

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



СЗ426

15/11-76

ф-833

P3 - 9846

4570 / 2-76

И.М. Франк

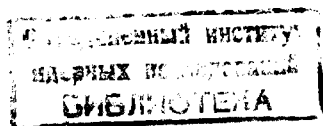
РАСПРОСТРАНЕНИЕ
УЛЬТРАХОЛОДНЫХ НЕЙТРОНОВ
ПО ЦИЛИНДРИЧЕСКОМУ НЕЙТРОНОВОДУ

1976

P3 - 9846

И.М.Франк

РАСПРОСТРАНЕНИЕ
УЛЬТРАХОЛОДНЫХ НЕЙТРОНОВ
ПО ЦИЛИНДРИЧЕСКОМУ НЕЙТРОНОВОДУ



Экспериментально установлено^{/1/}, что поток ультрахолодных нейтронов, выходящих из цилиндрического нейтроновода, заметно уменьшается по мере увеличения длины трубы l по отношению к ее радиусу r . При этом, если источник испускает нейтроны, распределенные по углам изотропно, то после прохождения длины l угловое распределение становится анизотропным с преимущественным направлением движения вперед.

Еще до получения экспериментальных данных работы^{/1/} распространение нейтронов по трубе, поверхность которой не является идеальным зеркалом, была теоретически рассмотрена И.Берчану и В.К.Игнатовичем^{/2/}. В этой работе показано, что и падение интенсивности нейтронов вдоль трубы, и появление направленности должны возникать как следствие того, что имеется некоторая доля незеркальных отражений. Теоретический анализ результатов содержится и в работе^{/1/}. В обоих случаях можно, видимо, говорить о качественном согласии теории с опытом. Что касается количественного согласия, то вопрос неясен и решение его в известной мере затруднено сложностью учета конкретных условий геометрии опыта.

Поскольку извлечение ультрахолодных нейтронов из реактора всегда связано с использованием зеркального нейтроновода, представляется небесполезным продолжить теоретическое обсуждение этого вопроса. Некоторые из особенностей, характерных для тока ультрахолодных нейтронов по трубе, могут быть выяснены с помощью простых приближенных соображений, которые, возможно, полезны при сравнении с опытом. Они и приводятся в этой работе.

Если среднее число столкновений со стенкой, которое испытывает ультрахолодный нейтрон при прохождении трубы, не превышает нескольких сот, т.е. мало по сравнению со средним числом, необходимым для поглощения нейтрона, то все эффекты должны быть вызваны неполной зеркальностью отражений. Качественно очевидно, что незеркальность, в самом деле, приведет и к уменьшению потока при увеличении \mathcal{L}/r , и к появлению направленности. Действительно, нейтрон после конечного числа соударений будет "забывать" о своем первоначальном направлении движения и, следовательно, будут проявляться эффекты, характерные для диффузии нейтронов. При этом хорошо известно, что если увеличивать толщину вещества, через которую диффундируют нейтроны, то их поток через его внешнюю поверхность падает, т.к. все большее число нейтронов возвращается к источнику и в конечном итоге поглощается в нем. При этом вблизи внешней поверхности возникает градиент плотности, такой, при котором она обращалась бы в нуль за границей вещества на расстоянии, равном так называемой экстраполированной длине. В свою очередь, наличие градиента плотности сразу приводит и к появлению направленности потока нейтронов. Эти особенности были выяснены еще в 1936 г. в первых работах Ферми ^{3/}, посвященных свойствам тепловых нейтронов.

Применительно к ультрахолодным нейтронам эти эффекты рассмотрены в первой части работы.

Если длина трубы по отношению к радиусу, т.е. \mathcal{L}/r , становится достаточно большой, то при наличии незеркальности число отражений, которые должен испытывать нейтрон при прохождении длины \mathcal{L} быстро растет с увеличением \mathcal{L} . В этом случае может стать существенным поглощение нейтронов. Поправка на поглощение рассмотрена во второй части работы. Следует отметить, что поглощение может проявиться и в изменении направленности потока нейтронов. В самом деле, чем больше угол θ , под которым движется нейтрон по отношению к оси трубы, тем больше число отражений он должен испытывать до выхода из трубы. Кроме того, компонента скорости нейтрона, нормальная к поверхности трубы,

$v_z = v \sin \theta$, растет с увеличением θ . Что касается коэффициента отражения, то он, как известно, уменьшается с увеличением $v_z^{4,5/}$. Таким образом, для идеально зеркальной стенки трубы поглощение будет приводить к направленности, благоприятной для малых θ . Однако в реальных случаях, как будет видно из дальнейшего, поглощение сказывается только в нейтроноводах с неидеально зеркальными стенками. В них направления скоростей нейтронов будут перемешиваться, и тогда указанные здесь эффекты несущественны. Поэтому далее они не рассматриваются.

Сначала для нахождения некоторых средних величин обратимся к идеализированному случаю нейтроновода с идеально зеркальными стенками, имеющими коэффициент отражения, равный единице. Допустим, что угловое распределение нейтронов изотропно. При идеально зеркальных стенках трубы продольная компонента скорости при отражении не будет меняться. Таким образом, плотность нейтронов можно разделить на две равные и независимые составляющие ρ_+ и ρ_- , из которых первой соответствуют нейтроны, идущие по трубе вправо, а второй - влево. Число нейтронов, проходящих через плоскость $z=0$ поперечного сечения трубы радиуса r /см. рис. 1/ в правую сторону, равно

$$N_1 = \frac{\pi r^2}{4} (\rho_+ + \rho_-) v = \frac{\pi r^2}{2} \rho_+ v. \quad /1/$$

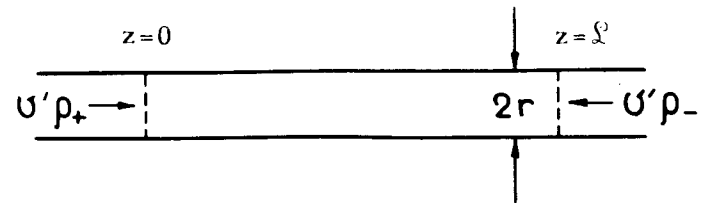


Рис. 1

При этом нейтроны ρ_- , как мы условились, движутся влево, таким образом, весь поток в сторону $z>0$ обусловлен ρ_+ .

На интервале длины \mathcal{L} от $z=0$ до $z=\mathcal{L}$ в трубе неограниченной длины содержится число нейтронов группы ρ_+ , равное $\pi r^2 \mathcal{L} \rho_+$, а, следовательно, среднее время T прохождения нейтронами ρ_+ длины \mathcal{L} равно:

$$\frac{\pi r^2}{2} \rho_+ v T = \pi r^2 \mathcal{L} \rho_+, \quad /2/$$

или средний путь, проходимый нейтроном в трубе при перемещении по ней на расстояние \mathcal{L} , равен:

$$\ell_0 = v T = 2 \mathcal{L}, \quad /3/$$

и, следовательно, средняя компонента скорости движения нейтронов вдоль трубы равна $v/2=v'$. Мы для простоты будем далее полагать, что все нейтроны имеют скорость v , равную средней, как это обычно делается при рассмотрении свойств тепловых нейтронов. Путь между двумя отражениями от стенки, по общему правилу, равен

$$\ell_1 = \frac{4V}{S} = \frac{4\pi r^2 \mathcal{L}}{2\pi r \mathcal{L}} = 2r, \quad /4/$$

и отсюда среднее число отражений, которое испытывает нейтрон, перемещаясь по трубе на расстояние \mathcal{L} , получим, сопоставляя /3/ и /4/, равным

$$n = \frac{\mathcal{L}}{r}, \quad /5/$$

или среднее перемещение по трубе между двумя соударениями равно r .

Допустим теперь, как это имеет место на самом деле, что нейтронпровод не является идеально зеркальным. Обозначим вероятность того, что нейтрон после отражения получит произвольное направление движения, через $1/\beta$ /где $\beta \geq 1$ /.

Таким образом, вероятность того, что нейтрон "забудет" свое направление движения, если отнести ее к единице пути вдоль трубы, равна

$$\frac{1}{\lambda_t} = \frac{1}{\beta r} \quad /6/$$

и λ_t имеет смысл транспортной длины в диффузии нейтронов. При этом мы предположили, что вероятность незеркального отражения не зависит от угла падения, или, точнее, что это средняя по углам падения величина. При диффузном отражении нейтрон с равной вероятностью может остаться в группе ρ_+ , если он был в ней, или перейти к ρ_- . Таким образом, отнесенная к единице длины трубы вероятность перехода нейтрона из ρ_+ в ρ_- или обратно равна

$$a = \frac{1}{2\lambda_t} = \frac{1}{2\beta r}. \quad /7/$$

Рассмотрим теперь поток нейтронов, идущий вдоль трубы от источника к ее концу. Так как компонента скорости нейтронов вдоль трубы равна $v'=v/2$, то плотность потока /т.е. поток через единицу площади поперечного сечения/ равна

$$j = v'(\rho_+ - \rho_-). \quad /8/$$

Поскольку поглощением мы пренебрегаем, то величина j постоянна в любом поперечном сечении трубы, причем полный поток S , выходящий из нее, равен $S = \pi r^2 j$. Изменение токов, соответствующих ρ_+ и ρ_- по длине трубы, при отсутствии поглощения будет определяться только переходом из ρ_+ в ρ_- и обратно за счет диффузного отражения.

Таким образом, учитывая /8/, имеем:

$$v' \frac{d\rho_+(z)}{dz} = -a v' \rho_+(z) + a v' \rho_-(z) = -a j, \quad /9/$$

и для отрицательного тока:

$$-v' \frac{d\rho_-(z)}{dz} = -a v' \rho_-(z) + a v' \rho_+(z) = +a j. \quad /10/$$

Знак минус в /10/ определяется тем, что ток ρ_- направлен в сторону отрицательных z . Отсюда

$$v' \rho_+(z) = v' \rho_0 - j a z = j_0 - j a z, \quad /11/$$

где $j_0 = v' \rho_0$ и ρ_0 — плотность ρ_+ у источника ($z=0$). Так как ток ρ_- при $z=0$ равен $v' \rho_-(0) = v' \rho_0 - j$, то

$$v' \rho_-(z) = v' \rho_0 - j - ja z. \quad /12/$$

Из открытого конца трубы у $z = \mathcal{L}$ нейтроны могут только вытекать, и, следовательно, $v' \rho_-(\mathcal{L}) = 0$, поэтому из /12/ получим

$$j = \frac{j_0}{1 + a \mathcal{L}} = \frac{v \rho_0}{2(1 + \frac{1}{2\beta r} \mathcal{L})}. \quad /13/$$

Формула /13/ совпадает с ранее полученной Берчану и Игнатовичем /2/, однако коэффициент при \mathcal{L} имеет несколько иной смысл. Формула /13/ дает зависимость величины потока, выходящего из трубы, как функцию

ее длины. Так как $a = \frac{1}{\beta r} = \frac{1}{2\lambda_t}$ /см. 7/, то поток убы-

вает наполовину при $\mathcal{L} = 2\lambda_t$. При $\mathcal{L} \ll \lambda_t$ он мало зависит от \mathcal{L} , и, наоборот, при $\mathcal{L} \gg \lambda_t$ спад потока обратно пропорционален длине \mathcal{L} . Величина ρ_+ , как видно из /11/, убывает линейно как функция z . Используя /13/ для $\rho_+(z)$, из /11/ получаем:

$$\frac{v}{2} \rho_+(z) = \frac{v}{2} \rho_0 \left(1 - \frac{az}{1 + a \mathcal{L}}\right). \quad /14/$$

Действительно, при $z=0$ $\rho_+(0) = \rho_0$ и при $z = \mathcal{L}$ $-\frac{v}{2} \rho_+(z) = j$. При $z = \mathcal{L} + 1/a$ величина, стоящая в правой части /13/, обращается в нуль. Таким образом, роль экстраполированной длины играет

$$\frac{1}{a} = 2\lambda_t = 2\beta r. \quad /15/$$

Формула /14/ позволяет определить угловое распределение нейтронов, выходящих из трубы, если его наблюдать с помощью поворотного коллиматора /см. рис. 2/.

В самом деле, мы приняли, что угловое распределение нейтронов группы ρ_+ /так же, как и ρ_- /изотропно,

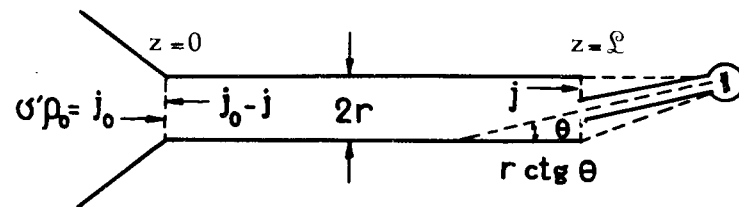


Рис. 2

и поэтому поток нейтронов должен был бы быть изотропным, если бы $\rho_+(z) = \text{const}$. Поскольку, однако, при повороте коллиматора /рис. 2/ детектор "видит" разные участки нейтроновода, для которых $\rho_+(z)$, зависящее от z , неодинаково, то поток нейтронов в детектор должен быть пропорционален $\rho_+(z)$. Если коллиматор направлен под углом θ к оси трубы /см. рис. 2/, то он "смотрит" на участок трубы, расположенный на расстоянии z от ее начала:

$$z = \mathcal{L} - r \text{ctg} \theta; \quad r \text{ctg} \theta < \mathcal{L}. \quad /16/$$

Отсюда для углового распределения, используя /14/, получаем

$$J(\theta) = A \frac{v}{2} \rho_0 \frac{1 + (ar) \text{ctg} \theta}{1 + a \mathcal{L}} = B \frac{1 + (\frac{1}{2\beta}) \text{ctg} \theta}{1 + a \mathcal{L}}. \quad /17/$$

Эта формула, очевидно, неприменима при $r \text{ctg} \theta \geq \mathcal{L}$, так как в этом случае детектор "видит" источник. Что касается интенсивности нейтронов, направленных вперед, то она зависит от телесного угла коллиматора и \mathcal{L} . Если телесный угол коллиматора мал, то при небольших \mathcal{L} детектор в случае $\theta = 0$ "видит" только источник. При этом интенсивность не должна существенно зависеть от \mathcal{L} , а при больших \mathcal{L} она падает. Следует быть осторожным и в применении формулы для θ , близких к $\pi/2$. В этом случае детектор "видит" участок трубы, попадание на который зеркально отражающихся нейтронов экранировано коллиматором. Таким образом, формула /17/

допускает сравнение с экспериментом в области углов

$$\operatorname{tg} \theta > \frac{r}{L}, \quad \text{но при } \theta < \frac{\pi}{2}.$$

В этих условиях и при больших $aL = \frac{1}{2\beta} \frac{L}{r}$ интенсивность должна быть линейной функцией *

$$\frac{1}{2\beta} \operatorname{ctg} \theta.$$

Рассмотренный здесь мысленный опыт не соответствует условиям геометрии работы /1/. В ней при измерении углового распределения телесный угол, под которым детектор "видит" пучок, ограничен выходным отверстием цилиндрического нейтронвода /см. пунктир на рис. 2/. При увеличении θ этот телесный угол сокращается, как $\cos \theta$, что учитывается в эксперименте. Сравнение с формулой /17/ затруднено, однако, тем, что детектор "видит" широкий участок стенок нейтронвода до самого его конца, $z = L$. Из сказанного видно, что возможность сравнения формулы /17/ с экспериментом существенно зависит от геометрии опыта.

При $aL > 1$ вероятность того, что нейтрон дойдет от источника до детектора, не испытав незеркальных отражений, равна e^{-aL} , т.е. становится малой. В результате общее число отражений, как зеркальных, так и незеркальных, которые испытывает нейтрон на пути к детектору при $aL > 1$, растет квадратично с увеличением L . Поэтому заранее нельзя сказать, допустимо ли пренебрежение поглощением, сделанное в начале сообщения. На это обстоятельство обратил мое внимание В.К.Игнатович при обсуждении работы. В связи с этим сделаем оценку среднего числа соударений, которые испытывает нейтрон при прохождении трубы длиной L . Это одна из задач об определении так называемого пути

* При диффузионном рассмотрении в асимптотическом случае в /2/ получено $f(\theta_z) = 1/2(1 + 2/\pi \operatorname{ctg} \theta)$, таким образом, вместо $1/2\beta$ стоит коэффициент $2/\pi$.

первого дохождения. Аналогичные проблемы в диффузии тепловых нейтронов рассматривались Е.Л.Фейнбергом и автором еще в сороковых годах. Нейтрон, вылетающий из источника, может вернуться обратно, пробыв в трубе среднее время T_- и пройдя средний путь L_- , или выйти через другой конец трубы, пробыв в ней среднее время T_+ и пройдя средний путь L_+ . Естественно допустить, что T_+/T_- , или, что то же, L_+/L_- , относятся как обратные величины токов нейтронов, выходящих через оба конца трубы, таким образом /см. /12/, /14/ и /13//,

$$\frac{T_+}{T_-} = \frac{L_+}{L_-} = \frac{j_0 - j}{j} = aL = \frac{1}{2\beta} \frac{L}{r}, \quad /18/$$

где $j_0 = \frac{v}{2} \rho_0$ - ток нейтронов, выходящих из источника, и, следовательно, $j_0 - j$ - ток нейтронов, возвращающихся обратно. Применимость формулы /18/, по-видимому, требует выполнения условия $aL \gg 1$, при котором нейтрон многократно переходит из группы ρ_+ в ρ_- и обратно. Что касается среднего пути нейтрона в трубе, до выхода через любой ее конец, то он, как легко убедиться, используя формулу /4/, не зависит от наличия рассеяния и равен $2L$.

Отсюда по определению среднего и с учетом /13/ получаем

$$2L = \frac{j_0 - j}{j_0} L_- + \frac{j}{j_0} L_+ = \frac{1}{1 + aL} (L_- aL + L_+). \quad /19/$$

Следовательно,

$$L_+ = L(aL + 1) = L \left(\frac{1}{2\beta r} \frac{L}{r} + 1 \right). \quad /20/$$

Число соударений нейтрона со стенкой найдем, разделив L_+ на $2r$. Считая, что вероятность поглощения при одном соударении равна $\frac{1}{\gamma}$, получим условие малости поглощения

$$\frac{L_+}{2\gamma r} = \frac{L^2}{4\beta \gamma r^2} \ll 1. \quad /21/$$

В формуле /21/ опущен линейный по L член, что возможно при сделанном предположении $aL \gg 1$.

Таким образом, для малости поглощения необходимо

$$\frac{\mathcal{L}}{\Gamma} < \sqrt{\beta\gamma}. \quad /22/$$

Если, например, $\gamma = 500$, то в случае незеркальной стенки ($\beta = 1$) из /22/ получим $\mathcal{L}/\Gamma < 22$, а если вероятность незеркального отражения равна 0,1, т.е. $\beta = 10$, то величина $\mathcal{L}/\Gamma < 70$. Таким образом, пренебрежение поглощением, в самом деле, не всегда возможно в реальных экспериментах.

Величина $\mathcal{L}_+ / 2\gamma$ без дополнительного анализа не может быть использована для расчета поглощения в случае, когда оно вносит заметный вклад, и, следовательно, условие /21/ уже не выполнено. В самом деле, при этом существенна не только средняя величина \mathcal{L}_+ , найденная здесь, но и закон дисперсии этой величины. В диффузионном приближении /оно возможно при $a\mathcal{L} \gg 1$ / это приводит к тому, что $\mathcal{L}_+ / 2\gamma$ в /21/ с точностью до численного коэффициента имеет смысл \mathcal{L}^2 / l_0^2 , где l_0 - диффузионная длина.

Автор весьма признателен В.К.Игнатовичу и М.В.Казарновскому за существенные замечания, сделанные при обсуждении этой работы.

Литература

1. Ю.Ю.Косвинцев, Ю.А.Кушнир, В.И.Морозов, А.П.Платонов. Препринт научно-исследовательского института атомных реакторов им. В.И.Ленина, П-268, Дмитровград, 1976.
2. И.Берчану, В.К.Игнатович. Препринт ОИЯИ, Р-7331, Дубна, 1973; I. Berceanu and V.K. Ignatovich. *Vacuum*, 23, 441, 1973.
3. См. Энрико Ферми. Научные труды, т. I, Изд. "Наука", М., 1971.
4. Ф.Л.Шапиро. Препринт ОИЯИ, РЗ-7135, Дубна, 1973. Доклад на Международной конференции по исследованию структуры ядра нейтронами. Будапешт, 1972.

5. И.М.Франк. Лекция на II Школе по нейтронной физике. ОИЯИ, ДЗ-7991, Дубна, 1974; И.М.Франк. Природа, №9, 24, 1972.

Рукопись поступила в издательский отдел
7 июня 1976 года.