

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА



СЗ43а

А-941

405/2-77

Г.Н.Афанасьев, М.Б.Добромыслов

7/2-77

P4 - 10187

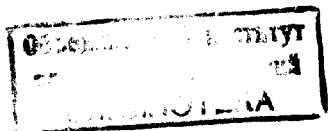
О ПРИМЕНИМОСТИ ПОЛЮСОВ РЕДЖЕ  
ДЛЯ ОПИСАНИЯ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ  
ПРИ НИЗКИХ ЭНЕРГИЯХ

**1976**

P4 - 10187

Г.Н.Афанасьев, М.Б.Добромыслов

О ПРИМЕНИМОСТИ ПОЛЮСОВ РЕДЖЕ  
ДЛЯ ОПИСАНИЯ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ  
ПРИ НИЗКИХ ЭНЕРГИЯХ



Афанасьев Г.Н., Добромислов М.Б.

P4 - 10187

О применимости полюсов Редже для описания ядерных реакций при низких энергиях

На примере точно решаемой модели показано, что неудовлетворительность описания угловых распределений при низких энергиях при помощи полюсов Редже связана с весьма медленным убыванием вычетов  $S$ -матрицы.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований  
Дубна 1976

Afanasiev G.N., Dobromyslov M.B.

P4 - 10187

On the Applicability of the Regge Poles for Description of the Low Energy Nuclear Reactions

Using the exactly solvable model we show that rather poor description of the low energy angular distributions in the frames of the Regge pole theory is due to a very slow decreasing of the  $S$ -matrix residues.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research  
Dubna 1976

1. В литературе существует много работ, посвященных использованию полюсов Редже для описания ядерных реакций при низких энергиях. В первых работах в матрице рассеяния учитывался вклад нескольких полюсов, причём как положение их, так и вычеты матрицы считались подгоночными параметрами. Вклад фонового интеграла не учитывался. Как правило, в этих работах получали удовлетворительное согласие с экспериментом. Однако подобный метод есть просто новая параметризация матрицы рассеяния, которая уже от имеющихся параметризаций отличается тем, что содержит большее число параметров. В ряде работ фоновый интеграл аппроксимируют подходящей непрерывной функцией. В целом все же приходится констатировать, что параметризация матрицы рассеяния с помощью полюсов Редже приводит к худшему согласию с экспериментом, чем обычная прямая параметризация  $S$ -матрицы.

Поэтому представляет интерес исследовать поведение полюсов и вычетов  $S$ -матрицы на примере точно решаемых моделей. Простейшей из них является модель комплексной прямоугольной ямы:

$$V(r) = \begin{cases} -V_0 - iW_0 & r < a \\ 0 & r > a. \end{cases} \quad (1.1)$$

Последующее изложение посвящено анализу свойств полюсов и вычетов  $S$ -матрицы для потенциала (1.1). Параметры потенциала  $V_0 = 74,3$  МэВ,  $W_0 = 18,75$  МэВ,  $a = 5,13$  Фм. Энергия  $E_{ц.м.} = 56$  МэВ.

2. В этом пункте мы приведем основные формулы, используемые при анализе в рамках полюсов Редже. Амплитуда упругого рассеяния

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum (2l+1)(S_l - 1)P_l(\cos\theta). \quad (2.1)$$

Формула (2.1) эквивалентна следующей интегральной:

$$f(\theta) = \frac{1}{4k} \int_C da \frac{(2a+1)P_a(-\cos\theta)}{\sin\pi a} [S(a) - 1],$$

где контур  $C$  охватывает вещественную ось.

Деформируем контур интегрирования по  $a$  в комплексной области таким образом, чтобы он состоял из прямой, параллельной мнимой оси  $(-\frac{1}{2} - i\infty, -\frac{1}{2} + i\infty)$ ,

и замыкался бесконечной полуокружностью, лежащей в правой полуплоскости. Интеграл вдоль этой полуокружности не будет давать вклада, если подынтегральная функция убывает достаточно быстро. В результате у нас останется вклад от интеграла вдоль мнимой оси и вклад от всех полюсов  $S$ -матрицы, которые расположены в правой полуплоскости и которые наш контур пересекает в процессе деформации. Пусть эти полюсы расположены в точках  $a = a_n$  и пусть вычеты  $S$ -матрицы равны в них  $\beta_n$ , тогда вклад полюсных членов в амплитуду рассеяния будет равен

$$\frac{\pi}{2ik} \sum \frac{2a_n + 1}{\sin\pi a_n} \beta_n P_{a_n}(-\cos\theta).$$

Что касается интегрального члена, который обычно называют фоновым интегралом, то он равен

$$-\frac{1}{4k} \int_{-\frac{1}{2} + i\infty}^{-\frac{1}{2} - i\infty} da \frac{d(2a+1)}{\sin\pi a} P_a(-\cos\theta) \cdot (S_a - 1).$$

4

Воспользовавшись соотношением

$$P_a(-\cos\theta) = \frac{\sin\pi a}{\pi} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{(2l+1)}{(a-l)(a+l+1)} P_l(\cos\theta)$$

и приравнявая коэффициенты при  $P_l(\cos\theta)$ , получаем для парциальной  $S$ -матрицы:

$$S_l - 1 = \sum \frac{(2a_n + 1)\beta_n}{(a_n - l)(a_n + l + 1)} + \frac{1}{2i\pi} \int \frac{da(2a+1)}{(a-l)(a+l+1)} [S(a) - 1]. \quad (2.2)$$

3. В случае комплексной прямоугольной ямы (2.1) имеем следующее выражение для  $S$ -матрицы:

$$S_l = -N_l / D_l,$$

где

$$N_l = k_1 a J_{l+3/2}(k_1 a) H_{l+1/2}^{(2)}(ka) - ka J_{l+1/2}(k_1 a) H_{l+3/2}^{(2)}(ka),$$

$$D_l = k_1 a J_{l+3/2}(k_1 a) H_{l+1/2}^{(1)}(ka) - ka J_{l+1/2}(k_1 a) H_{l+3/2}^{(1)}(ka),$$

$$k^2 = \frac{2\mu E}{\hbar^2}, \quad k_1^2 = \frac{2\mu(E + V_0 + iW_0)}{\hbar^2}.$$

Таким образом, необходимо отыскать полюса  $S$ -матрицы в плоскости комплексного углового момента  $l$ , или, что одно и то же, отыскать нули функции  $D_l$ . При этом следует искать нули в верхней правой полуплоскости. Это связано с существованием следующей теоремы /1/:

$$\operatorname{Re} \Lambda \cdot \operatorname{Im} \Lambda > - \operatorname{Im} \frac{\int_0^{\infty} |\phi|^2 V(r) dr}{2 \int_0^{\infty} \frac{|\phi|^2}{r^2} dr},$$

5

где  $\text{Re}\Lambda$ ,  $\text{Im}\Lambda$  - вещественная и мнимая части полюсов  $S$ -матрицы,  $\phi$  - решение уравнения Шредингера

$$\left[ \frac{d^2}{dr^2} + k^2 - \frac{\Lambda^2 - \frac{1}{4}}{r^2} - V(r) \right] \phi = 0.$$

4. Обращаясь теперь к выражению (2.2), замечаем, что несколькими полюсами можно ограничиться только в том случае, когда вычеты  $\beta_n$  достаточно быстро убывают с ростом номера полюса. На рис. 1 показано расположение полюсов в комплексной плоскости угло-

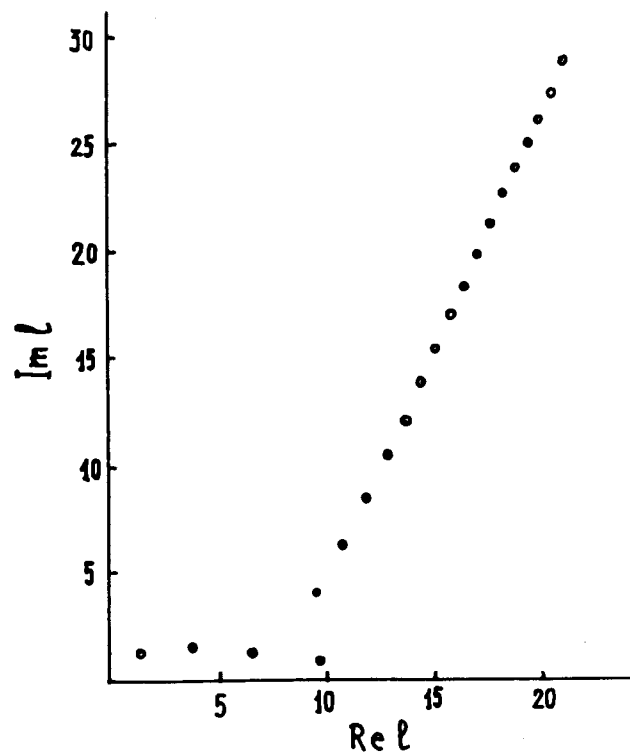


Рис. 1. Расположение полюсов матрицы рассеяния в плоскости комплексного углового момента.

вого момента. При этом они искались в квадрате:

$$(0 \leq \text{Re}\Lambda \leq 30, \quad 0 \leq \text{Im}\Lambda \leq 30).$$

Видно, что при  $\text{Re}\Lambda > 10$  полюса ложатся на прямую линию.

На рис. 2, 3 показаны вещественная и мнимая части вычетов в зависимости от номера полюсов. Видно, что при больших значениях  $n$  вычеты выходят практически на константу. Отсюда следует, что ряд в (2.2) сходится весьма плохо и что явно недостаточно учитывать в сумме несколько (или несколько десятков) полюсов.

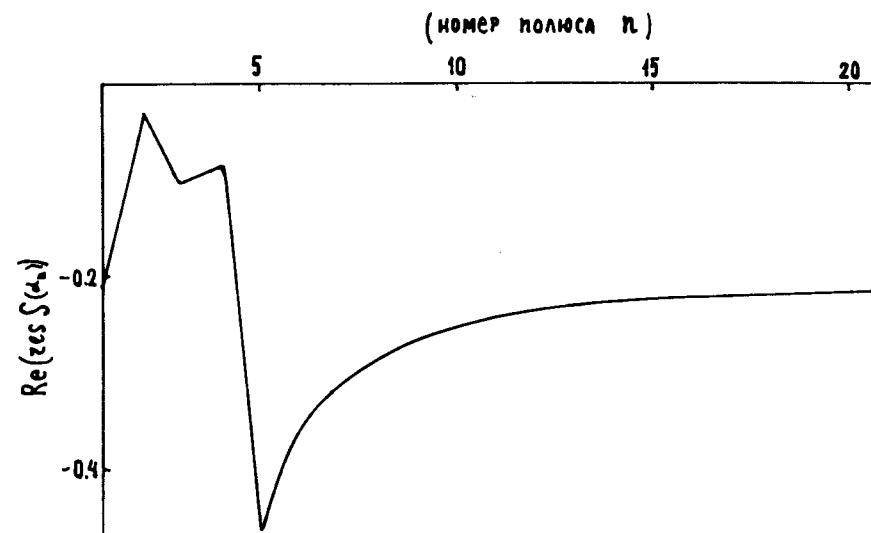


Рис. 2. Реальная часть вычета  $S$ -матрицы как функция номера полюса  $n$ .

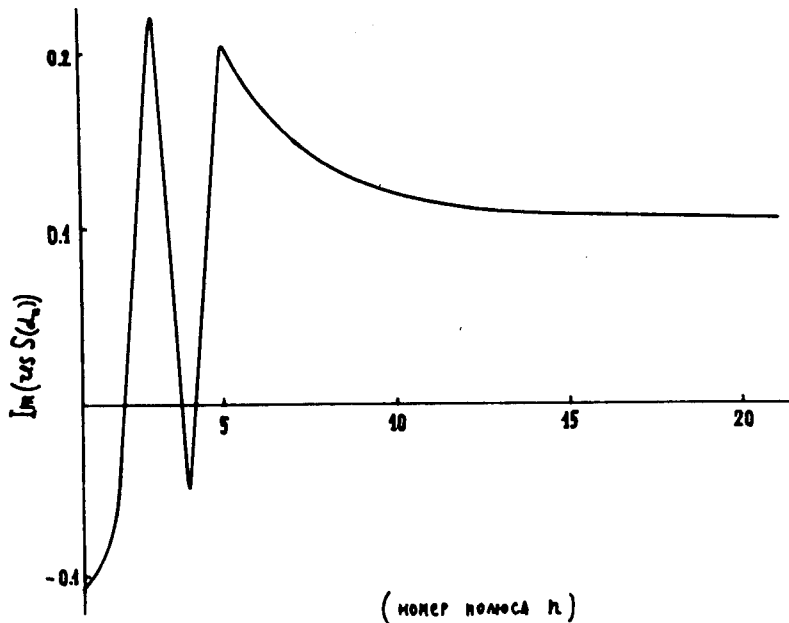


Рис. 3. Мнимая часть вычета  $S$ -матрицы как функция номера полюса  $n$ .

Остается открытым вопрос - связано ли столь медленное убывание вычетов матрицы рассеяния с весьма специальным выбором потенциала? Если это не так, тогда понятной становится безуспешность упомянутых параметризаций  $S$ -матрицы с помощью конечного числа полюсов Редже.

#### Литература

1. R.G.Newton, J.Math.Phys., 3, 867, 1962.

Рукопись поступила в издательский отдел  
25 октября 1976 года.