



ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

P3-94-5

А.И.Франк, В.Г.Носов*

ЗАКОН ДИСПЕРСИИ
ДЛИННОВОЛНОВЫХ НЕЙТРОНОВ
И ВОЗМОЖНОСТЬ ЕГО
ПРЕЦИЗИОННОЙ ПРОВЕРКИ

Направлено в журнал «Ядерная физика»

*Институт общей и ядерной физики, Российский научный центр
«Курчатовский институт», Москва

1994

Франк А.И., Носов В.Г.

Закон дисперсии длинноволновых нейтронов и возможность его прецизионной проверки

Рассмотрены современные теоретические представления о законе дисперсии медленных нейтронов в веществе. По-видимому, общепринятая модель оптического потенциала не вполне точна. В доступной для эксперимента энергетической области в нее следует вводить небольшие поправки. Для УХН эти поправки связаны с близостью границы применимости теории. Для холодных нейтронов — с корреляциями положений рассеивателей. Существующие эксперименты не обладают достаточной точностью, чтобы подтвердить или опровергнуть эти выводы. Предложен прецизионный опыт по проверке закона дисперсии длинноволновых нейтронов.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики им. И.М.Франка ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1994

Перевод авторов

Frank A.I., Nosov V.G.

Long Wave-Length Neutron Dispersion Law and the Possibility of its Precise Experimental Test

The modern theoretical concepts of the dispersion law for slow neutrons are discussed. The generally accepted model of the optical potential seems to be not very exact. One has to introduce some corrections into it for the feasible for experiment region. For UCN these corrections are connected with the close vicinity of the theory applicability limit. For cold neutrons — with correlations of the positions of scatterers. The accuracy of today's experiments does not allow one either to confirm or refute these conclusions. A precise experiment is suggested for the verification of the dispersion law for the long wave neutrons.

The investigation has been performed at the Frank Laboratory of Neutron Physics, JINR.

1. Оптический потенциал и закон дисперсии медленных нейтронов

Известно, что закон дисперсии медленных нейтронов с высокой точностью описывается простым соотношением [1]

$$k^2 = k_0^2 - 4\pi\rho b, \quad (1)$$

где k - волновое число в среде, k_0 - волновое число падающего нейтрона, ρ - число ядер в единице объема, b - длина когерентного рассеяния нейтрона ядрами среды.

Иная запись закона дисперсии основана на представлении о показателе преломления нейтронной волны $n = k/k_0$:

$$n^2 - 1 = -\frac{4\pi\rho b}{k_0^2}. \quad (2)$$

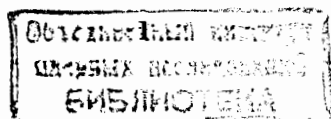
Такой закон дисперсии эквивалентен наличию внутри среды потенциала [2]

$$U_{opt} = \frac{2\pi\hbar^2}{m}\rho b. \quad (3)$$

Вывод закона дисперсии (1) приводится практически во всех основных руководствах по нейтронной физике (см., например, [2]). Приведем его еще раз, поскольку это полезно для дальнейшего.

Для упрощения вопроса ограничимся так называемым статическим приближением. В нем вещество содержит фиксированные рассеивающие центры - ядра, распределенные с некоторой плотностью ρ . Кроме того, отвлечемся на время от радиационного захвата нейтронов. Для начала будем исходить из простого и очень убедительного вывода, предложенного Э.Ферми [3], сделав только небольшие, но удобные для дальнейшего анализа видоизменения.

Подход Ферми основан на представлении о тонком слое вещества толщиной $0 < x < \xi$, на который падает плоская волна e^{ik_0x} (см.рис.1). Тонкий образец бесконечен в поперечных направлениях y, z . В силу малости своей толщины $\xi \ll k_0^{-1}, |k|^{-1}$ он слабо отражает падающие на него нейтроны.



Предполагая, что задача о прохождении нейтронной волны через вещество имеет стационарное решение, волну в среде считаем экспоненциальной:

$$e^{\pm ikx}. \quad (4)$$

Составляя из базисных функций (4) волновую функцию ψ_{int} внутри среды и сшивая ее обычным путем с волновой функцией в вакууме, получаем в линейном приближении:

$$\psi_{int} \simeq 1 + ik_0 x - i \frac{k_0^2 - k^2}{2k_0} \xi, \quad 0 < x < \xi. \quad (5)$$

Первые два члена отождествляем с начальной падающей волной $\psi_0 = e^{ik_0 x}$, слабо меняющейся на протяжении тонкого слоя. Важен вопрос о том, каково с микроскопической точки зрения происхождение последнего члена, содержащего k^2 в веществе.

Считая, что эффективно только однократное рассеяние на каждом конкретном ядре, суммируем в точке наблюдения сферические волны вида

$$-b \frac{e^{ik_0 r}}{r}. \quad (6)$$

Соответствующая добавка ψ_1 к волновой функции находится интегрированием в цилиндрических координатах ρ, x , где ρ ориентировано поперек пучка:

$$\psi_1 \simeq -b \int_0^\infty \frac{e^{ik_0 \rho}}{\rho} \rho \xi 2\pi \rho d\rho = -i \frac{2\pi \rho b}{k_0} \xi = \mp i \frac{\chi_0^2}{2k_0} \xi, \quad (7)$$

$$\chi_0^2 = 4\pi \rho |b|, \quad b = \pm |b|.$$

Сопоставление с последним членом формулы (5), полученной из макроскопических соображений, приводит к общепринятому закону дисперсии (1), который мы запишем еще раз в более краткой форме:

$$k^2 = k_0^2 \mp \chi_0^2.$$

Поскольку квадрат волнового числа меняется на границе вещества на постоянную величину χ_0^2 , этот закон дисперсии соответствует представлению о постоянном (оптическом) потенциале вещества.

Тот же результат может быть получен иным путем. Известно, что уравнение Шредингера для движения частицы в поле произвольного потенциала $U(\vec{r})$ может быть записано в интегральной форме, известной как уравнение Липпмана-Швингера [4]:

$$\psi(\vec{r}) = e^{i\vec{k}_0 \vec{r}} - \frac{m}{2\pi \hbar^2} \int \psi(\vec{r}') U(\vec{r}') \frac{e^{ik_0 |\vec{r} - \vec{r}'|}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\vec{r}'. \quad (8)$$

Будем считать, что взаимодействие нейтрона с одиночным ядром характеризуется точечным псевдопотенциалом Ферми [5]

$$u = \frac{2\pi \hbar^2}{m} b \delta(\vec{r} - \vec{r}_j). \quad (9)$$

Подставим потенциал (9) в (8). Однократное интегрирование по объему снимается δ -функцией, а остающееся суммирование по ядрам j можно заменить на интегрирование ($ka \ll 1$). В итоге приходим к интегральному уравнению:

$$\psi(\vec{r}) = e^{i\vec{k}_0 \vec{r}} - \rho b \int_{\rho \neq 0} \psi(\vec{r}') \frac{e^{ik_0 |\vec{r} - \vec{r}'|}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\vec{r}'. \quad (10)$$

По форме оно совпадает с уравнением (8), а их сравнение дает значение (3) для эффективного среднего потенциала в веществе.

Обычно величину b в (3) полагают комплексной, что позволяет учесть не только преломление нейтронной волны в среде, но и поглощение:

$$b = b' - ib''. \quad (11)$$

Для достаточно медленных нейтронов, когда справедлив закон $1/v$,

$$b'' = \frac{\sigma_a k}{4\pi}, \quad (12)$$

где σ_a - сечение поглощения¹.

Исходя из представления о комплексном потенциале (3), можно достаточно хорошо описать нейтронно-оптические явления, наблюдаемые в современных экспериментах.

¹Мы ограничиваемся здесь случаем моноизотопных и бесспиновых ядер и не рассматриваем поэтому некогерентное рассеяние.

2. Поправки на когерентное поле

Приведенный выше "потенциальный" закон дисперсии является не вполне точным. Существуют небольшие поправки, происхождение которых связано с отличием локального поля на ядре от среднего по веществу. Чтобы учесть эти поправки в выражениях (1)–(3), вместо величины b следует использовать отличную от нее величину Sb , где комплексный коэффициент S – так называемый коэффициент Лэкса [6].

Получить точное выражение для коэффициента S достаточно трудно. Приближенные и довольно громоздкие вычисления, основанные на теории многократного рассеяния, позволяют сделать необходимые оценки. Полный анализ проблемы имеется в работе Сирса [7]. Близкие результаты получены в более поздней работе [8].

Природа этих поправок связана с тем обстоятельством, что каждый рассеиватель находится в волновом поле, образованном как первичной волной, так и волнами, рассеянными другими ядрами. Однако ядра-рассеиватели расположены не вполне произвольным образом, поскольку во всех веществах, даже в жидкостях и аморфных средах, имеется по крайней мере ближний порядок.

Приведем результат, полученный в работе [8] и справедливый в достаточно широкой области изменения начального волнового числа k_0 :

$$n^2 - 1 = -\frac{4\pi\rho b}{k_0^2} \left[1 + \frac{4\pi\rho b}{nk_0} \int_0^\infty dx e^{ik_0 x} \sin(nk_0 x) h(x) \right]^{-1}. \quad (13)$$

Здесь $h(r) = g(r) - 1$, где $g(r)$ — функция парных корреляций.

Легко видеть, что в отсутствие корреляций между рассеивателями выражение (13) переходит в (2). Наиболее просто получить окончательный результат, воспользовавшись моделью твердых сфер. Если радиус сферы a , то:

$$h(r) = \begin{cases} -1, & \text{при } r \leq a; \\ 0, & \text{при } r > a. \end{cases} \quad (14)$$

Подставив (14) в (13), получим для холодных нейтронов ($nk_0a \ll 1$)

выражение, совпадающее с результатом Сирса. Для коэффициента S в [7] приводится выражение:

$$C = (1 - J)^{-1} \approx 1 + J' + iJ'', \quad (15)$$

$$J' = J_0 \left(\frac{\sin k_0 a}{k_0 a} \right)^2, \quad J'' = \frac{J_0}{2(k_0 a)^2} (2k_0 a - \sin 2k_0 a), \quad (16)$$

$$J_0 = \frac{\chi_0^2}{2} a^2 = 2\pi\rho b' a^2. \quad (17)$$

Если $ka \ll 1$, то для действительной части коэффициента Сирса C' имеем:

$$C' \approx \left[1 + J_0 \left(1 - \frac{(k_0 a)^2}{3} \right) \right]. \quad (18)$$

Поскольку $\rho \approx a^{-3}$, то $J_0 \approx b'/a \approx 10^{-4}$.

Таким образом, результатом измерения в наиболее точных нейтронно-оптических экспериментах является не длина рассеяния одиночного изолированного ядра b' , а некоторая эффективная длина $C'b'$. Различие между ними составляет величину порядка $b'/a \approx 10^{-4}$. В следующем приближении эта поправка зависит, в свою очередь, от k_0^2 . Отметим, что в некоторых случаях необходимо знать величину b' с точностью порядка $10^{-4} - 10^{-5}$ (см., например, [9]).

3. Область применимости "потенциального" закона дисперсии и сверхмедленные нейтроны

В недавних работах [10], [11] показано, что теория дисперсии, основанная на точечном взаимодействии Ферми (9), по-видимому, не может быть справедлива для слишком малых волновых чисел k_0 . Условие применимости теории можно сформулировать следующим образом:

$$k_0 \gg \chi_0^2 a, \quad |U_{opt}| \ll \frac{E}{k_0 a}, \quad (19)$$

где $E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2$ — кинетическая энергия нейтрона.

Один из аргументов апеллирует к приведенному выше подходу с тонким слоем Ферми. Малость обусловленной веществом поправки к волновой функции в (7) $|\psi_1| \ll 1$ не обеспечивается автоматически. Ее рост при малых k_0 может быть скомпенсирован уменьшением толщины слоя ξ лишь до определенных пределов, поскольку даже тонкий слой вещества должен быть макроскопическим по сравнению с межатомными расстояниями, $\xi \gg a \approx \rho^{-1/3}$.

По-видимому, при энергиях $k_0^2 \approx \chi_0^2 a^2$ и меньше мы сталкиваемся с иной, непотенциальной ситуацией. Это можно комментировать с различных точек зрения. Интеграл в (7) сходится при $\varrho \approx k_0^{-1}$, и с уменьшением k_0 область центров, захватываемых интегрированием, эффективно расширяется. Легко заметить, что уже внутри круга $\varrho \approx \varrho_0 \approx (\chi_0^2 a)^{-1}$ рост волновой функции в интересующей нас произвольной точке становится неразумно большим. Это можно истолковать как неизбежность перерасеяния на расстояниях порядка

$$\varrho_0 \approx \frac{1}{\chi_0^2 a} \approx \frac{a^2}{|b|}. \quad (20)$$

Но в веществе тонкого слоя перерасеяния обусловят неопределенность импульса порядка $\Delta k \approx \varrho_0^{-1}$. Она в полной мере относится и к стоящему в стандартном выражении (6) волновому числу k_0 . Таким образом, при $k_0 \ll \varrho_0^{-1}$ мы пришли бы к $\Delta k_0 \gg k_0$, что едва ли удовлетворительно.

Может показаться, что в подходе с псевдопотенциалом (9) эта трудность не возникает. Однако хорошо известно (см., например, [12]), что введение в теорию δ -функционного потенциала не всегда корректно. Он подобран так, чтобы давать правильную амплитуду рассеяния на отдельно взятом ядре в первом борновском приближении. Однако уже в следующем, квадратичном приближении теории возмущений возникает двойной интеграл по объему

$$\iint \frac{U(\vec{r})U(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} d\vec{r}d\vec{r}' \rightarrow \infty, \quad (21)$$

который расходится. Это означает, что перерасеяние на одном и том же центре (самоперерасеяние) закрывает возможность использования точечного взаимодействия, вводимого здесь из методиче-

ских соображений. Вопрос только в том, играют ли самоперерасеяния существенную роль, или же их влияние пренебрежимо. Это зависит от конкретных физических условий. При малых энергиях нейтрона, когда $k_0 \ll \chi_0^2 a$ (сверхмедленные нейтроны [10]), роль самоперерасеяний, по-видимому, значительна.

С ролью перерасеяний в обычном трехмерном веществе может быть связано еще одно обстоятельство. В длинноволновом пределе $ka \ll 1$ трудно ожидать сколько-нибудь существенных различий между аморфным и кристаллическим вариантами расположения центров. (Мы отвлекаемся здесь от поправок на локальное поле). Таким образом, трехмерное вещество вполне можно считать состоящим из достаточно большого числа рассеивающих плоскостей [13]. Однако, как показывает анализ, единичная плоскость с поверхностной плотностью рассеивателей σ отражает нейтроны существенно резонансным образом [11]. В случае отрицательных значений длины рассеяния $b < 0$ моноатомная плоскость способна связать нейтрон на уровень с отрицательной энергией

$$-\epsilon = |\epsilon| = 2\pi^2 \frac{\hbar^2}{m} \sigma^2 |b|^2. \quad (22)$$

При этом коэффициент отражения дается резонансной формулой Вигнера [12]:

$$|R|^2 = \frac{\nu^2}{\nu^2 + k_0^2} \quad \nu = 2\pi\sigma|b|. \quad (23)$$

При $b > 0$ имеет место вигнеровский резонанс на виртуальном уровне. С учетом приведенного определения ν резонансное выражение (23) остается справедливым. В обоих случаях при $k_0 \ll \nu$ отражение становится практически стопроцентным. Возвращаясь к трехмерному веществу, напомним, что $\rho \approx a^{-3}$, в то время как для плоскости $\sigma \approx a^{-2}$. Поскольку $\nu \approx a^{-2}|b|$, в трехмерном случае это "эквивалентно" $\nu \approx \chi_0^2 a$. Разумеется, в реальной ситуации следовало бы, в принципе, сразу учитывать все плоскости и находящиеся на них центры. Однако трудно себе представить, что при $k_0 \ll \chi_0^2 a$, когда изолированная резонирующая плоскость отражает нейтроны почти нацело, роль самоперерасеяний в трехмерном веществе остается пренебрежимой.

Таким образом, возникает по крайней мере два важных вопроса: можно ли теоретически исследовать закон дисперсии для сверхмедленных нейтронов, и каким образом нарушение потенциального закона дисперсии при $k_0 \rightarrow 0$ скажется в иной энергетической области, где модель потенциала в нулевом приближении справедлива. Исходное положение работ [10],[11] состоит в том, что фермиевский подход с тонким слоем справедлив и в случае сверхмедленных нейтронов, а отдельные рассеиватели и здесь могут играть роль источников расходящихся волн, добавляемых к волновой функции нейтрона. Но такой физической картине лучше отвечает влияние типа

$$-b \frac{e^{ik_1 r}}{r} \quad (24)$$

с некоторым перенормированным самоперерассеяниями волновым числом $k_1 \gg \chi_0^2 a \gg k_0$. При этом сделано предположение, что в случае, когда доминируют многократные перерассеяния и самоперерассеяния, обусловленная ими перенормировка выразится в самосогласовании микро-и макроскопических аспектов поведения нейтрона в среде. Тогда в расходящейся от центра волне (24) будет стоять то же самое волновое число, которое характеризует вещество в целом:

$$k_1 = k. \quad (25)$$

В этих предположениях удалось ответить на оба поставленных выше вопроса. Во-первых, в случае сверхмедленных нейтронов волновое число в среде, состоящей из закрепленных и непоглощающих ядер с $b > 0$, оказывается комплексным. Возникающий при этом дефицит унитарности трактуется как возможность инфильтрации нейтронов в среду, так что в случае полубесконечной среды полное решение задачи оказывается нестационарным. Это не остается без последствий в достаточно широкой области изменения волнового числа. Удалось сделать оценку соответствующих поправок к потенциальному закону дисперсии. В результате, приводится единый закон дисперсии для очень холодных и ультрахолодных нейтронов (ОХН и УХН) [11]:

$$\begin{aligned} k_r &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{k_0^2 - \chi_0^2 - \frac{J_v}{k_0^2} + \sqrt{\left(k_0^2 - \chi_0^2 - \frac{J_v}{k_0^2}\right)^2 + \left(\frac{J_u}{k^2}\right)^2}}, \\ k_i &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\chi_0^2 - k_0^2 + \frac{J_v}{k_0^2} + \sqrt{\left(\chi_0^2 - k_0^2 + \frac{J_v}{k_0^2}\right)^2 + \left(\frac{J_u}{k^2}\right)^2}}, \\ k &= k_r + ik_i \quad . \quad k_0^2 \gg \chi_0^4 a^2 . \end{aligned} \quad (26)$$

Фигурирующие в выражениях (26) поправки J_v и J_u отличают их от известных (см., напр., [14]). При этом

$$J_u \approx J_v \approx \chi_0^6 a^2 \quad (27)$$

Как правило, здесь правомерно представление:

$$k_{r,i} = k_{r,i}^{(0)} + k_{r,i}^{(1)}, \quad (28)$$

где нулевое приближение дается элементарной формулой теории потенциала.

В случае УХН, когда энергия нейтронов меньше величины оптического потенциала, в отсутствие поглощения мы имели бы чисто мнимое значение волнового числа. Как известно, это соответствует полному отражению. Однако из (26) следует, что не слишком близко к барьеру, когда

$$|k_0^2 - \chi_0^2| \gg \chi_0^4 a^2 \quad \left(|E - U_{opt}| \gg \frac{b}{a} U\right), \quad (29)$$

имеет место

$$k_r \approx k_i^{(1)} \approx \frac{\chi_0^6 a^2}{k_0^2 \sqrt{\chi_0^2 - k_0^2}}. \quad (30)$$

Следовательно, непотенциальные эффекты слегка меняют мнимую часть волнового числа и приводят к появлению небольшой по величине вещественной части k , отвечающей оттоку нейтронов в вещество. Этому соответствует конечный коэффициент инфильтрации μ в полубесконечную среду.

$$\mu \cong \frac{\chi_0^4 a^2}{k_0 \sqrt{\chi_0^2 - k_0^2}} \quad (31)$$

Для ОХН, когда имеет место преломление (и неизбежное отражение) нейтронов, вещественная часть волнового числа также слегка меняется. Одновременно появляется отсутствующая в потенциальной теории малая мнимая часть волнового числа k_i :

$$k_0^2 - \chi_0^2 \gg \chi_0^4 a^2, \quad -k_r^{(1)} \approx k_i \approx \frac{\chi_0^8 a^2}{k_0^2 \sqrt{k_0^2 - \chi_0^2}}, \quad \mu \cong \frac{4k_0 \sqrt{k_0^2 - \chi_0^2}}{(k_0 + \sqrt{k_0^2 - \chi_0^2})^2} \quad (32)$$

Асимптотически обе эти поправки порядка $\chi_0^8 a^2 / k_0^3$. Не слишком высоко над барьером, когда $k_0 \approx \chi_0$, справедлива оценка $k_r^{(1)} \approx \chi_0^3 a^2$.

Возможность инфильтрации УХН в вещество должна привести к появлению дополнительного источника их ухода из сосудов. Трудно сказать, имеет ли это явление прямое отношение к аномальной утечке, наблюдаемой в экспериментах по хранению УХН [15]. Опыты по поиску непотенциальных поправок к вещественной части волнового числа ОХН могли бы прояснить ситуацию.

Эта картина усложняется, если принять во внимание неизбежное поглощение нейтронов веществом. Непотенциальные эффекты в полной мере проявляются, когда имеет место соотношение

$$\eta \ll \eta_0, \quad \eta = \frac{b''}{b'}, \quad \eta_0 \approx \frac{\chi_0^4 a^2}{k_0^2} \quad (b' > 0). \quad (33)$$

Как для УХН, так и для ОХН, не слишком далеко от барьера

$$\eta_0 \approx \chi_0^2 a^2 \approx 10^{-4},$$

поэтому эффекты, связанные с инфильтрацией нейтронов, должны проявляться лишь для очень слабопоглощающих веществ. К таковым можно отнести бериллий (при низких температурах), для которого $\eta \approx 3.4 \times 10^{-7}$, и твердый кислород ($\eta \approx 0.9 \times 10^{-8}$). К сожалению,

для большинства веществ имеет место некоторый промежуточный случай $\eta \approx \eta_0$, примером чего является медь ($\eta \approx 1.4 \times 10^{-4}$). Тем не менее и в этом случае можно надеяться, что в достаточно чувствительном эксперименте возможно наблюдать слабое отклонение от потенциального закона дисперсии.

4. Экспериментальная проверка закона дисперсии. Опыт Физо на нейтроне

Рассмотрим теперь, каким образом изложенные выше соображения соотносятся с существующими экспериментальными данными. К сожалению, мы располагаем здесь весьма скудной информацией.

Прямые эксперименты по измерению закона дисперсии $k^2(k_0^2)$ для очень холодных нейтронов нам не известны. Весьма важным является сопоставление значений когерентных длин рассеяния (или величин оптического потенциала), полученных в экспериментах с существенно различающимися энергиями нейтронов [17]. Сравнение данных, полученных в опытах с УХН (см., напр., [16]) с результатами экспериментов с тепловыми нейтронами приводит к выводу о том, что величина оптического потенциала неизменна с точностью по крайней мере до нескольких процентов. Однако эти весьма важные сами по себе результаты не могут дать ничего определенного для проверки приведенных выше соображений из-за недостатка точности.

Вероятно, ответ может быть найден в экспериментах, где измеряемый эффект появляется только в случае отличия закона дисперсии от потенциального. Такого рода опыты основаны на простых аргументах. Известно (см., например, [14], [17]), что если справедлив закон дисперсии (1), то тот же закон дисперсии справедлив для нормальной к поверхности компонентны волнового числа k_1 :

$$k_1^2 = k_{01}^2 - \chi_0^2. \quad (34)$$

Отсюда следует, что в случае потенциального вида закона дисперсии нормальная компонента волнового числа в среде k_1 зависит

только от нормальной компоненты волнового числа в вакууме $k_{0\perp}$.

Для любого иного вида закона дисперсии это не справедливо. Действительно, пусть волна преломляется на границе среды, причем имеет место закон дисперсии:

$$k^2 = k_0^2 - \chi_0^2 + \varepsilon(k_0^2), \quad (35)$$

где $\varepsilon(k_0^2)$ - непотенциальная добавка любой природы.

Если вещество однородно вдоль своей поверхности, то компонента волнового числа $k_{0\parallel}$, лежащая в плоскости раздела, не может меняться при преломлении. Вычитая из обеих частей равенства (35) величину $k_{0\parallel}^2$, имеем:

$$k_{\perp}^2 = k_{0\perp}^2 - \chi_0^2 + \varepsilon(k_0^2). \quad (36)$$

Следовательно, наличие непотенциального члена в законе дисперсии (35) во всех случаях приводит к появлению зависимости нормальной компоненты волнового числа в среде k_{\perp} от величины волнового числа в вакууме k_0 . Это справедливо и в том случае, когда $k_{0\perp}$ неизменна.

Иная формулировка этого же утверждения приводится в работе [18]. Исходя из справедливости преобразования Галилея для волнового числа нейтронов авторы показали, что при потенциальном законе дисперсии фаза нейтронной волны, прошедшей через движущийся образец, зависит только от движения поверхностей образца, но не от движения рассеивающих центров, его составляющих. Напомним, что изменение фазы $\Delta\phi$, связанное с преломлением волны в образце толщиной ξ , составляет

$$\Delta\phi = k_0(n-1)\xi = (k - k_0)\xi. \quad (37)$$

Для проверки этого предсказания был осуществлен эксперимент [19], в котором вращающийся кварцевый диск был помещен в одно из плеч нейтронного интерферометра. Ось вращения диска была параллельна волновому вектору k_0 , поэтому имело место нормальное падение волны на образец и в (37) $k = k_{\perp}$, $k_0 = k_{0\perp}$. Очевидно, что в этом случае волновое число k_0 нейтронов, рассеивающихся на ядрах образца, зависит от скорости вращения диска, в то время

как границы диска неподвижны. Независимость фазы при приведении диска во вращение и демонстрирует независимость k_{\perp} от k_0 .

Результаты опыта, поставленного на тепловых нейтронах, подтвердили с точностью до экспериментальных погрешностей постоянство величины оптического потенциала. Однако, как было показано Спрсом [20], чувствительность эксперимента была недостаточной для обнаружения предсказанных им поправок на когерентное поле, поскольку для тепловых нейтронов они очень малы. В еще большей степени это относится к непотенциальным поправкам, связанным с примесью сверхмедленных нейтронов.

Тем не менее мы располагаем подтверждением принципиальной правильности такого экспериментального подхода. Дело в том, что отличия от чисто потенциального закона дисперсии должны иметь место и в тривиальном случае, когда длина рассеяния b на одиночном ядре сама заметно зависит от k_0 . В работе [21] сообщалось об эксперименте, вполне аналогичном описанному выше. Отличие состояло в том, что в качестве преломляющего вещества был использован самарий, изотоп которого ^{149}Sm имеет резонанс в области 97.3 мэВ. Энергия нейтронов была близка к резонансной и составляла величину 95.8 мэВ. При этом наблюдался эффект зависимости фазы от скорости вращения диска, величина которого была близка к расчетной.

Наблюдение сдвига фазы в движущемся образце в экспериментах с нейтронными интерферометрами получили в литературе название опытов Физо на нейтроне [22]. Ниже мы предлагаем развитие этой методики.

5. Интерферометр Фабри-Перо для УХН и возможность прецизионного эксперимента по проверке закона дисперсии нейтронной волны

По-видимому, существенного увеличения чувствительности опыта Физо можно было бы достичь, осуществив его не с тепловыми нейтронами, со скоростями $v \approx 10^3$ м/с, а с ультрахолодными, скорость

которых $v \approx 5 - 7$ м/с. Поскольку линейная скорость образца может составлять $V \approx 100 - 200$ м/с, волновое число k_0 может изменяться в эксперименте в несколько десятков раз. При малых скоростях вращения могут проявляться непотенциальные эффекты, если они существуют, при больших — поправки на локальное поле. К сожалению, в настоящий момент нейтронных интерферометров на УХН нет, хотя соответствующие проекты имеются [23],[27].

Следовательно, нужно найти другой экспериментальный подход, где измеряемая величина была бы чувствительна к изменению k_1 в среде. Наиболее подходящим кажется резонансный эксперимент, основанный на свойствах интерференционного фильтра для нейтронов — аналога оптического интерферометра Фабри-Перо [24]. Устройство его поясняется рис.2. На подложку, характеризующуюся величиной оптического потенциала U_s , нанесены три слоя вещества с оптическими потенциалами U_1, U_2, U_3 .

Потенциальная структура представляет собой двугорбый барьер

$$U_1 = U_3 > U_2 > U_s.$$

Очевидно, что в образующейся яме возможно появление квазисвязанных состояний, положение которых E_r приближенно определяется соотношением

$$\left[\frac{2m}{\hbar^2} (E_r - U_2) \right]^{1/2} = \frac{\pi}{d} p, \quad p = \text{integer}, \quad (38)$$

где d — ширина ямы.

Такая структура имеет ярко выраженный резонансный характер пропускания нейтронов. Ширина резонанса определяется временем жизни квазисвязанного состояния и зависит от толщины внешних слоев. Эксперименты [25],[26],[27] хорошо подтверждают эти соображения, а наблюдаемая ширина резонансов составляла несколько нэВ.

В том случае, когда представление об оптическом потенциале перестает быть корректным, вместо (38) нужно пользоваться более общим выражением:

$$k_2 d \simeq p\pi, \quad (39)$$

где k_2 — волновое число нейтрона в веществе среднего слоя. При произвольном угле падения нейтрона вместо k_2 в (39) должна, очевидно, фигурировать его нормальная компонента. Опуская индекс номера слоя, вернемся к старому обозначению k_1 и обратимся снова к уравнению (36) и комментарию к нему. Теперь постановка эксперимента вполне очевидна. Пусть наша резонансная структура нанесена на диск, достаточно прозрачный для нейтронов. Расположение оси диска, как и в опыте [19], параллельно направлению движения нейтронов. В отсутствие непотенциальных эффектов величина k_1 нечувствительна к тому, покоится ли диск или нет.

При непотенциальном законе дисперсии k_1 в среде зависит от скорости вращения диска, что должно приводить к смещению положения резонанса в пропускании. Эксперимент может быть поставлен, например, с гравитационным дифрактометром УХН [28], разрешение которого составляет 0.7 нэВ [27].

Однако для измерения энергии нейтронов, прошедших через движущийся фильтр, вполне может быть использован второй интерференционный фильтр. Сканирование по энергии легко осуществить, заставляя нейтроны двигаться по вертикали в поле тяжести Земли, и меняя при этом положение второго фильтра-анализатора. Изменение энергии составляет при этом ≈ 1 нэВ/см. Таким образом мы приходим к схеме опыта, представленной на рис.3.

Оценим возможную чувствительность такого опыта. Положение центра тяжести резонансной линии пропускания определяется с точностью ΔE , где

$$\Delta E = \frac{\delta E}{\sqrt{N}} \quad (40)$$

Здесь δE — ширина резонанса, а N — число зарегистрированных нейтронов. Последнее определяется соотношением $N = f \times S \times \epsilon \times t$, где f — плотность потока, S — площадь сечения пучка, ϵ — эффективность регистрации, t — время измерения.

Современные источники УХН [29],[30] имеют плотность потока $f \approx 10^4$ н/см²с. Считая, что потери, связанные с монохроматизацией в несколько нэВ, составляют порядка 0.01, примем для эффективности регистрации оценку $\epsilon \approx 10^{-3}$. При площади фильтров

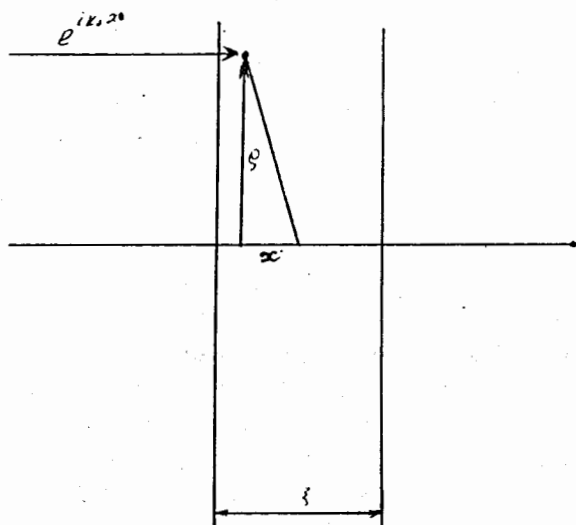


Рис.1. К фермиевскому выводу закона дисперсии нейтронов

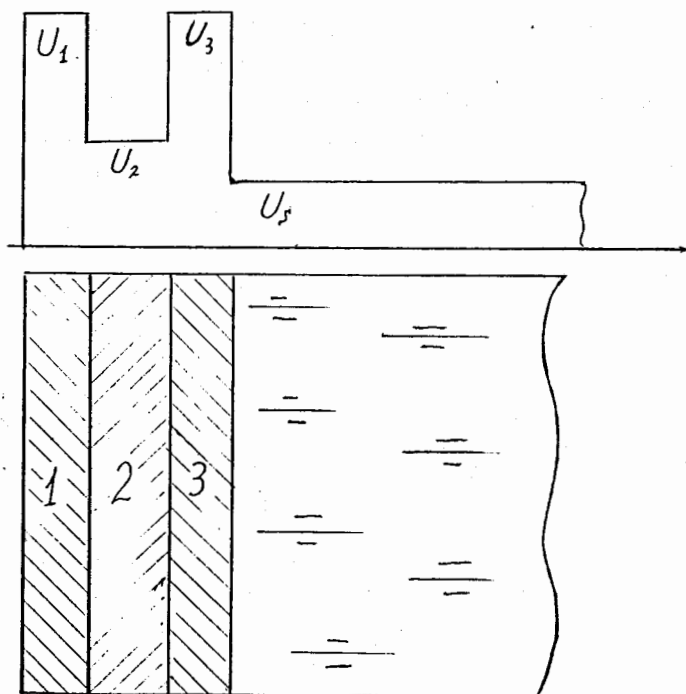


Рис.2. Трехслойный интерференционный фильтр.
Вверху показана структура оптического потенциала.

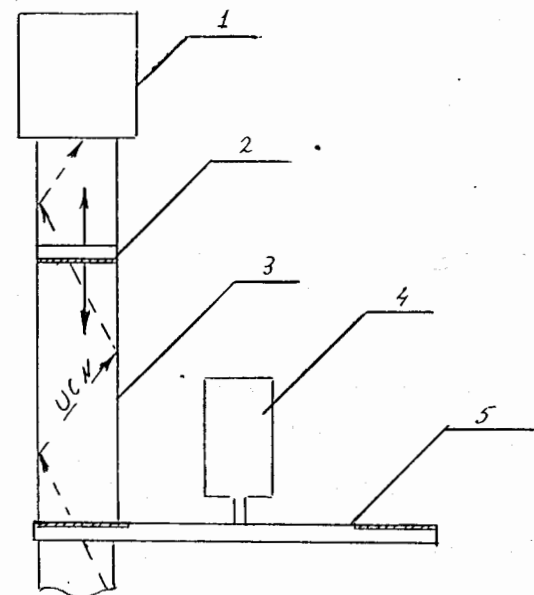


Рис.3. Схема предлагаемого эксперимента:

- 1 - детектор,
- 2 - интерференционный фильтр - анализатор,
- 3 - нейтроновод,
- 4 - мотор,
- 5 - диск с интерференционным фильтром

порядка 10см^2 получаем, что статистические возможности опыта составляют $N \approx 10^7$ отсчетов в сутки. Положив для полуширины резонанса $\delta E \approx 3$ нэВ, получим, что чувствительность к изменению положения резонанса составляет в суточном эксперименте $\Delta E \approx 1.5 \times 10^{-12}$ эВ. Поскольку энергия УХН $E \approx 1.5 \times 10^{-7}$ эВ, то

$$\frac{\Delta k_z}{k_z} \approx \frac{\Delta E}{2E} \approx 5 \times 10^{-6}. \quad (41)$$

Разумеется, это очень грубая оценка. Возможная неоднородность структуры и неизбежные вибрации при вращении приведут к эффективному уширению линии пропускания и снижению чувствительности. Однако очень важно, что здесь не видно каких-либо имитирующих эффектов, не связанных с искомыми непотенциальными поправками, не приводящих к смещению линии пропускания.

Можно надеяться, что осуществление такого опыта позволит получить экспериментальный ответ на вопросы, поставленные теорией.

6. Благодарности

Авторы весьма признательны С.Н.Балашову, С.Вернеру (S.Werner), С.В.Масаловичу, А.Клейну (A.Klein). А.Н.Стрелкову и В.Н.Швецову за полезные обсуждения предлагаемого эксперимента. Настоящая работа частично поддержана Международным научным фондом в рамках программы индивидуальных грантов.

Литература

- [1] Foldy L.I. Phys.Rev. 67, (1945), 107.
- [2] Гуревич И.И., Тарасов Л.В. Физика нейтронов низких энергий. М.: Наука, 1965.
- [3] Ферми Э. Научные труды. М.: Наука, 1972, т.1, с.226.
- [4] А.Г.Ситенко. Лекции по теории рассеяния. Киев, Вища школа, 1971.

- [5] Fermi E. Nuovo Cim. 11, (1934), 157.
- [6] Lax M. Rev.Mod.Phys. 85, (1952), 287.
- [7] Sears V.F. Physics Reports. 82, (1982), 1-29.
- [8] Warner M., Gubernatis J.E. Phys.Rev.B 32, (1985), 6347-6357.
- [9] L.Köester, W.Waschkowski, J.Maier. Atomic Nuclei, 329, (1988), 229.
- [10] Носов В.Г., Франк А.И. Сверхмедленные нейтроны и закон дисперсии ультрахолодных нейтронов. Препринт ИАЭ-5403/1.М.1991.
- [11] Носов В.Г., Франк А.И. Сверхмедленные нейтроны и закон дисперсии нейтронных волн в веществе. Сообщения ОИЯИ Р4-92-471, Дубна, 1992 (направлено в J.Phys.A).
- [12] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. М.: Наука, 1974.
- [13] Игнатович В.К. Физика ультрахолодных нейтронов. М.:Наука, 1986.
- [14] Франк И.М. 11 Международная школа по нейтронной физике. Алушта, 1974. Сборник лекций, с.19; см. также: УФН 162 (1991) 109.
- [15] Алфименков В.П., Варламов В.Е., Васильев А.В. и др. Письма в ЖЭТФ, 1992, т.55, с.92.
- [16] Steyerl A., Vonach H. Z.Phys.250, (1972), 166. Steyerl A. in: Springer tracts in modern physics 80, 57.
- [17] Франк И.М. Волновые свойства ультрахолодных нейтронов. Препринт ОИЯИ Р3-7809. Дубна, 1974.
- [18] Klein A.G., Werner S.A. Rep.Prog.Phys.46(1983), 259.
- [19] Arif M., Kaiser H., Werner S.A., Cimmino A., Hamilton W.A., Klein A.G., Opat G.I. Phys.Rev.A 31 (1985), 1203.

- [20] Sears V.F. Phys.Rev.A 32(1985), 2524.
- [21] Arif M., Kaiser H., Clothier B., Werner S.A., Hamilton W.A., Cimmino A., Klein A.G. Physics B.151 (1989) 931.
- [22] Cimmino A., Hamilton W.A., Klein A.G., Opat G.I., Arif M., Kaiser H., Clothier B., Werner S.A. Nucl.Inst.Meth.A 284 (1989), 179.
- [23] Ioffe A.I. Physica B 151 (1988),50.
- [24] Серегин А.А. ЖЭТФ 73 (1977),1634.
- [25] Stenhauser K.-A., Steyerl A., Schehenchofer H. Phys.Rev.Lett 44,(1980),1306.
- [26] Покотилловский Ю.Н.,Новопольцев М.И.
Препринт ОИЯИ РЗ-81-828. Дубна,1981.
- [27] Steyerl A., Drexel W., Malik S.S., Gutmiedl E. Physica B 151, (1988),36.
- [28] Schehenhofer H.,Steyerl A. Phys.Rev.Lett. 44 (1980) 1306.
- [29] Steyerl A., Nagel H., Schreiber F.-X., Steinhauser K.-A. et al. Phys.Lett.A 116(1986) 347.
- [30] Алтарев И.С.,Боровикова Н.В., Булкин А.Н., Весна В.А. и др.
Письма в ЖЭТФ 44 (1986) 269.

Рукопись поступила в издательский отдел
6 января 1994 года.