

10225

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



10225

ЭКЗ ЧИТ. ЗАЛА

P4 - 10225

И.Н.Кухтина, А.И.Титов, В.И.Фурман

ВЛИЯНИЕ ВНУТРЕННЕЙ СТРУКТУРЫ ДЕЙТРОНОВ
НА ИХ УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ ЯДРАМИ

1976

P4 - 10225

И.Н.Кухтина, А.И.Титов, В.И.Фурман

ВЛИЯНИЕ ВНУТРЕННЕЙ СТРУКТУРЫ ДЕЙТРОНОВ
НА ИХ УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ ЯДРАМИ

ОИЯИ
БИБЛИОТЕКА

Кухтина И.Н., Титов А.И., Фурман В.И.

P4 - 10225

Влияние внутренней структуры дейтронов на их упругое
рассеяние ядрами

Упругое рассеяние и расщепление дейтронов на ядрах рассмотрено с помощью нуклон-ядерных оптических потенциалов для энергий дейтронов, существенно больших их энергии связи. С помощью модифицированного метода связанных каналов проведены численные расчеты для упругого рассеяния дейтронов на ядрах ^{12}C и ^{40}Ca .

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований
Дубна 1976

Kukhtina I.N., Titov A.I., Furman W.I.

P4 - 10225

The Influence of the Internal Deuteron Structure
on the Elastic Scattering of Deuterons by Nuclei

The deuteron elastic scattering and desintegration of deuterons by nuclei are considered in terms of the nucleon-nucleus optical potentials. For the energy of deuterons much greater than their binding energy the problem may be reduced to the investigation of the motion of the point deuteron in the deformed nuclear potential. This depends both on coordinates of the centre-of-mass deuteron and on its internal coordinates. Using the modified couple-channel method the numerical calculations have been done for the deuteron elastical scattering on ^{12}C and ^{40}Ca nuclei.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research

Dubna 1976

1. В настоящее время расчеты упругого рассеяния дейтронов на ядрах в основном проводятся в рамках оптической модели с использованием дейтрон-ядерных оптических потенциалов. Следующим шагом на пути исследования механизма взаимодействия дейтронов с ядрами является рассмотрение упругого рассеяния дейтронов в терминах нуклон-ядерных взаимодействий. Первые шаги в этом направлении сделаны в работах ^{/1,2/}. Здесь была предложена простая модель дифракционного взаимодействия дейтронов с ядрами, которая позволила свести задачу рассеяния дейтронов к неупругому рассеянию точечной частицы в несферическом потенциале.

В работе ^{/3/} амплитуда упругого рассеяния дейтронов была представлена через амплитуду упругого рассеяния нуклонов на ядре, путем разложения полной "трехчастичной" амплитуды дейтрон-ядерного рассеяния в итерационный ряд по "двухчастичным амплитудам" нуклон-ядерного рассеяния, причем в расчетах ограничивались второй итерацией. Двухчастичные амплитуды представлялись в рамках дифракционной модели с плавным обрезанием ядерной поверхности. Такое рассмотрение упругого рассеяния дейтронов содержит ряд теоретических ограничений, к тому же полученное авторами согласие с экспериментом не является вполне убедительным.

В работе ^{/4/} упругое рассеяние дейтронов на ядрах было рассмотрено на основе оптических потенциалов, описывающих упругое рассеяние протонов и нейтронов на тех же ядрах. В данной работе этот подход ^{/4/} рассмотрен более детально теоретически и проведены численные расчеты для случаев упругого рассеяния дейтронов

на ядрах ^{40}Ca и ^{12}C . Основное приближение в нашем подходе - использование адиабатичности по внутреннему движению нуклонов в дейтроне - выполняется тогда, когда кинетическая энергия дейтрона много больше его энергии связи. По своему духу наше рассмотрение близко к упоминавшимся работам ^{1,2/}, однако отличие состоит в том, что здесь амплитуда реакции находится путем решения системы связанных уравнений Шредингера и, таким образом, отсутствуют характерные для дифракционных моделей приближения /например, условие $kR \gg 1$ /. В целом оба подхода должны дополнять друг друга в исследовании механизма взаимодействия дейтронов с ядрами.

2. Квантовомеханическая задача рассеяния дейтрона в поле ядра заключается в решении уравнения Шредингера:

$$(T_{\vec{r}} + T_{\vec{\rho}} + V(\vec{\rho}) + V(\vec{r}, \vec{\rho}) - E_0) \Psi_{\vec{k}}(\vec{r}, \vec{\rho}) = 0, \quad /1/$$

где \vec{r} и $\vec{\rho}$ - координаты центра масс дейтрона и относительного движения нуклонов в дейтроне; $T_{\vec{r}}$ - кинетическая энергия движения центра масс; \vec{k} - волновой вектор этого движения; $T_{\vec{\rho}} + V(\vec{\rho})$ - гамильтониан относительного движения нуклонов; $V(\vec{r}, \vec{\rho})$ - потенциал взаимодействия нуклонов с ядром:

$$V(\vec{r}, \vec{\rho}) = V_n(\vec{r} - \frac{1}{2}\vec{\rho}) + V_p(\vec{r} + \frac{1}{2}\vec{\rho}), \quad /2/$$

а V_n, V_p - оптические потенциалы взаимодействия нейтрона и протона с ядром мишени.

Если кинетическая энергия дейтронов много больше энергии относительного движения нуклонов ϵ , то решение уравнения /1/ можно искать в виде ^{4/}:

$$\Psi_{\vec{k}}(\vec{r}, \vec{\rho}) = \tilde{\Psi}_{\vec{k}}(\vec{r}, \vec{\rho}) \Phi(\rho), \quad /3/$$

где $\Phi(\rho)$ - функция относительного движения нуклонов:

$$(T_{\rho} + V(\rho) - \epsilon) \Phi(\rho) = 0, \quad /4/$$

а $\tilde{\Psi}_{\vec{k}}(\vec{r}, \vec{\rho})$ удовлетворяет уравнению:

$$(T_{\vec{r}} + V(\vec{r}, \vec{\rho}) - E) \tilde{\Psi}_{\vec{k}}(\vec{r}, \vec{\rho}) = 0 \quad /5/$$

$$E = E_0 - \epsilon$$

и описывает рассеяние "ориентированных" дейтронов в поле ядер.

Преобразуем уравнение /5/ с помощью соотношений

$$\tilde{\Psi}_{\vec{k}}(\vec{r}, \vec{\rho}) = \sum_{\ell \ell' m} 2\pi i e^{i\sigma_{\ell'}} \frac{\phi_{\ell \ell'}^m(\vec{r}, \rho)}{kr} Y_{\ell m}(\hat{r}') Y_{\ell' m}^*(\hat{k}') \quad /6/$$

$$V(\vec{r}, \vec{\rho}) = V_0(r) + \sum_{\lambda > 0} V_{\lambda}(r, \rho) Y_{\lambda 0}(\hat{r}'), \quad /7/$$

где σ_{ℓ} - кулоновские фазы, а штрихи у \vec{r} и \vec{k} указывают на то, что система координат выбрана с осью z, параллельной вектору $\vec{\rho}$.

Тогда для функций $\phi_{\ell \ell'}^m$ получаем систему дифференциальных уравнений:

$$[\frac{\hbar^2}{2m_d} (\frac{d^2}{dr^2} - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2}) - V_0(r) + E] \phi_{\ell \ell'}^m(\vec{r}, \rho) = \sum_{\ell_1 \lambda} V_{\lambda}(r, \rho) \rho_{\ell \ell_1}^{\lambda m} \phi_{\ell_1 \ell'}^m(\vec{r}, \rho)$$

с граничными условиями:

$$\phi_{\ell \ell'}^m(\vec{r}, \rho) = \frac{1}{2} [(F_{\ell} + iG_{\ell}) \delta_{\ell \ell'} + S_{\ell \ell'}^m(\rho) (F_{\ell} - iG_{\ell})], \quad /9/$$

где

$$\rho_{\ell \ell'}^{\lambda m} = [\frac{\lambda \ell'}{4\pi \ell}]^{1/2} \langle \lambda 0 \ell' m | \ell m \rangle \langle \lambda 0 \ell' 0 | \ell 0 \rangle \quad /10/$$

$$\hat{I} = 2I + 1.$$

F_{ℓ}, G_{ℓ} - соответственно регулярная и нерегулярная кулоновские функции; $S_{\ell \ell'}^m(\rho)$ - матрица рассеяния, кото-

рая определяет амплитуду рассеяния дейтронов с "замороженной" координатой ρ :

$$f(\vec{k}_i, \vec{k}_f, \rho) = \sum_{\ell \ell' m} \frac{2\pi}{ik} i^{\ell-\ell'} e^{i(\sigma_\ell + \sigma_{\ell'})} (S_{\ell \ell'}^m - \delta_{\ell \ell'}) Y_{\ell m}(\hat{k}_f) Y_{\ell' m}^*(\hat{k}_i) \quad /11/$$

Чтобы получить амплитуду /11/ в системе координат с осью $z \parallel \vec{k}_i$, используем соотношения:

$$Y_{\ell m}(\hat{k}_f) = \sum_{m_1} D_{m_1 m}^\ell(\rho) Y_{\ell m_1}(\hat{k}_i), \quad /12/$$

$$Y_{\ell' m'}^*(\hat{k}_i) = \sum_{m_2} D_{m_2 m'}^{\ell'*}(\rho) Y_{\ell' m_2}^*(\hat{k}_i) \equiv \sqrt{\frac{2\ell'+1}{4\pi}} D_{0m}^{\ell'*}(\rho). \quad /13/$$

Тогда формула /11/ примет вид:

$$f(\vec{k}_f, \rho) = \sum_{\ell \ell' m m_1} \sqrt{\frac{\pi \ell'}{ik}} i^{\ell'-\ell} e^{i(\sigma_\ell + \sigma_{\ell'})} (S_{\ell \ell'}^m(\rho) - \delta_{\ell \ell'}) \times \\ \times D_{m_1 m}^\ell(\rho) D_{0m}^{\ell'*}(\rho) Y_{\ell m_1}(\hat{k}_f). \quad /14/$$

Амплитуда упругого рассеяния дейтрона может быть получена из /14/ усреднением по основному его состоянию:

$$f_{el}(\vec{k}_f) = \langle \Phi_0^d(\rho) | f(\vec{k}_f, \rho) | \Phi_0^d(\rho) \rangle, \quad /15/$$

где $\Phi_0^d(\rho)$ - волновая функция основного состояния дейтрона:

$$\Phi_0^d(\rho) = \sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}} \frac{e^{-\alpha\rho}}{\rho}; \quad \alpha = \sqrt{\frac{m_d \epsilon}{\hbar^2}}; \quad \epsilon = 2,226 \text{ МэВ}. \quad /16/$$

Подставляя /16/, /14/ в /15/, получаем окончательное выражение для

$$f_{el} = \sum_{\ell} \sqrt{\frac{\pi}{\hat{\ell}}} \frac{1}{ik} e^{2i\sigma_\ell} (S_{\ell} - 1) Y_{\ell 0}(\hat{k}_f), \quad /17/$$

где

$$S_{\ell} = 2\alpha \int e^{-2\alpha\rho} S_{\ell}^0(\rho) d\rho. \quad /18/$$

Таким образом, изучение упругого рассеяния дейтронов на ядре сводится к стандартной задаче о связи каналов, т.е. решению системы связанных уравнений /8/ с граничными условиями /9/, причем матрицы рассеяния $S_{\ell \ell'}^m(\rho)$ являются полным аналогом обычной матрицы рассеяния. Дифференциальное сечение определяется квадратом суммы амплитуды /17/ и амплитуды упругого рассеяния дейтрона в кулоновском поле:

$$d\sigma_{el} = |f_{el}(\theta) + f_{coul}(\theta)|^2, \quad /19/$$

где

$$f_{coul}(\theta) = \eta \frac{1}{2k \sin^2 \frac{\theta}{2}} e^{i(2\sigma_0 - \eta \ln \sin \theta/2)} \quad /20/ \\ \eta = \frac{z_T e^2}{\hbar V_d},$$

θ - угол рассеяния; V_d - скорость дейтрона.

3. Настоящий подход к задаче о взаимодействии дейтронов с ядрами имеет то дополнительное преимущество, что он позволяет на единой основе рассматривать как канал упругого рассеяния, так и канал расщепления дейтрона. В последнем случае в выражении для амплитуды /15/ достаточно вместо функции $\Phi_0^d(\rho)$ подставить функцию рассеяния нейтрона на протоне, например, в форме:

$$\Phi_q^d(\vec{\rho}) = e^{i\vec{q}\vec{\rho}} + \frac{1}{iq - \beta} \frac{e^{iq\rho}}{\rho}, \quad /21/$$

где \vec{q} - волновой вектор относительного движения протона и нейтрона в выходном канале. Тогда для амплитуды расщепления получаем аналогично предыдущему выражение:

$$F = \langle \Phi_{\vec{q}}^d(\vec{\rho}) | f(\vec{k}, \vec{\rho}) \Phi_0^d(\vec{\rho}) \rangle = \sum_{\ell \ell' \ell_2 m m_1 i q k} \frac{4\pi}{i} i^{\ell_2 + \ell' - \ell} \times \\ \times \sqrt{\frac{\pi(2\ell_2 + 1)}{2\ell' + 1}} e^{i(\sigma_{\ell} + \sigma_{\ell'})} \tilde{S}_{\ell \ell' \ell_2}^{-m} Y_{\ell m_1}(\hat{k}_i) Y_{\ell_2 - m_1}(\hat{q}) \times \\ \times \langle \ell_2 - m_1 \ell m_1 | \ell' 0 \rangle \langle \ell_2 0 \ell m | \ell' m \rangle, \quad /22/$$

где матричные элементы S - матрицы

$$\tilde{S}_{\ell \ell' \ell_2}^{-m} = \int \rho^2 \chi_0(q\rho) S_{\ell \ell' \ell_2}^m(\rho) \chi_{\ell_2}^*(q\rho) d\rho. \quad /23/$$

Здесь:

$$\Phi_0^d(\vec{\rho}) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \chi_0(\rho); \quad \Phi_{\vec{q}}^d(\vec{\rho}) = \sum_{\ell m} \frac{4\pi i \ell}{q} \chi_{\ell}(q\rho) Y_{\ell m}(\hat{\rho}) Y_{\ell m}^*(\hat{q}).$$

Заметим, что в случае расщепления амплитуда процесса /22/ содержит суммирование по проекциям, в отличие от более простого случая упругого рассеяния.

4. Для выявления влияния внутренних степеней свободы дейтрона в упругом рассеянии был проведен методический расчет сечения /19/. Система уравнений /8/ с граничными условиями /9/ и /10/ решалась стандартным методом с помощью программы SIRIUS, созданной на основе программы KASTOR^{/5/}. Модификации для нашего случая заключались в следующем: во-первых, был заменен блок подсчета матричных элементов потенциала, ответственного за связь каналов. Во-вторых, поскольку для этого потенциала система /8/ не расщепляется на две подсистемы, соответствующие каналам с четными и нечетными ℓ , то, в отличие от указанного в^{/5/}, была написана подпрограмма для решения полной

системы /8/. Заметим, что последнее приводит к существенному увеличению объема вычислений. В-третьих, поскольку для получения интегральной S-матрицы /18/ требуется знание функций $S_{\ell \ell'}^0(\rho)$ до достаточно больших расстояний ρ_{\max} , где благодаря фактору $|\Phi_0^d(\rho)|^2$ обеспечивается эффективная сходимость интеграла /18/, то решение системы уравнений /8/ проводилось для значений параметра ρ в интервале $[0, \rho_{\max}]$ с шагом $\Delta\rho$, гарантирующим заданную точность интеграла /18/. Далее, при решении системы уравнений /8/ необходимо ввести обрезание по числу учитываемых орбитальных моментов $\ell \leq \ell_{\max}$ и по числу связываемых каналов $\lambda \leq \lambda_{\max}$. Оказывается, что вследствие зависимости граничных условий /9/ от параметра ρ , ℓ_{\max} и λ_{\max} также зависят от ρ . Кроме того, точка сшивания r_{\max} внутренних функций с асимптотическим выражением /9/ также оказывается зависящей от величины ρ . Характер сходимости по λ , которая обеспечивается свойствами потенциала $V(\vec{r}, \vec{\rho})$, виден из таблицы, где приведены максимальные значения реальной части матричных элементов $V_{\lambda}(r, \rho)$. Потенциал $V(r, \rho)$ /2/ используем в стандартной Вудс-Саксоновской форме с глубинами реальных частей V_{0n} и V_{0p} , радиусами полуспада $R_{0n} = r_{0n} A^{1/3}$ и $R_{0p} = r_{0p} A^{1/3}$ и диффузностями a_n и a_p . Для мнимых частей - аналогично.

Оптимальным с точки зрения счета оказался следующий выбор параметров обрезания:

$$\lambda_{\max} = 6 \\ r_{\max} = \begin{cases} r_{\max}^0 & (\rho < 5) \\ \rho + 5 & (\rho \geq 5) \end{cases} \quad /24/ \\ \ell_{\max} = 2kR_0 + 0,6\rho.$$

На рис. 1 и 2 показана зависимость реальной и мнимой части матричных элементов $S_{\ell \ell'}^0(\rho)$ от величины ρ . Сплошными кривыми изображены результаты решения полной системы уравнений /8/, а пунктиром - результаты расчетов, когда учитывалась связь каналов только одной четности. Как следует из рисунков, матричные

Таблица 1

Значения реальной части $V_{\lambda}(r, \rho)$ для ядра ^{12}C . $V_{\text{ор}} = 61$ МэВ; $V_{\text{он}} = 56$ МэВ;
 $W_{\text{ор}} = 8$ МэВ; $W_{\text{он}} = 5$ МэВ; $\Gamma_{\text{ор}} = \Gamma_{\text{он}} = 1,14$ ФМ; $\Gamma_{\text{овр}} = \Gamma_{\text{овп}} = 1,14$ ФМ;
 $a_{\text{вр}} = a_{\text{вп}} = 0,5$ ФМ; $\Gamma_{\text{овп}} = \Gamma_{\text{овн}} = 1,14$ ФМ

λ	r_{max}		ρ					
	0	1	2	3	4	5	6	
0	0	0	0	0	0	0	0	
1	0,0034	-0,0118	-0,0118	-0,0003	0,0003	0,00002	-0,00005	
5	0,0085	-0,1199	-0,1199	-0,0051	-0,0271	-0,0026	0,0119	
10	0,0037	-0,1069	-0,1069	0,0041	-0,0651	-0,0021	-0,0337	

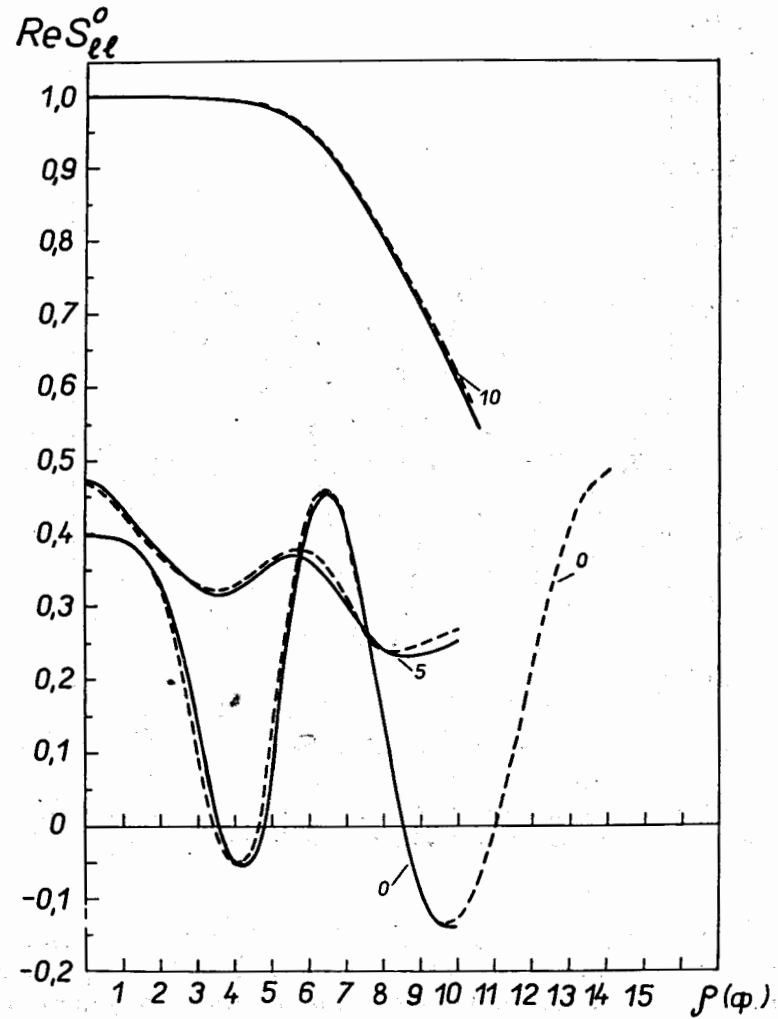


Рис. 1. Зависимость $\text{Re} S_{ll}^0$ от параметра ρ . Цифрами указаны значения l . Сплошные кривые - результаты решения полной системы /8/, пунктир - результаты для случая учета только связи каналов одной четности.

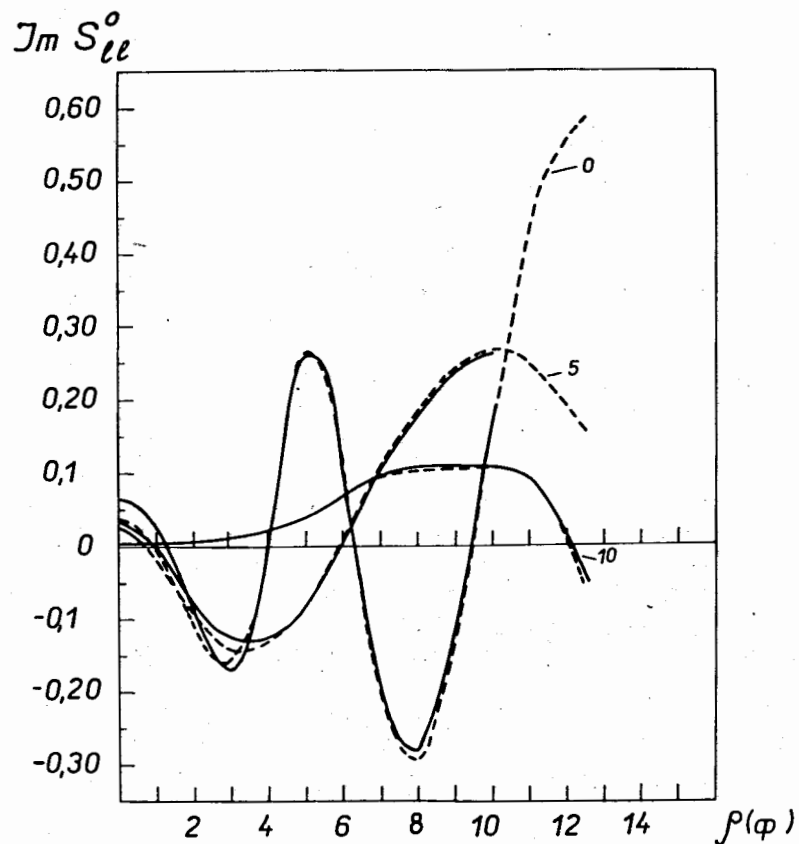


Рис. 2. Зависимость $\text{Im}S_{ll}^0$ от параметра ρ . Остальные обозначения те же, что и на рис. 1.

элементы $S_{ll}^0(\rho)$ для малых l ($l \ll l_0 \approx kR_0$) осциллируют, а с ростом l начинают убывать. Таким образом, обрезание в интеграле /18/ может быть получено лишь за счет функции $|\Phi_0^d(\rho)|$. Из рис. 1 и 2 можно получить еще один полезный вывод - связь каналов неодинаковой четности приводит к относительно небольшому изменению величины $S_{ll}^0(\rho)$, так что можно существенно сократить объем вычислений, учитывая только связь каналов одинаковой четности. Точность этого приближения опре-

деляется разницей между сплошной и пунктирной кривыми на рис. 3 /обозначения те же, что и для рис. 1 и 2/, которые изображают расчетные угловые распределения упругого рассеяния дейтронов на ядре ^{12}C с энергией 25,9 МэВ.

На рис. 4 приведены методические расчеты дифференциальных сечений упругого рассеяния дейтронов углеродом. Пунктир соответствует приближению для потенциала:

$$V(r, \rho) = V_n(r) + V_p(r), \quad /25/$$

т.е. приближению точечного дейтрона. Штрих-пунктир отмечает случай, когда внутренняя структура дейтрона учитывается усреднением нуклонных оптических потенциалов по внутренней волновой функции дейтрона:

$$V(r, \rho) = V_{00}(r) \equiv \langle \Phi_0^d(\rho) | V_n(r, \rho) + V_p(r, \rho) | \Phi_0^d(\rho) \rangle \quad /26/$$

и, наконец, сплошная кривая показывает результат расчета по методу, описанному выше. Из рис. 4 видно, что учет структуры дейтрона на уровне амплитуд приводит к существенному отличию от приближений, не учитывающих связи каналов. Аналогичные результаты получились для рассеяния дейтронов на ядре ^{40}Ca .

В связи с обсуждением этих результатов необходимо заметить, что поскольку мнимая часть оптического потенциала приближенно учитывает эффект всех каналов реакции, то процедура получения мнимой части потенциала $V(r, \rho)$, по формуле /2/ может быть поставлена под сомнение. Возможно, что было бы более последовательно использовать соотношение /2/ только для вещественных частей потенциалов, а мнимую часть $V(r, \rho)$ подобрать феноменологически.

Проведенные нами расчеты носят методический характер и их цель - выявить основные качественные закономерности при учете структуры рассеивающихся частиц. Расчеты довольно громоздки /3 ч для ядра ^{12}C и и около 10 ч для ядра ^{40}Ca /, но они необходимы в качестве первого шага на пути исследования задач такого

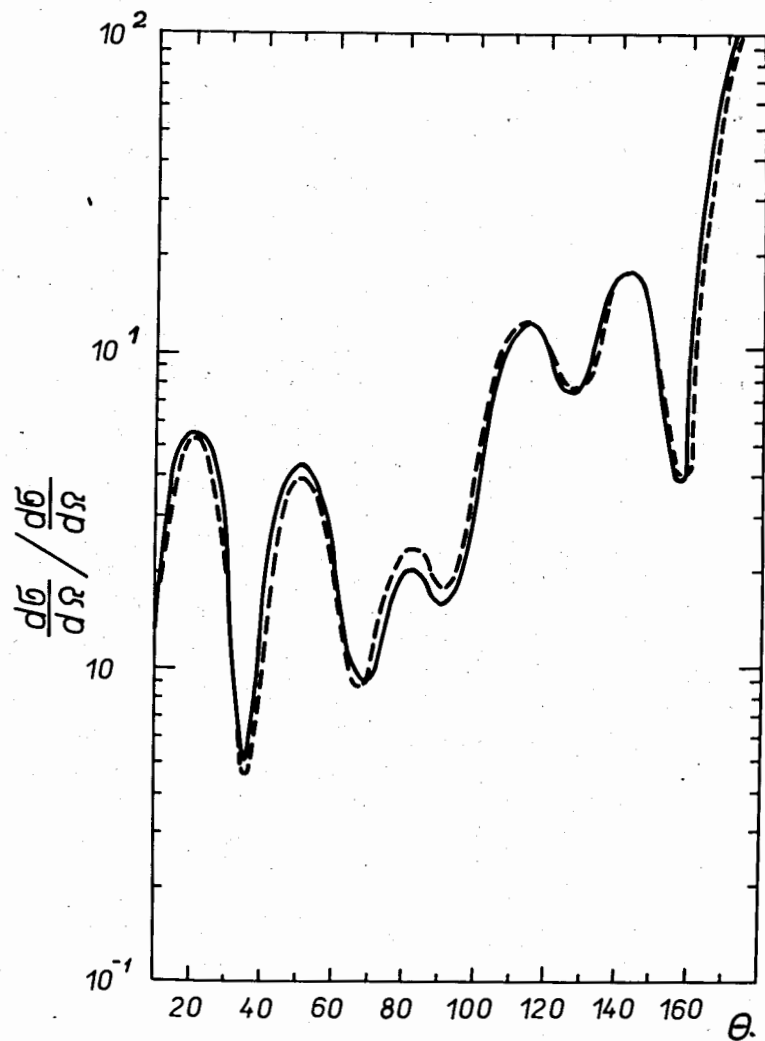


Рис. 3. Дифференциальные сечения упругого рассеяния дейтронов с энергией 25,9 МэВ на ядре ^{12}C . Сплошной кривой показаны результаты расчета с учетом связи всех каналов до $\lambda_{\text{max}}=6$; пунктиром - результаты, когда учитывалась связь каналов с $\lambda=0,2,4,6$.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} / \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

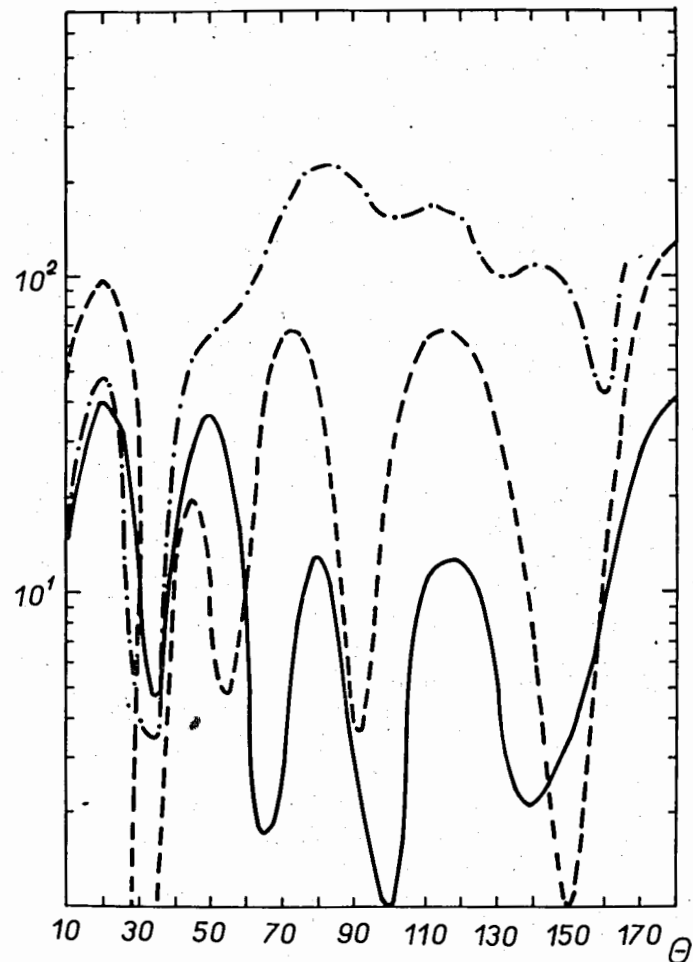


Рис. 4. Сравнение результатов расчетов дифференциальных сечений упругого рассеяния дейтронов на ядре ^{12}C , выполненных различными способами. Сплошная кривая - результат расчета по методу, предложенному в данной работе. Другие две кривые соответствуют расчетам по стандартной оптической модели без связи каналов с оптическим потенциалом дейтрона, взятым в виде суммы оптических потенциалов нейтрона и протона /пунктир/ или в виде той же суммы, усредненной по внутренней волновой функции дейтрона /штрих-пунктир/.

класса, поэтому естественно, что детальные расчеты имеющихся экспериментальных данных - дело ближайшего будущего.

Подводя итог проведенному нами исследованию, можно сделать вывод о важности учета внутренней структуры дейтронов в реакциях упругого рассеяния дейтронов атомными ядрами. Этот учет, по-видимому, также необходим при рассмотрении и других, более сложных реакций с целью извлечения тонких структурных характеристик ядер и особенностей механизма ядерных реакций.

Авторы считают своим приятным долгом поблагодарить С.Г.Кадменского и В.К.Лукьянова за полезные обсуждения.

Литература

1. Ю.А.Бережной, Е.В.Инопин. ЯФ, 6, 1197 /1967/.
2. Ю.А.Бережной, М.В.Евланов. ЯФ, 8, 1151 /1968/.
3. Т.Н.Rinan, М.А.Sharaf. Nucl.Phys., A134, 369, 1969.
4. С.Г.Кадменский, В.И.Фурман. Изв. АН СССР, сер. физ., 32, 288 /1968/.
5. И.Н.Кухтина. Совещание по программированию и математическим методам решения физических задач. стр. 154, ОИЯИ, Д10-7707, Дубна, 1973.

Рукопись поступила в издательский отдел
17 ноября 1976 года.