ непр.	-0,000549	-3,09
$E$	-0,512700	-2884,62
$E_a$	-0,473335	-2663,14
$\epsilon$	-0,039366	-221,48

Вариационный расчет Carter'a (1968) для полной энергии дает значение  $E = -2884,42$  эВ и соответственно для энергии связи  $\epsilon = -221,28$  эВ при использовании пробной функции с 84 параметрами.

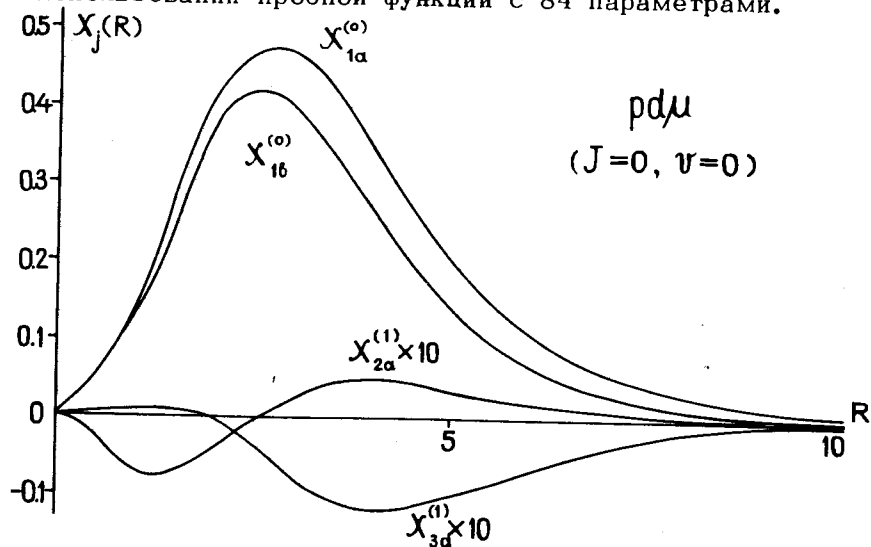


Рис. 1. Волновые функции  $\chi_{1a}^{(0)}(R)$ ,  $\chi_{1b}^{(0)}(R)$  и поправки к ним  $\chi_{2a}^{(1)}(R)$ ,  $\chi_{3a}^{(1)}(R)$ . Видно, что амплитуды поправок на два порядка величины меньше амплитуды функций нулевого приближения.

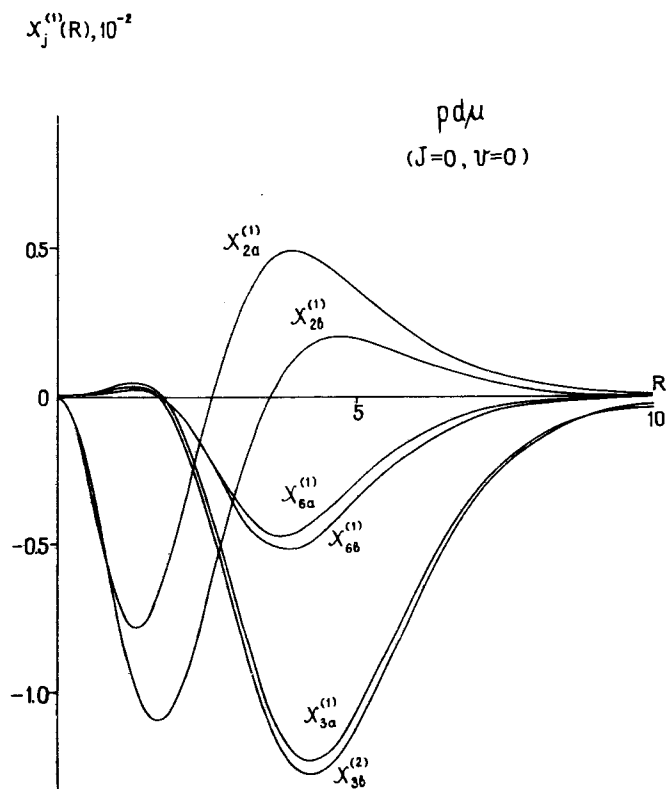


Рис. 2. Поправки первого приближения  $\chi_{ja}^{(1)}(R)$  и  $\chi_{ib}^{(1)}(R)$ , определяющие вклад высших состояний  $i$  дискретного спектра задачи двух центров в полную энергию  $E$  системы трех тел.



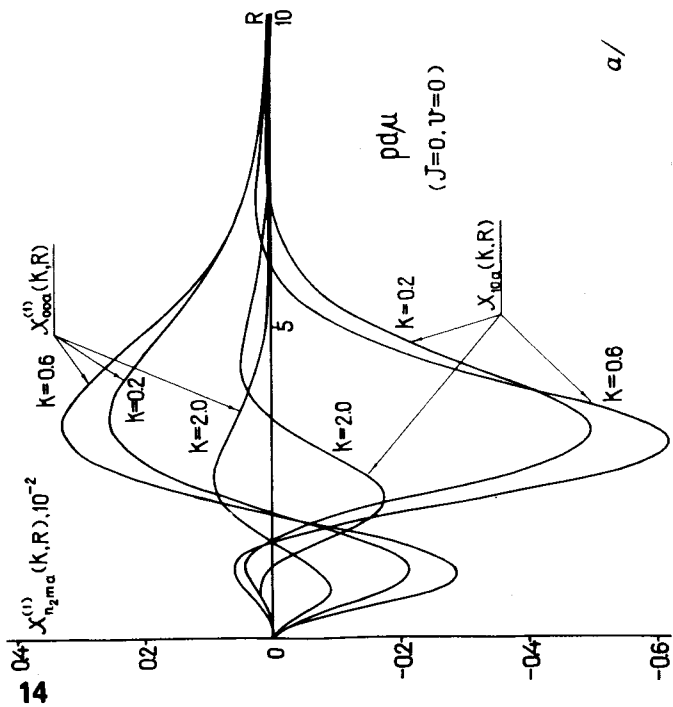


Рис. 3а, б. Поправки первого приближения  $\chi_{n_2 m a}^{(1)}(k, R)$  и  $\chi_{n_2 m b}^{(1)}(k, R)$ , определяющие вклад непрерывного спектра задачи двух центров в полную энергию системы трех тел.

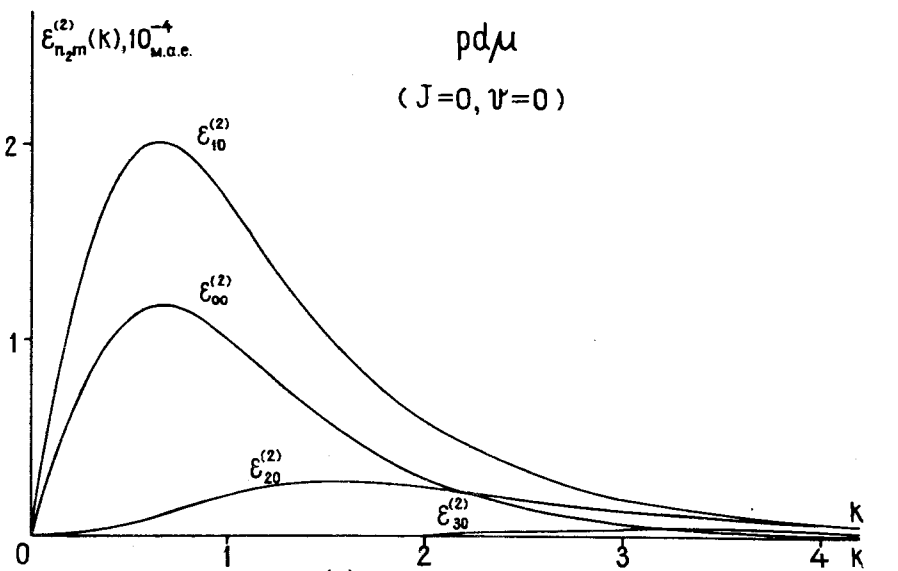
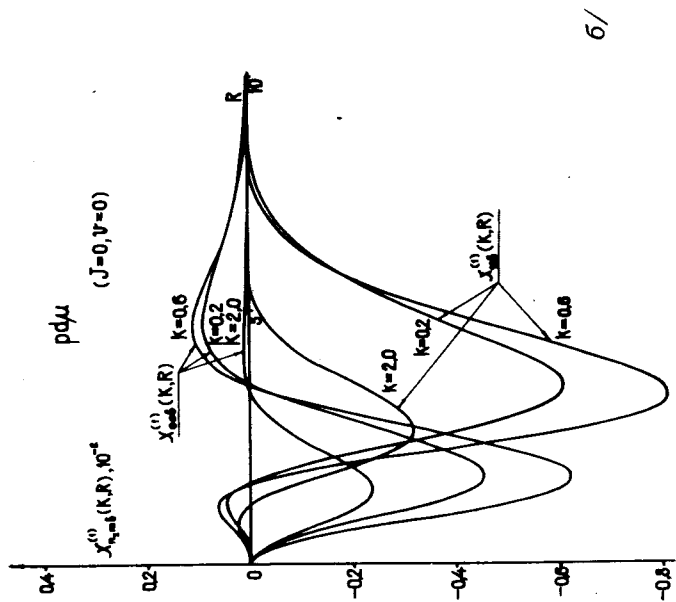


Рис. 4. Функции  $\epsilon_{n_2 m}^{(2)}(k)$ , определяющие вклад непрерывного спектра от состояний с различными значениями  $n_2$ .

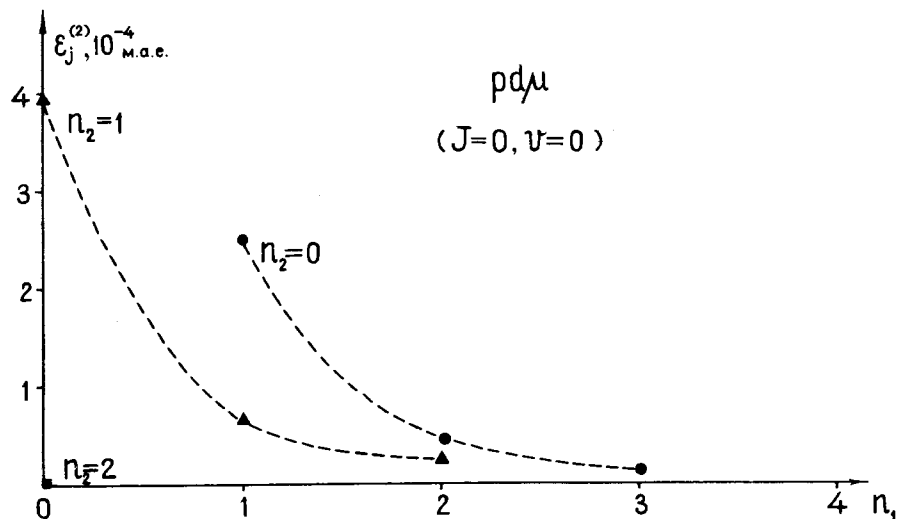


Рис. 5. Значения  $\epsilon_j^{(2)} \equiv \epsilon_{n_1 n_2 m}^{(2)}$ , определяющие вклад дискретного спектра от оболочек с главным квантовым числом  $n_2 = 2, 3, 4$  при  $m = 0$ .

## Литература

1. Muon Physics, Ed. V. Hughes and Wu C.S. Academic Press, New York, 1975.
2. Gerstein S.S., Ponomarev L.I. Mesomolecular processes induced by  $\mu^-$  and  $\pi^-$  mesons. In: Muon Physics, Ed. Hughes V. and Wu C.S., v.III, pp.141-233, Academic Press New York, 1975; Bertin A., Vitale A., Placci A. La Rivista del Nuovo Cimento, 1975, 5, 423-97.
3. Виноцкий С.И., Пономарев Л.И. Препринт ОИЯИ, Р4-9839, Дубна, 1976.
4. Bates D.R., Reid R.H. In: Advances in Atomic and Molecular Physics, v.I. Academic Press, New York, London, 1968; J.D. Power Phil. Trans. Roy. Soc., London, 1973, A274, 663; Комаров И.В., Пономарев Л.И., Славянов С.Ю. Сфероидальные и кулоновские сфероидальные функции, Наука, М., 1976.
5. Nielson H.H. Encyclopedia of Physics, v.37, part 1, p.187, Springer-Verlag, Berlin, 1959.
6. Hunter G., Gray B.F., Prichard H.O.J. Chem. Phys., 1966, 45, 3806; Halpern A. Phys. Rev., 1969, 186, 14.
7. Faifman M.P., Ponomarev L.I., Vinitisky S.I. J. Phys., 1976, B 9, 2255.
8. Пономарев Л.И., Пузынина Т.П. Препринты ОИЯИ, Р4-3405, Дубна, 1966; Р4-5040, Дубна, 1970.
9. Пономарев Л.И., Пузынина Т.П., Сомов Л.Н. Препринт ОИЯИ, Р4-9840, Дубна, 1976.
10. Пономарев Л.И., Пузынин И.В., Пузынина Т.П. ЖЭТФ, 1973, 65, 28.
11. Halpern A. Phys. Rev. Lett., 1964, 13, 660.
12. Carter V.P. Phys. Rev., 1966, 141, 863; 1968, 165, 139.
13. Ponomarev L.I., Puzynin I.V., Puzynina T.P. J. Comp. Phys., 1973, 21, 1; Пономарев Л.И., Пузынин И.В., Пузынина Т.П., Сомов Л.Н. Препринт ОИЯИ, Р4-9915, Дубна, 1976.
14. Беллев В.Б., Герштейн С.С., Захарьев Б.Н., Ломнев С.П. ЖЭТФ, 1959, 37, 1652.

Рукопись поступила в издательский отдел  
28 декабря 1976 года.