СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р4 - 10145

В.К.Игнатович, Ю.Н.Покотиловский

УДЕРЖАНИЕ УЛЬТРАХОЛОДНЫХ НЕЙТРОНОВ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ ПРЯМОГО ПРОВОДА С ТОКОМ

1976

P4 - 10145

В.К.Игнатович, Ю.Н.Покотиловский

УДЕРЖАНИЕ УЛЬТРАХОЛОДНЫХ НЕЙТРОНОВ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ ПРЯМОГО ПРОВОДА С ТОКОМ

Игнатович В.К., Покотиловский Ю.Н. Р4 - 10145

Удержание ультрахолодных нейтронов магнитным полем прямого провода с током

В квазиклассическом приближении рассмотрена задача об удержании ультрахолодных нейтронов магнитным полем прямого провода с током. Вычислена вероятность захвата нейтронов в связанное состояние при мгновенном включении тока. Оценены эффекты деполяризации в случае медленного нарастания тока, а также влияние поля тяжести на время удержания при горизонтальном расположении провода.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований
Дубна 1976

Ignatovich V.K., Pokotilovsky Yu.N. P4 - 10145

Ultracold Neutron Magnetic Storage in the Field of a Linear Current

The ultracold neutron magnetic storage in a field of a linear current is considered. The capture probability into the bound state is calculated for instant switching-on of a current. Depolarization during slow switching-on of a current and the effect of the gravity field in the case of horizontal arrangement of the conductor are estimated.

The investigation has been performed at the Neutron Physics Laboratory, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research
Dubna 1976

1. Впервые вопрос о хранении ультрахолодных нейтронов в магнитных ловушках был рассмотрен В.В.Владимирским [1]. В настоящее время предпринимаются попытки реализовать магнитное хранение нейтронов со спином, параллельным полю [2]. Магнитное поле для таких нейтронов является отталкивающим. Однако здесь возникает проблема деполяризации хранящихся нейтронов. Теоретически показано [1,3-5], что вероятность деполяризации в принципе может быть сделана достаточно малой, но в реальных условиях она может оказаться выше. Эксперименты с магнитным удержанием [6] подтвердили принципиальную возможность хранения УХН в ловушках указанного типа, но не дали пока ответа на вопрос о фактических временах деполяризации. В работе [1] указана возможность хранения нейтронов со спином, антипараллельным полю; магнитное поле для таких нейтронов является притягивающим. Нейтроны в этом случае в принципе не деполяризуются, поскольку деполяризация энергетически запрещена. Такая ситуация имеет место в поле, создаваемом вокруг проводника с током, если нейтрон находится в связанном состоянии ($E<0$). Захват нейтронов в связанное состояние можно осуществить включением тока, создающего поле в объеме, где уже находится газ ультрахолодных нейтронов. Вероятность захвата в связанное состояние вычисляется в настоящей работе.

Задача формулируется следующим образом: внутри цилиндра радиусом R с осью вдоль z однородно и изотропно распределены нейтроны с волновым вектором k.

В момент $t=0$ включается ток в проводе по оси z. Следует определить долю нейтронов, захваченных магнитным полем в связанное состояние. Легко увидеть, что из нейтронов с начальной энергией $E_{нач}$ в связанном состоянии при мгновенном включении тока окажутся нейтроны, находящиеся внутри цилиндра с $U_{маг} \le E_{нач}$. Если обозначить расстояние r_k, для которого $U_{магн} = E_{нач}$, то доля захваченных нейтронов должна быть равна $1/2(r_k/R)^2$. Множитель $1/2$ возникает вследствие того, что захватываются лишь нейтроны с антипараллельной проекцией спина на направление магнитного поля. Приводимый ниже квантово-механический расчет дает тот же результат.

2. Потенциальная энергия взаимодействия магнитного момента нейтрона с магнитным полем может быть записана в виде

$$\mu H(r) = \frac{\hbar^2}{2M} k^2 \frac{r_k}{r} (\vec{\sigma}\vec{c}),$$

т.к. она обратно пропорциональна r и при $r = r_k$ равна энергии нейтрона при отсутствии поля.

Здесь μ - магнитный момент нейтрона, M - масса нейтрона, $H(r)$ - величина магнитного поля в данной точке, k - начальный импульс нейтрона, r - расстояние от оси провода с током, $\vec{\sigma}$ - матрица Паули, $\vec{c}$ - единичный вектор вдоль силовых линий магнитного поля, ϕ - азимутальный угол. $(\vec{\sigma}\vec{c})$ можно представить в виде $e^{-i\sigma_z\frac{\phi}{2}} \sigma_y e^{i\frac{\sigma_z}{2}\phi}$.

Запишем уравнение Шредингера для нейтрона в магнитном поле тока:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2M} \Delta - \frac{\hbar^2}{2M} k^2 \frac{r_k}{r} \vec{\sigma}\vec{c} \right) \psi \qquad /1/$$

или

$$\frac{2M}{\hbar} i \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left(-\Delta - k^2 \frac{r_k}{r} e^{-i\sigma_z \frac{\phi}{2}} \sigma_y e^{i\sigma_z \frac{\phi}{2}} \right) \psi .$$

Решение, аналогично работе [5], ищем в виде

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-i\sigma_z \frac{\phi}{2} + im\phi} \chi(r,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-i\sigma_z \frac{\phi}{2} + im\phi} \times$$

$$\times \left(\xi_+ f_m^+(r) + \xi_- f_m^-(r) \right) e^{-i\frac{E}{\hbar}t} \qquad /2/$$

/здесь $\xi_\pm$ - собственные функции матрицы σ_y /.

Радиальные функции $f_m^\pm(r)$ при этом удовлетворяют уравнениям

$$\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} - \frac{m^2 + \frac{1}{4}}{r^2} \pm k^2 \frac{r_k}{r} + p^2 \right) f_m^\pm(r) +$$

$$+ \frac{m}{r^2} f_m^\mp(r) = 0, \qquad /3/$$

где $p^2 = \frac{2M}{\hbar^2} E$.

Если пренебречь последним членом в уравнениях /3/, то уравнения для $f_m^+(r)$ и $f_m^-(r)$ становятся независимыми, при этом $f_m^-(r)$ имеют непрерывный спектр решений, а $f_m^+(r)$ содержат и дискретную часть.

Решения $f_{mn}^+(r)$ для связанных состояний в этом приближении имеют вид

$$f_{mn}^+(r) = A_{mn} r^{\alpha_m} e^{-p_n r} F\left(\alpha_m + \frac{1}{2} - \frac{k^2}{2p_n} r_k, 2\alpha + 1, 2p_{nm} r\right), \qquad /4/$$

где $\alpha_m = \sqrt{m^2 + \frac{1}{4}}$, $F(\alpha, \beta, z)$- вырожденная гипергеометрическая функция, A_{mn} - нормировочная постоянная.

Дискретный спектр определяется из условия

$$\alpha_m + \frac{1}{2} - \frac{k^2 r_k}{2p_{nm}} = -n,$$

откуда следует:

$$p_{nm}^2 = \frac{(k^2 r_k)^2}{4(n+a_m+\frac{1}{2})^2}. \qquad /5/$$

До включения поля волновая функция нейтрона, нормированная на единицу в круге радиуса R, равна

$$\psi_0(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi R^2}} e^{i\vec{k}\vec{r}} = \frac{1}{\sqrt{\pi R^2}} \sum_m e^{im(\phi_r - \phi_k)} J_m(kr)\hat{\chi}, \qquad /6/$$

где $J_m(kr)$ - функция Бесселя /m - целое/. ϕ_k - и ϕ_r - азимутальные углы соответственно векторов $\vec{k}$ и $\vec{r}$. $\hat{\chi}$ - спинорная волновая функция. Разложим /6/ по собственным функциям связанных состояний. Сумма квадратов коэффициентов разложения дает вероятность захвата в связанное состояние.

Вероятность перехода при включении тока из состояния /6/ в связанное состояние /4/ равна

$$W_{mn} = \Big| \frac{1}{\sqrt{\pi R^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \xi^+ e^{-i\phi_r (m - \frac{\sigma_z}{2})} f_{mn}^+(r) \times$$

$$\times \sum_{m'} e^{im'(\phi_r - \phi_k)} \hat{\chi} J_{m'}(kr) r d\phi_r dr \Big|^2. \qquad /7/$$

Усреднение по направлению вектора импульса нейтрона в начальном состоянии приводит вероятность захвата нейтрона с различной /$\pm 1/2$/ проекцией спина на направление магнитного поля к виду:

$$\overline{W^{\pm}} = \frac{1}{\pi R^2} \frac{1}{(2\pi)^2} \sum_{m',m''} \int_0^{2\pi} e^{i\phi_k (m'-m'')} d\phi_k \int \chi^{\pm} f_{mn} e^{-i\phi_r m'} \times$$

$$\times e^{-i\phi_r (m - \frac{\sigma_z}{2})} \xi^+ J_{m'} d\phi_r r dr \times \int \chi^{\pm} f_{mn} e^{im''\phi_r} \times$$

$$\times e^{i\phi(m - \frac{\sigma_z}{2})} \xi^+ J_{m''} d\phi_r r dr = \frac{2}{(2\pi)^2 R^2} \int \chi^{\pm} f_{mn}^+(r) e^{im'\phi_r} \times$$

$$\times e^{-i\phi_r (m - \frac{\sigma_z}{2})} J_{m'} \xi^+ d\phi_r r dr \int \chi^{\pm} f_{mn}^+(r) e^{-i\phi_r m'} \times$$

$$\times e^{i\phi_r (m - \frac{\sigma_z}{2})} J_{m'} \xi^+ d\phi_r r dr =$$

$$= \Big| \frac{\sqrt{2}}{R} \int f_{mn}^+(r) J_{m'}(kr) r dr \Big|^2 \Big| \frac{1}{2\pi} \int \chi^{\pm} e^{i(m-m')\phi + i\frac{\sigma_z}{2}\phi} \times$$

$$\times \xi_+ d\phi \Big|^2. \qquad /8/$$

Здесь $\chi^{\pm}$ как $\xi^{\pm}$ в формуле /2/ являются собственными функциями σ_y. Суммируя по конечным состояниям связанного нейтрона и усредняя по начальной проекции спина нейтрона, получаем:

$$W = \frac{1}{2} \sum_{mm'n} |b_{mm'n}|^2 (|a^+_{m'm}|^2 + |a^-_{m'm}|^2), \qquad /9/$$

где введены обозначения:

$$b_{mm'n} = \frac{\sqrt{2}}{R} \int f_{mn}^+(r) J_{m'}(kr) r dr \qquad /10/$$

$$a^{\pm}_{m'm} = \frac{1}{2\pi} \int \chi^{\pm} e^{i(m-m')\phi - i\frac{\sigma_z}{2}\phi} \xi_+ d\phi. \qquad /11/$$

Вычисления дают:

$$|a^+_{m'm}|^2 = \frac{4(m-m')^2}{4\pi^2 [(m-m')^2 - \frac{1}{4}]^2}; \quad |a^-_{m'm}| = \frac{1}{4\pi^2 [(m-m')^2 - \frac{1}{4}]^2};$$

$$/12/$$

$$\frac{1}{2}(|a^+_{m'm}|^2 + |a^-_{m'm}|^2) = \frac{2}{\pi^2} \frac{4(m-m')^2+1}{[4(m-m')^2-1]^2} = Q(m,m').$$

Функция $Q(m,m')$ имеет острый максимум вблизи $m=m'$, и если представить

$$Q(m,m') = c\,\delta(m,m'),$$

где

$$\delta(m,m') = \begin{cases} 1, & m=m' \\ 0, & m \neq m' \end{cases},$$

c - нормировочная постоянная, то суммирование ряда с /12/ дает: $c = 1/2$. Это обстоятельство, а также то, что $b_{mm'n}$ весьма слабо зависят от $(m-m')$ на участке $(m-m') \sim 1$, позволяет выражение /9/ переписать в виде

$$W = \frac{1}{2} \sum_{mn} |b_{mn}|^2. \qquad /13/$$

Основной вклад в искомую вероятность дают члены $m,n \gg 1$, так что вычисление /10/ можно провести в квазиклассическом приближении. Квазиклассические радиальные волновые функции, содержащиеся в /10/, имеют следующий вид:

$$J_m(kr) = \sqrt{\frac{2}{\pi q_0(r)}} \cos\phi_0(r), \qquad /14/$$

$$f^{+}_{mn}(r) = 2\sqrt{\frac{p^3_{mn}}{\pi k^2 r_k q_{nm}(r)}} \cos\phi_{nm}(r), \qquad /15/$$

где

$$\phi_{0,nm}(r) = \int_{r_{0,n}}^{r} q_{0,nm}(r')\frac{dr'}{r'} - \frac{\pi}{4}, \qquad /16/$$

r_0 и r_n - левые точки поворота, отвечающие соответственно импульсам $q_0(r)$ и $q_{nm}(r)$.

$$q_0(r) = \sqrt{k^2r^2 - m^2}, \quad q_{nm}(r) = \sqrt{-p^2_{nm} + k^2 r_k r - m^2}.$$

Подставляя /14/ и /15/ в /10/ и обозначая в дальнейшем

$$\phi(r) = \phi_0(r) - \phi_{nm}(r)$$

получаем

$$b_{mn} = \frac{2}{\pi R}\sqrt{\frac{p^3_{nm}}{k^2 r_k}} \int \frac{r\cos\phi(r)}{\sqrt{q_0(r)\,q_n(r)}}\,dr. \qquad /17/$$

Обозначая $r = r_k x$, $m_0 = k r_k$, $p_n r_k = s m_0$, $\mu = \frac{m}{m_0}$, $\nu = \frac{n}{m_0}$ и интегрируя методом перевала, получим:

$$b_{mn} = \frac{4}{\sqrt{\pi}\,R}\,\frac{r_k}{m_0}\sqrt{s^3}\,\frac{x_0^{3/2}}{\sqrt[4]{(x_0^2-\mu^2)}}\cos\left[m_0\phi(x_0) - \frac{\pi}{4}\right], \qquad /18/$$

где

$$x_0 = \frac{1}{s^2+1}, \quad \phi(x) = \int_{x_1^-}^{x} \sqrt{-s^2x'^2 + x' - \mu^2}\,\frac{dx'}{x'} - \int_{x_2^-}^{x} \sqrt{x'^2-\mu^2}\,\frac{dx'}{x'},$$

x_1^- и x_2^- - левые точки поворота для импульсов соответственно $\sqrt{-s^2x^2 + x - \mu^2}$ и $\sqrt{x^2-\mu^2}$.

Суммирование в выражении /13/ заменяем интегрированием по переменным μ и ν:

$$W = \frac{1}{2}\int_0^{\infty}\int_{\mu_{max}}^{\mu_{max}} \frac{16\,r_k^2 s^3 \cos^2[m\phi(x_0)]\,x_0^3}{\pi R^2\sqrt{x_0^2-\mu^2}}\,d\mu\,d\nu.$$

Так как

$$a_m = \sqrt{\frac{1}{4} + m^2} \approx m, \quad s = \frac{p_n r_k}{m_0} = \frac{k^2 r_k^2}{2(m+n)M_0} = \frac{m_0}{2(m+n)} = \frac{1}{2(\mu+\nu)}$$

$$s^3 x_0^3\,d\nu = \frac{1}{4}x_0\,dx_0,$$

то

$$W = \frac{2r_k^2}{\pi R^2}\int_{-\mu_{max}}^{\mu_{max}}\int_{\mu}^{1} \frac{\cos^2[m_0\phi(x_0)]}{\sqrt{x_0^2-\mu^2}}\,x_0\,dx_0\,d\mu =$$

$$= \frac{r_k^2}{\pi R^2} \int_{-\mu_{max}}^{\mu_{max}} \int_{\mu}^{1} \frac{x_0}{\sqrt{x_0^2 - \mu^2}} dx_0 d\mu = \frac{r_k^2}{\pi R^2} \int_{-\mu_{max}}^{\mu_{max}} \sqrt{1-\mu^2}\, d\mu =$$

$$= \frac{r_k^2}{2R^2}, \qquad /19/$$

поскольку $\mu_{max} = 1$. Окончательное выражение совпадает с классическим результатом.

Полученный результат относился к мгновенному включению поля. Практически, однако, мгновенное включение осуществить невозможно. При постепенном же включении часть нейтронов со спином, антипараллельным полю, может деполяризоваться, в результате чего доля захваченных нейтронов может уменьшиться.

Оценим скорость деполяризации при заданном значении поля для нейтрона, не находящегося в связанном состоянии. Для этого запишем уравнение Шредингера для функции $\chi(r,t)$, определенной выражением /2/:

$$\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} - \frac{m^2 + \frac{1}{4}}{r^2} + k^2 \frac{r_k}{r}\sigma_y - \frac{m\sigma_z}{r^2}\right)\chi_m(r,t) =$$

$$= i\,\frac{2M}{\hbar}\frac{\partial \chi_m(r,t)}{\partial t}. \qquad /20/$$

Представим решение в виде

$$\chi_m(r,t) = \int a_q(t)\chi_q^+(r,t)\,q\,dq + \int b_q(t)\chi_q^-(r,t)\,q\,dq,$$

где χ^+ и χ^- соответствуют состояниям с разными проекциями спина нейтрона на направление магнитного поля в представлении, когда σ_y диагональна. Решение уравнения по теории возмущений, если считать возмущением в гамильтониане член $m\sigma_z/r^2$, даст следующий результат для времени деполяризации T:

$$T = \frac{2M\pi R^2}{\hbar |M^{+-}|^2}.$$

Здесь R - радиус цилиндра, в котором находятся нейтроны в исходном состоянии, так что

$$\int |\chi^+(r,t)|^2 r\,dr = \pi R^2,$$

а M^{+-} - матричный элемент перехода между двумя состояниями поляризации нейтрона, когда он находится в несвязанном состоянии.

Величину M^{+-} удобно вычислять, используя квазиклассическое выражение для радиальных волновых функций:

$$f_q^{+-}(r) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sqrt[4]{p^2r^2 \pm k^2 r_k r - m^2}} \times$$

$$\times \cos\left(\int_{r_m}^{r} \sqrt{p^2r'^2 \pm k^2 r_k r' - m^2}\,\frac{dr'}{r'} - \frac{\pi}{4}\right). \qquad /21/$$

Производя замену переменных в выражении для

$$x = \frac{pr}{m},\quad kr_k = m_0,\quad \frac{m_0}{m} = \mu,$$

получим:

$$M^{+-} = \frac{1}{\pi}\int \frac{\cos\left(m\int\left(\sqrt{x^2+\mu x-1} - \sqrt{x^2-\mu x-1}\right)\frac{dx}{x}\right)}{x\sqrt[4]{(x^2-\mu x-1)(x^2+\mu x-1)}}.$$

При $\mu < 1$ аргумент косинуса можно представить в в виде $m_0\int\frac{dx}{\sqrt{x^2-1}}$, и величиной μx в знаменателе пренебречь, после чего, обозначив $\int_1^x \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}} = s$,

получим

$$M^{+-} \simeq \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \frac{ds}{\operatorname{ch} s}\cos m_0 s = \frac{2}{\pi(1+m_0^2)}. \qquad /22/$$

При увеличении поля вероятность деполяризации падает $\sim \frac{1}{m_0^4} \sim \frac{1}{H^4}$, при малых же полях деполяризация велика, но несущественна, т.к. идет с примерно одинаковой скоростью в обоих направлениях, не нарушая термодинамического равновесия в системе спинов.

Используя результат /22/, выражение для T удобно записать в виде:

$$T = \frac{\langle \ell \rangle}{v} \frac{1}{\bar{\mu}},$$

где $\ell = 2R^2/r_k$ - средняя длина пробега в длинном цилиндре радиуса R между двумя соударениями с воображаемой магнитной цилиндрической стенкой $r = r_k$ и при изотропном распределении нейтронов в цилиндре, v - скорость нейтронов, $\bar{\mu} = \frac{4}{\pi^3 (k r_k)^5}$ - средняя вероятность деполяризации нейтрона при одном соударении с магнитной стенкой $r = r_k$.

Численная оценка, например, для тока $I = 10^3$ *А*, энергии нейтронов 3.10^{-8} *эВ*, $R = 10$ *см*, дает $T = 10^{24}$ *с*/1/. Это показывает, что вероятность захвата мало изменится из-за деполяризации при сравнительно медленном включении тока.

4. Магнитные ловушки прямолинейного тока обладают тем недостатком, что нейтроны могут поглощаться или нагреваться на центральном проводе. В случае чистой цилиндрической симметрии это опасно только для небольшого числа нейтронов с малым m / $m < p r$ провода/. Однако цилиндрическая симметрия может быть нарушена, например, гравитационным полем $Mg\, r \cos \phi$ при горизонтальном расположении провода. В этом случае любое стационарное состояние содержит примесь малых m. Вероятность попадания на провод характеризуется величиной примеси, либо ее можно оценить аналогично /5/ по времени перехода между состояниями с различными m. Матричный элемент перехода $M_{m,m\pm 1}$ вычислим, используя квазиклассическое выражение /15/ для волновой функции связанного нейтрона:

$$M_{m,m\pm 1} = \frac{4 p^3_{nm} Mg}{\pi k^2 r_k} \int_{r_A}^{r_+} \frac{r^2 \cos\phi_{nm} \cos\phi_{n\mp 1, m\pm 1}}{q_{n\mp 1, m\pm 1}\, q_{nm}}\, dr. \quad /23/$$

Ввиду того, что при $m \gg 1$ можно положить $q_{n\mp 1, m\pm 1} = q_{nm}$ и $\phi_{n\mp 1, m\pm 1} = \phi_{nm}$, $\cos^2 \phi_{nm} = 1/2$ /23/, легко вычислить

$$M_{m,m\pm 1} = \frac{Mg}{4} \left(\frac{3k^2 r_k}{p^2_n} - \frac{4m^2}{k^2 r_k} \right). \quad /24/$$

При данной энергии уровня матричный элемент весьма слабо меняется во всем диапазоне изменения m:

$$0 \leq m \leq m_{max} = \frac{k^2 r_k}{2 p_n},$$

причем

$$(M_{m,m\pm 1})_{max} = \frac{3}{4} \frac{Mg k^2 r_k}{p^2_n}. \quad /25/$$

Движение вдоль оси $\mu = \frac{m}{m_{max}}$ можно рассматривать как диффузионное со скоростью $v = \frac{\delta\mu}{\tau_0}$, коэффициентом диффузии $D = v\delta\mu$, где $\delta\mu = 1/m_{max}$, $\tau_0 = \frac{h}{M_{m,m\pm 1}}$.

В этом случае время диффузии, например, из состояния с $\mu = \frac{1}{2}$ до состояния $\mu \ll 1$ /падение на нить/ можно получить из выражения: $(\Delta\mu)^2 = 2Dt$, $t = \frac{1}{8D} = \frac{\tau_0 (m_{max})^2}{8}$.

Используя максимальную оценку /25/ для величины матричного элемента, можно получить:

$$t = \frac{\hbar k^2 r_k}{24\, Mg}. \quad /26/$$

Численную оценку времени диффузии можно получить, используя выражение для r_k и величины магнитного поля провода с током:

$$t = \frac{I\mu}{60 \hbar g}.$$

При токе $I = 10^3$ *А*, $t = 140$ *с*. При диаметре провода 1 *мм* потенциальная энергия нейтрона на поверхности провода составляет 24 *нэВ*, так что коэффициент отражения нейтрона от поверхности провода весьма близок к единице. Время удержания ультрахолодного нейтрона в магнитном поле в таком случае может достигать величины, на несколько порядков превышающей время жизни относительно бета-распада.

Оценим число захватываемых ультрахолодных нейтронов в поле одиночной нити с током. Можно показать, используя /19/, что при спектральной плотности нейтронов, описываемой началом максвелловского спектра

$$n(v_r, v_z)\, dv_r\, dv_z = \frac{3n_0}{2v_{гр}^3}\, v_r dv_r dv_z , \qquad /27/$$

где n_0 - плотность УХН в объеме, v_r и v_z - соответственно радиальная и осевая компоненты скорости нейтрона, $v_{гр}$ - граничная скорость нейтронов в объеме, число нейтронов, захватываемых в связанное состояние на участке длиной L прямолинейного тонкого проводника с током I при мгновенном включении тока, равно

$$N = \frac{3\pi}{4} \cdot 0{,}2 \cdot I \cdot \mu\, \frac{L \cdot R}{E_{гр}} , \qquad /28/$$

Здесь R - радиус сосуда, в котором находились нейтроны до включения тока, $E_{гр}$ - граничная энергия нейтронов, μ - магнитный момент нейтрона.

Интересно отметить, что, как показывает расчет, проведенный квазиклассически /7/ с учетом /27/, при адиабатическом захвате нейтронов в поле тока /очень медленное включение/ число захваченных нейтронов в связанное состояние отличается от /28/ коэффициентом $\frac{4}{3}(\pi - 2)$.

Условие адиабатичности

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial t}\, \hbar}{(E_k - E_m)^2} \ll 1,$$

где $\partial U/\partial t$ - скорость включения потенциала, E_k, E_m - уровни энергии в системе, для УХН, хранящихся в сосуде радиусом ≈10 *см* требует, чтобы время включения тока $T_{вкл} \gg 5.10^4 c$.

Условие быстрого включения

$$T_{вкл} \ll \frac{1}{\omega_{km}}$$

требует $T_{вкл} \ll 0{,}1$ *с*.

Реально включение тока, видимо, будет занимать время, промежуточное между этими двумя крайними значениями.

Численная оценка по формуле /28/ при $I = 10^3$ *А*, $n_0 = 1$ *см*$^{-3}$ /максимальная плотность, достижимая в настоящее время на высокопоточном реакторе при использовании низкотемпературного конвертора/, L = = 100 *см*, R = 10 *см*, $E_{гр} = 1{,}7.10^{-7}$ *эВ*, дает $N \approx 80$.

Для увеличения числа захваченных нейтронов, в принципе, можно использовать систему из большого числа проводников. Расчеты, относящиеся к захвату и удержанию УХН в многопроводниковой системе, требуют дополнительного рассмотрения.*

Литература

1. *В.В.Владимирский. ЖЭТФ, 99, 1062, 1960.*
2. *Ю.Г.Абов и др. Препринт ИТЭФ - 44, Москва, 1976. B.Martin. Dissertation, 1975, Bohnn Universitat.*
3. *И.М.Матора. ЯФ, 16, 624, 1972. И.М.Матора. Сообщение ОИЯИ, Р3-5902, Дубна, 1974.*
4. *В.Н.Ефимов, В.К.Игнатович. Сообщение ОИЯИ, Р4-8253, Дубна, 1974.*
5. *В.К.Игнатович. Препринт ОИЯИ, Е4-8404, Дубна, 1974.*
6. *Ю.Ю.Косвинцев и др. Письма в ЖЭТФ, 23, 135, 1976.*
7. *Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. "Квантовая механика", "Наука", М., 1963, стр. 240.*
8. *Г.П.Пронько, Ю.Г.Строганов. Письма ЖЭТФ, 24, 196 /1976/.*

Рукопись поступила в издательский отдел
1 октября 1976 года.

* Считаем своим долгом обратить внимание читателей на вышедшую недавно работу /8/, в которой авторам удалось точно решить задачу о связанном состоянии нейтрона в поле прямолинейного тока.