

10149

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА



ЭКЗ. ЧИТ. ЗА

P4 - 10149

С.А.Карамян

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ ЯДЕР

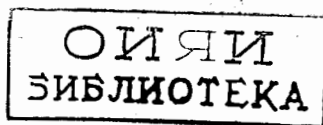
1976

P4 - 10149

С.А.Карамян

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ ЯДЕР

*Направлено в ЯФ*



Карамян С.А.

P4 - 10149

### Термодинамические функции ядер

С использованием значений ядерной температуры, полученных ранее из обработки экспериментальных данных по отношениям  $\Gamma_f/\Gamma_n$  и временам жизни составных ядер, вычислены значения следующих термодинамических функций: термодинамической температуры, характеристической температуры, удельной энтропии и удельной теплоемкости. Расчет основан на применении термодинамических формул моделей Эйнштейна и Дебая, применяющихся обычно для описания теплоемкости твердого тела. Вычислено спектральное распределение энергии возбуждения ядра по частотам. Определен классический предел ядерной теплоемкости.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных реакций ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований  
Дубна 1976

Karamian S.A.

P4 - 10149

### Thermodynamic Functions of Nuclei

Using the values for nuclear temperature obtained previously in processing the experimental data on the  $\Gamma_f/\Gamma_n$  ratios and lifetimes of compound nuclei here were calculated the values for the following thermodynamic functions: thermodynamic temperature, characteristic temperature, specific entropy, and specific heat. The base of the calculation is the use of the thermodynamic formulae of the Einstein and Debye models applied normally to description of the solid state heat capacity. The spectral distribution of the excitation energy over frequencies is calculated. A classical limit is determined for the nuclear heat capacity.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research  
Dubna 1976

## 1. Введение

При переходе к описанию ядерных процессов при энергиях возбуждения  $> 10$  МэВ для средних и тяжелых ядер теория, основанная на вычислении матричных элементов волновых функций индивидуализированных состояний с фиксированными квантовыми числами, заменяется обычно статистическим подходом, при котором вероятности процессов определяются феноменологической плотностью микросостояний на интервал энергии и зависимостью этой "плотности уровней" от углового момента, четности и т.д. Статистический подход близко связан с термодинамическим рассмотрением<sup>/1,2/</sup>, поскольку с помощью формулы  $\ln \rho(U) = S(U)$  возможно перейти от функции плотности уровней  $\rho(U)$  к энтропии  $S(U)$ . Вообще точность перехода к термодинамике всегда определяется числом степеней свободы системы, для ядра это число несравнимо меньше, чем для макроскопических тел, и равно  $3A-3$ , где  $A$  - число нуклонов в ядре. Здесь вычтены три степени свободы, соответствующие поступательно-му перемещению ядра. Возможно, следует вычесть еще также вращательные степени свободы. Однако, как известно, разделение степеней на "тепловые", соответствующие внутреннему возбуждению, колебательные и вращательные является условным, оно справедливо лишь в адиабатическом приближении, которое, вероятно, не выполняется при высоких энергиях возбуждения. В работе<sup>/3/</sup> показано, что включение коллективных степеней свободы существенно увеличивает расчетные значения плотности уровней.

Поскольку число степеней свободы ядра не превышает нескольких сот даже для самых тяжелых ядер, то можно считать естественным, что переход к термодинамике является неточным и можно наблюдать процессы, термодинамически запрещенные, но возможные /хотя и маловероятные/ в статистическом рассмотрении. Доказательство экспериментального наблюдения одного из таких процессов - процесса перехода тепловой энергии возбуждения в потенциальную и затем в коллективную энергию направленного движения /"механизм отрицательной вязкости"/, приведены в работе /4/.

В настоящей работе мы не рассматриваем отклонения от термодинамики. Напротив, поскольку основные черты наиболее вероятных процессов в сильно возбужденных ядрах безусловно неплохо воспроизводятся в термодинамических представлениях о нагретом до температуры  $T$  ядре, здесь ставится задача определения из экспериментальных данных абсолютных значений таких термодинамических функций, как температура, энтропия, теплоемкость, характеристическая температура. Некоторые тепловые свойства ядер рассмотрены в работе /5/, где оценивается, в частности, изменение геометрических размеров ядер и поверхностной энергии в зависимости от температуры. Поскольку увеличение объема ядра с ростом энергии возбуждения пока не зафиксировано экспериментально и, согласно оценкам, не превышает нескольких процентов для энергии возбуждения  $< 100 \text{ МэВ}$ , то мы используем здесь общепринятые приближения малых температур и сохранения объема ядра. В этих приближениях энергия возбуждения ядра, в общем случае соответствующая энтальпии, становится равной тепловой энергии, а теплоемкости при постоянном объеме  $C_V$  и постоянном давлении  $C_P$  равны между собой  $C_V = C_P$ .

В работах /6/ проведен анализ экспериментальных результатов по отношениям делительной и нейтронной ширины  $\Gamma_f/\Gamma_n(U)$  и абсолютным ширинам, определенным из измерения времен жизни составных ядер в реакциях с тяжелыми ионами /7/, для ядер в районе  $Z = 63-85$  при энергиях возбуждения /40-100/ МэВ. Было показано,

что при аппроксимации функции плотности уровней формулой модели с постоянной температурой  $\rho(U) = \exp U/t^*$  удается совместно описать данные для отношений  $\Gamma_f/\Gamma_n(U)$  и абсолютных времен жизни. Было найдено, что для точного воспроизведения экспериментальных данных достаточно ввести два параметра температуры  $t_n = t_c$  - температура ядра после испускания нейтронов, равная температуре составного ядра, и  $t_f$  - температура на барьере деления. Можно было предполагать постоянство  $t_n = t_c = \text{const}$  с изменением энергии  $U$  и слабую линейную зависимость от  $U$  делительной температуры  $t_f \neq t_n$   $t_f = t_f(U_0) + k(U - U_0)$ . Были найдены оптимальные для описания эксперимента численные значения  $t_n$  и  $t_f(U)$ . Эти результаты позволяют решать поставленную задачу определения значений термодинамических функций ядер.

## 2. Основные формулы

В работе /6/ было показано, что формула  $\rho(U) = e^{U/t}$  с постоянной или слабо зависящей от энергии  $U$  температурой  $t$  почти совпадает с формулой для плотности состояний в модели Эйнштейна для теплоемкости твердого

тела  $\rho(U) = e^{\frac{U}{\theta} (1 + \ln \frac{3N\theta}{U})}$ , где  $\theta$  - характеристическая температура,  $3N$  - число степеней свободы системы. Здесь, развивая эту аналогию, мы приравниваем экспериментальную энтропию  $S = \frac{U}{t}$  выражению для энтропии

в модели Эйнштейна  $S = \frac{U}{\theta} (1 + \ln \frac{3N\theta}{U})$  для опреде-

ления основного параметра модели Эйнштейна - характеристической температуры  $\theta$ . При этом отличие экспериментальной функции  $S(U)$  от модельной компенсируется энергетической зависимостью  $\theta(U)$ . При идеальном подобии экспериментальной и модельной функций  $S(U)$

\*Здесь и ниже величины  $\rho(U)$  приведены с точностью до постоянного коэффициента.

величина  $\theta$  должна оставаться постоянной. После определения характеристической температуры  $\theta$  путем решения графическим способом уравнения

$$\theta = t \left( 1 + \ln \frac{3N\theta}{U} \right), \quad /1/$$

были определены другие величины: термодинамическая температура  $T$  и удельная теплоемкость при постоянном объеме  $c_v$  с применением формул /2/ /

$$T = \theta \ln^{-1} \frac{3N\theta}{U}, \quad /2/$$

$$c_v = \frac{U}{N\theta} \ln^2 \frac{3N\theta}{U}, \quad /3/$$

где  $N$  считалось равным массовому числу ядра  $A$ .

В работе /6/ было показано, что модель Дебая для теплоемкости твердого тела дает функцию плотности состояний  $\rho(U) = e^{-a(U/\theta)^{3/4}}$ , которая также не очень сильно отличается от формулы  $\rho(U) = e^{-U/t}$ , применяв-

шейся /6/ для описания экспериментальных данных. Поэтому здесь модель Дебая была также опробована с целью получения термодинамических функций из экспериментальных значений  $t(U)$  и энтропии  $S=U/t(U)$ . Расчеты выполнялись по формулам /1,2/:

$$\theta_d = \frac{(4\pi)^{4/3}}{3 \cdot 5^{1/3}} \left( \frac{N}{U} \right)^{1/3} t^{4/3}, \quad /4/$$

$$T = \frac{1}{\pi} \left( \frac{5U}{3N} \right)^{1/4} \theta_d^{3/4}, \quad /5/$$

$$c_v = \frac{12}{5} \pi^4 \left( \frac{t}{\theta_d} \right)^3, \quad /6/$$

### 3. Ядерная единица теплоемкости

В предыдущем параграфе формулы записаны в ядерных единицах, т.е. энергия  $U$  и параметры температуры  $t$ ,  $T$ ,  $\theta$ ,  $\theta_d$  исчисляются в  $MэВ$ ,  $N$  - в числе нуклонов и масса - в единицах массы нуклона. Поэтому теплоемкость исчисляется в ядерных единицах удельной теплоемкости, равных  $1 MэВ/MэВ \cdot \text{нуклон}$ . Отметим, что  $1 MэВ$  температуры соответствует  $1,16 \cdot 10^{10} \text{град}$ , поэтому ядерная единица удельной теплоемкости равна:

$$1 MэВ/MэВ \cdot \text{нуклон} = 1,96 \text{ кал/г.град}$$

В этих же единицах исчисляется удельная энтропия. Известно, что для всех тел теплоемкость возрастает с увеличением температуры в области малых температур, а затем достигает насыщения для температур, при которых все степени свободы уже разморожены и их число не меняется с энергией. Подобное положение можно ожидать и для ядер. Здесь, поскольку полное число степеней свободы системы можно считать известным /равным  $3A-3$  /, возникает возможность оценить классический предел удельной теплоемкости ядер. Предполагая, что все степени свободы возбуждены равномерно, можно считать, что приращение энергии, деленное на число степеней свободы, дает приращение температуры

$$\frac{\Delta U}{3(A-1)} = \Delta T, \quad /8/$$

следовательно,

$$c_{\text{lim}} = \frac{1}{A} \frac{\Delta U}{\Delta T} = 3(1-A^{-1}), \quad /9/$$

т.е. предельная удельная теплоемкость ядерного вещества равна 3 ядерным единицам или  $c_{\text{lim}} = 5,87 \text{ кал/г.град}$ .

### 4. Результаты вычислений и обсуждение

С использованием результатов работы /6/ для численных значений нейтронной и делительной температур

$t_n$  и  $t_f$  были вычислены значения термодинамической температуры  $T_n$  и  $T_f$ , характеристической температуры  $\theta_n$  и  $\theta_f$ , а также удельной энтропии  $s$  и удельной теплоемкости  $c_v$  для ядер после испарения нейтронов и для ядер на вершине барьера деления. Результаты показаны на рис. 1-3 в виде зависимостей перечисленных термодинамических функций от энергии возбуждения  $U = E^* - B_n$  и  $U_f = E^* - B_f$  в диапазоне 40-100 МэВ для ядер  $^{149}\text{Eu}$ ,  $^{175}\text{Ta}$ ,  $^{191}\text{Au}$  при использовании формул модели Эйнштейна. Видно, что термодинамическая температура  $T$  несколько превышает экспериментальную температуру  $t$  и растет с увеличением энергии возбуждения, даже при строго постоянном значении  $t$ . Характеристические температуры  $\theta_n$  и  $\theta_f$  для всех ядер и во всем диапазоне энергий имеют величину от 3 до 4,5 МэВ. Делительная характеристическая температура  $\theta_f$  обычно несколько ниже нейтронной  $\theta_n$  и очень слабо меняется в зависимости от энергии возбуждения. Степень постоянства характеристической температуры является мерой соответствия реального /модель/ /поведения ядер термодинамическим формулам по Эйнштейну. На рис. 1-3 показана также зависимость удельной энтропии и теплоемкости от энергии в единицах кал/г.град. Величины энтропии являются экспериментальными и не связаны с применением каких-либо модельных термодинамических формул. Видно, что при той же самой энергии делительная энтропия всегда слегка превышает нейтронную. Рост энтропии с энергией для нейтронного канала - линейный, для делительного - более слабая функция. Удельная теплоемкость быстро растет в интервале энергии возбуждения от 40 до 100 МэВ от 1,5 до 2,7 кал/г.град и мало меняется от ядра к ядру.

Подобные зависимости были получены также при использовании для термодинамики ядра формул модели Дебая. Эти результаты показаны на рис. 4-6. Поведение всех функций оказывается не сильно отличающимся от приведенных выше. Однако дебаевская характеристическая температура /рис. 4-6/ примерно в 2 раза, а удельная теплоемкость в 1,5 раза выше, чем характеристическая температура и удельная теплоемкость в модели

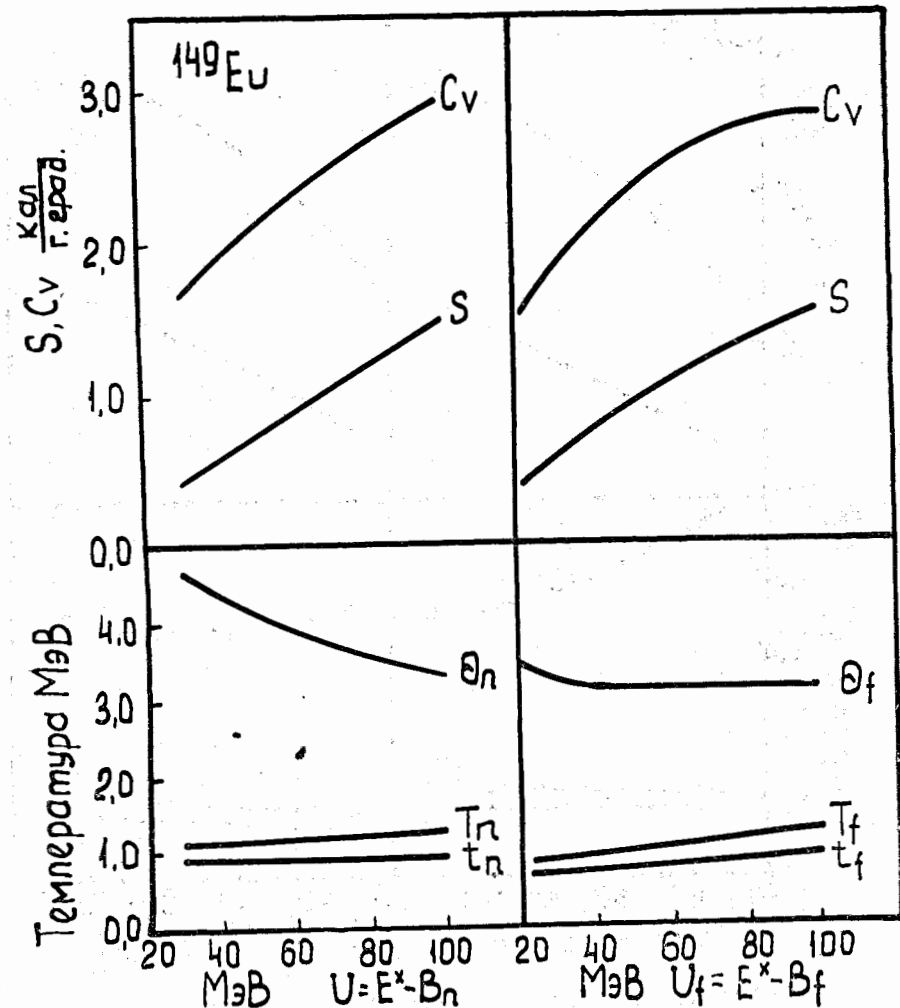


Рис. 1. Термодинамические функции ядра  $^{149}\text{Eu}$  после испарения нейтрона и на барьере деления в зависимости от энергии возбуждения, вычисленные с применением модели Эйнштейна.  $t$  - экспериментальная температура /6/,  $T$  - термодинамическая температура,  $\theta$  - характеристическая температура,  $s$  - удельная энтропия,  $c_v$  - удельная теплоемкость.

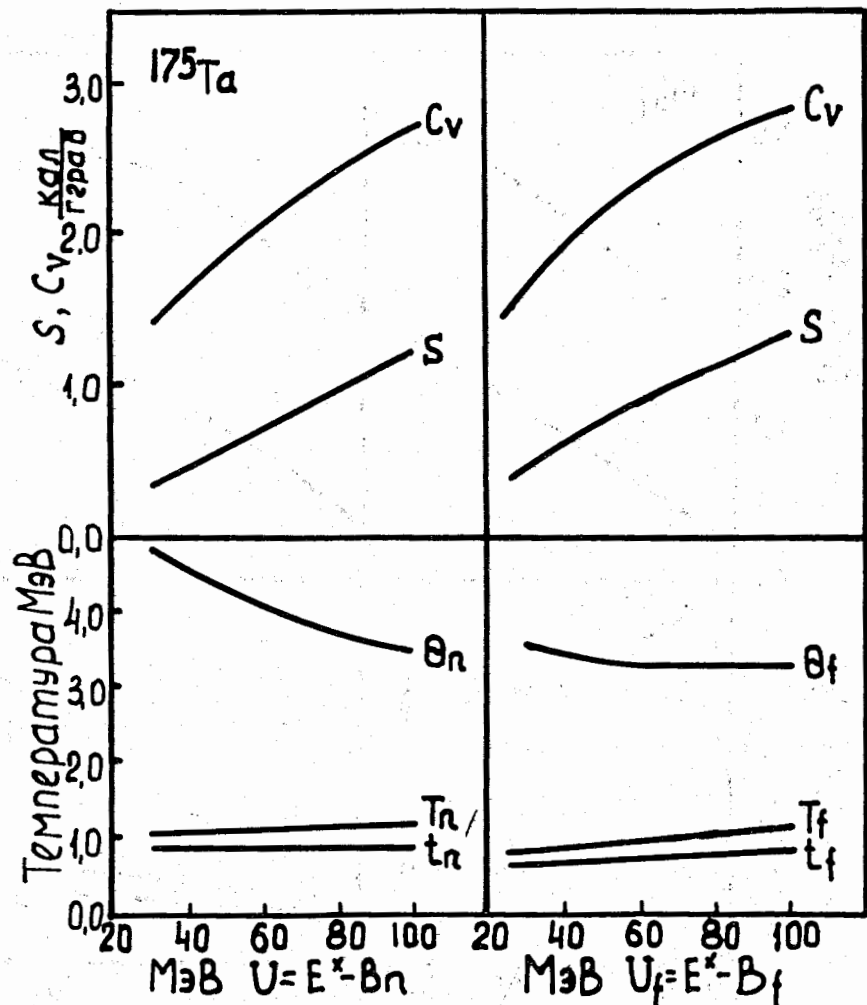


Рис. 2. То же, что на рис. 1, но для ядра  $^{175}\text{Ta}$ .

Эйнштейна. Трудно сказать, какая из моделей ближе отвечает эксперименту. Отметим лишь, что характеристическая температура в модели Дебая составляет 6-8 МэВ, чему соответствует быстрое испарение ядра, поскольку это - величина, близкая к энергии связи нуклона. Кроме того, можно сделать вывод, согласующийся с результа-

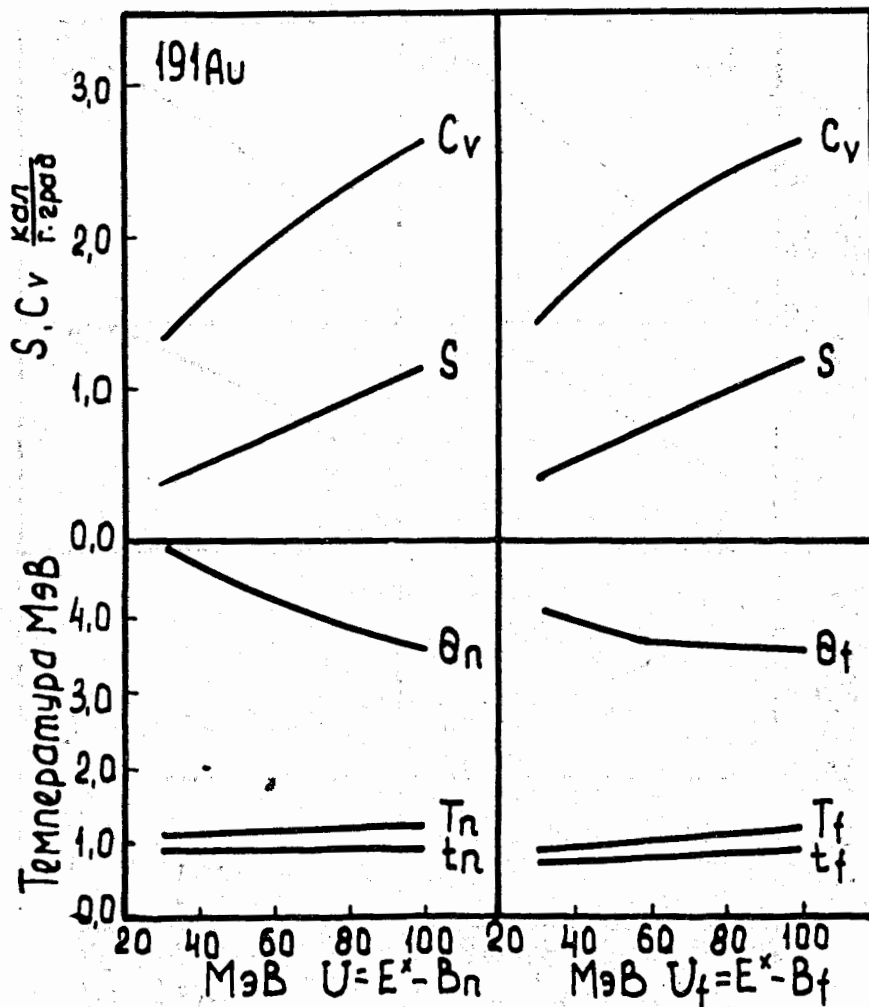


Рис. 3. То же, что на рис. 1, но для ядра  $^{191}\text{Au}$ .

тами <sup>5/</sup>, о том, что при энергии около 100 МэВ приближение малых температур уже не полностью соответствует действительности, поскольку при этой энергии полученные нами значения удельной теплоемкости достигают 50% /в модели Эйнштейна/ и 75% /в модели Дебая/ от значения классического предела ядерной теплоемкости,

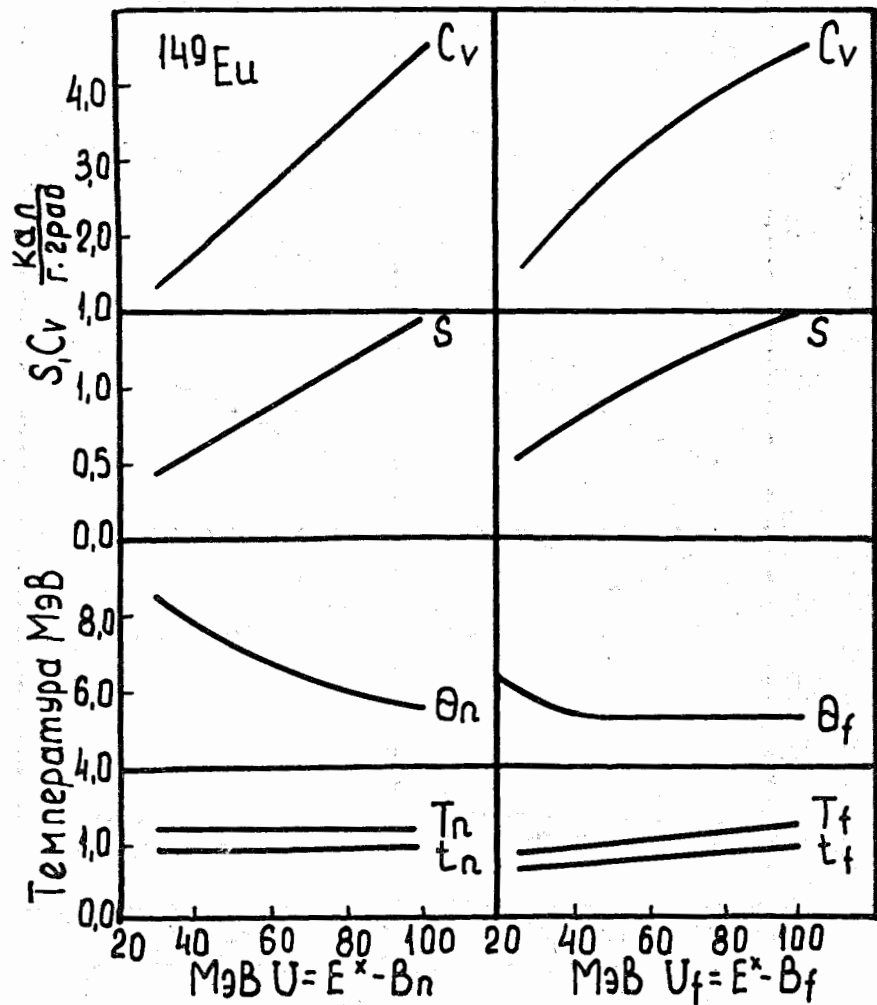


Рис. 4. Термодинамические функции ядра  $^{149}\text{Eu}$ , вычисленные с применением модели Дебая. Обозначения те же, что и на рис. 1.  $\theta$  - дебаевская температура.

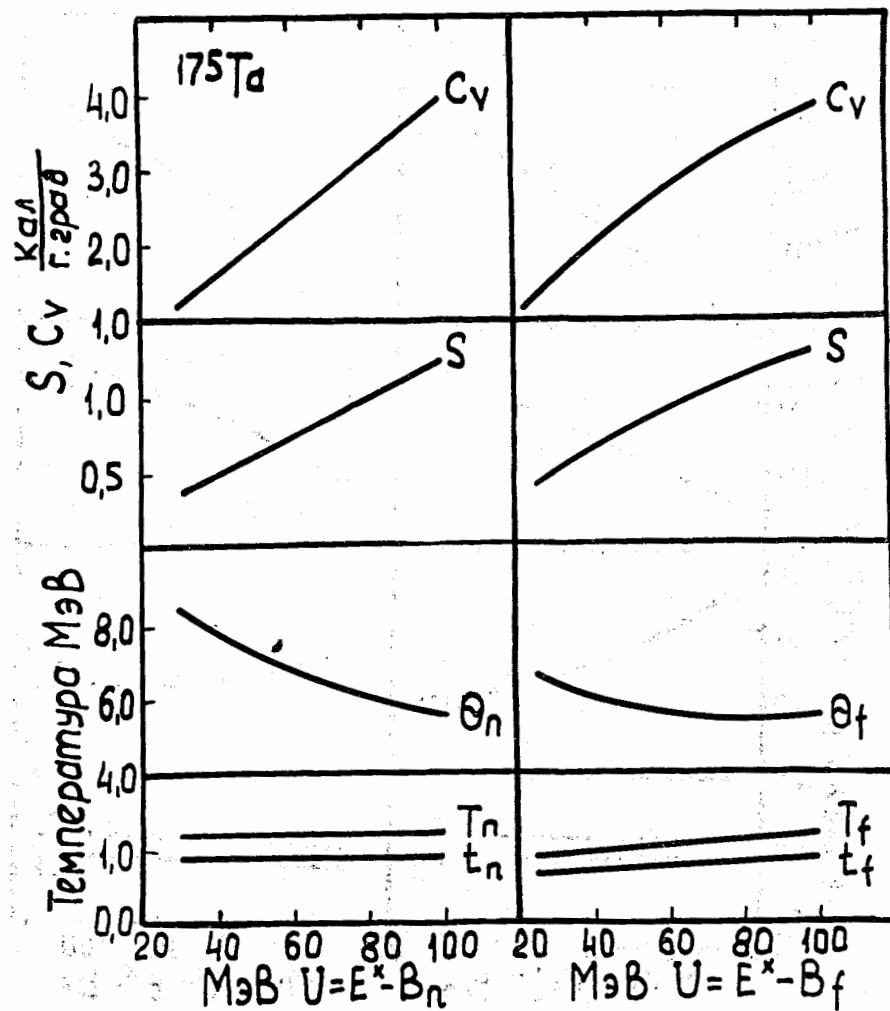


Рис. 5. То же, что на рис. 4, но для ядра  $^{175}\text{Ta}$ .



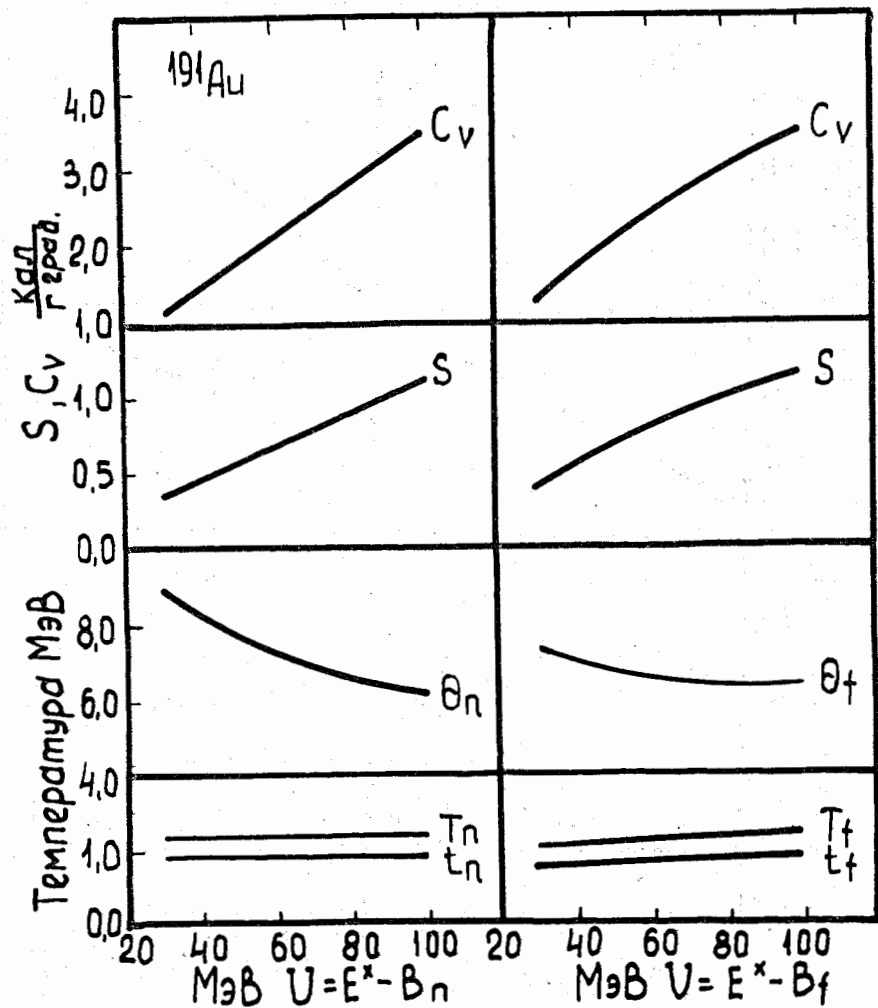


Рис. 6. То же, что на рис. 4, но для ядра  $^{191}\text{Au}$ .

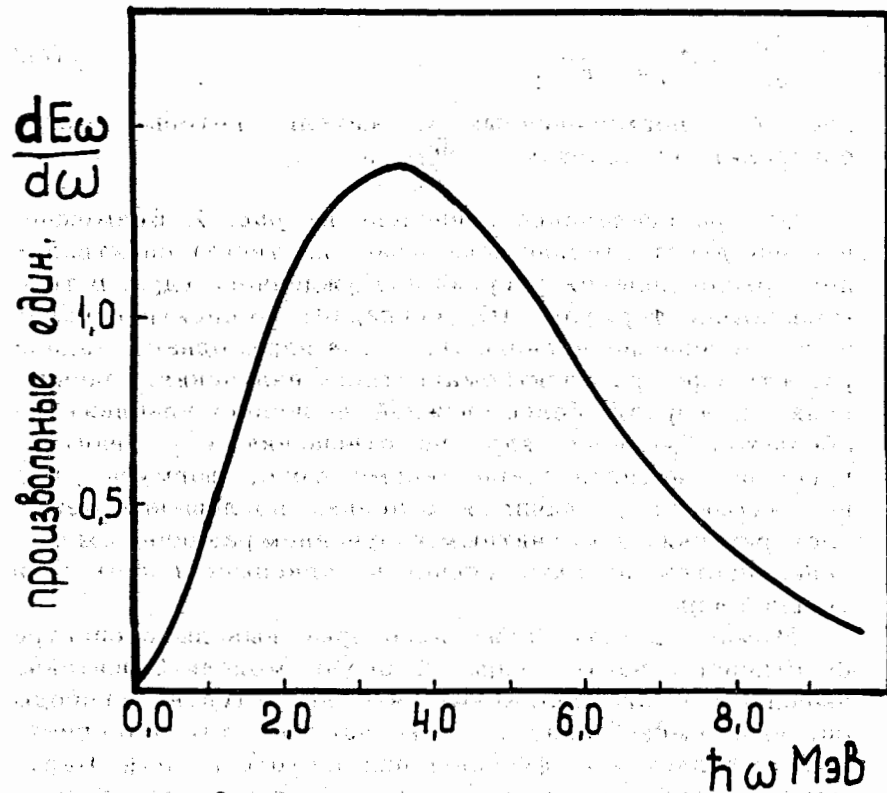


Рис. 7. Спектральное распределение энергии возбуждения по частотам, вычисленное для ядра  $^{191}\text{Au}$  при энергии возбуждения  $U = E^* - B_n = 100$  МэВ.

оценка которого в простейшем рассмотрении дана в предыдущем параграфе.

##### 5. Спектральное распределение энергии по частотам в ядре

Знание термодинамической температуры  $T$  позволяет вычислить спектральное распределение по частотам, даваемое формулой /1/

$$\frac{dE_\omega}{d\omega} = A \frac{\omega^3}{e^{\hbar\omega/T} - 1}, \quad /10/$$

где  $A$  - нормировочный множитель, который можно определить из условия:  $\int \frac{dE_\omega}{d\omega} d\omega = U$ .

Это распределение приведено на рис. 7. Возможно, что оно действительно показывает плотность спектрального распределения энергии возбужденного ядра. В термодинамике формула /10/ совпадает со спектром излучения абсолютно черного тела. Для ядра, однако, задача расчета спектра электромагнитного излучения, конечно, является гораздо более сложной, поскольку приближение абсолютно черного ядра по отношению к  $\gamma$ -квантам, вероятно, несправедливо, кроме того, формула /10/ не учитывает различия в сечениях поглощения между электрическим и магнитным излучением различных мультипольностей, а также спиновую зависимость плотности уровней ядра.

Можно сделать также некоторые выводы о спектре собственных частот ядра. Формулы модели Эйнштейна выведены в предположении, что все степени свободы системы имеют одну и ту же частоту, так что спектр частот является  $\delta$ -функцией при частоте  $\omega = \theta/\hbar$ . Параметр характеристической температуры, определенный нами, в приложении к ядру равен  $/3-4,5/МэВ$ , так что можно считать среднюю собственную частоту ядра близкой к значению  $\hbar\omega = /3-4,5/МэВ$ . В модели Дебая распределение собственных частот имеет вид параболы  $\omega^2 d\omega$ , обрезающейся при максимальной частоте  $\omega_m = \frac{\theta}{\hbar d}$ , следовательно, обработка экспериментальных данных в модели Дебая приводит к получению значения максимальной частоты спектра собственных частот ядра, равной  $\hbar\omega_m = /6-8/МэВ$ . Ясно, что эта оценка не противоречит оценке по модели Эйнштейна.

#### Литература

1. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. *Статистическая физика*, изд. 2-е, Наука, М., 1964.
2. А.Г.Самойлович. *Термодинамика и статистическая физика*. Изд. 2-е, ГИТТЛ, М., 1955.

3. S.Björnholm, A.Bohr, B.Mottelson, in Proc. IAEA Symposium on Physics and Chemistry of Fission, Rochester, New York, 1973, p. 367.
4. С.А.Карамян, И.В.Кузнецов. *Препринт ОИЯИ*, P7-10009, Дубна, 1976.
5. G.Sauer, H.Chandra, U.Mosel. *Nucl.Phys.*, A264, 221, 1976.
6. В.В.Каманин, С.А.Карамян. *Препринты ОИЯИ*, P7-10061, P7-10062; Дубна, 1976.
7. С.А.Карамян, Ф.Нормуратов, Ю.Ц.Оганесян. *Материалы Международной конференции по физике тяжелых ионов. ОИЯИ*, Д7-5769, стр. 391, Дубна, 1971. В.В.Каманин, С.А.Карамян, Ф.Нормуратов, С.П.Третьякова. *ЯФ*, 16, 447, 1972; *Препринт ОИЯИ*, P7-6302, Дубна, 1972.

Рукопись поступила в издательский отдел  
5 октября 1976 года.