сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р3-92-11

М.В.Калашников, А.В.Стрелков, Е.П.Шабалин

О ЗАХВАТЕ УЛЬТРАХОЛОДНЫХ НЕЙТРОНОВ РАЗЛЕТАЮЩИМСЯ ГАЗОМ

1992

Калашников М.В., Стрелков А.В., Шабалин Е.П. P3-92-11

О захвате ультрахолодных нейтронов разлетающимся газом

Выполнена оценка вероятности столкновения ультрахолодного нейтрона с ядрами молекул разлетающегося газового шара. Для газового шара с параметрами до расширения R = 10 см, P = 10 атм и T = 300 К эта вероятность не превышает 0,1% для гелия и 5% для водорода.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1992

Перевод авторов

Kalashnikov M.V., Strelkov A.V., Shabalin E.P. P3-92-11

On the Problem of UCN Capture by Dispersing Gas

The probability of ultra-cold neutron collisions with molecules of an expanding gaseous ball is estimated. For the gaseous ball of 10 cm initial radius, 10 bars pressure and 300 K temperature, the probability of UCN collision does not exceed 0,1% for He gas and 5% for H_2 gas.

The investigation has been performed at the Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1992

Если тепловой нейтрон в замедлителе испытывает многочисленные столкновения (время жизни его в замедлителе определяется сечением поглощения и процессами ухода за пределы замедлителя), то ультрахолодный нейтрон (УХН) существует только в промежутке времени между моментом рождения и моментом первого же столкновения с ядром замедлителя, которое с подавляющей вероятностью приводит к гибели УХН, нагревая его до тепловых энергий. Пробег УХН в полиэтилене $\lambda \sim 10^{-2}$ см, а в газообразном водороде (T=300 K, P=10 атм) $\lambda \sim 1$ см. Таким образом, УХН, образованные (из тепловых нейтронов за один удар) по всему объему замедлителя, могут выйти из него только из приповерхностного слоя толщиной $\sim \lambda$. Чтобы сохранить УХН внутри замедлителя, надо быстро удалить атомы замедлителя, на которых эффективно поглощаются (нагреваются до тепловых) УХН. При использовании импульсного реактора такой сбор УХН по всему объему, занимаемому замедлителем, может дать большой выигрыш в плотности УХН. Механически убрать эти атомы за время жизни УХН в замедлителе довольно трудно, но при использовании газового водородного замедлителя для быстрого удаления атомов водорода можно использовать естественные тепловые скорости молекул газа, предоставив ему возможность резкого расширения. Скорость молекул водорода $\sim 10^3$ м$\cdot$с$^{-1}$, а УХН – на два порядка меньше, поэтому через некоторое время после ухода молекул водорода в объеме, ранее занимаемом водородом, останется только облако из УХН. В связи с тем, что длина свободного пробега УХН намного меньше размеров водородного замедлителя, может сложиться впечатление, что улетающие молекулы водорода должны увлекать за собой и УХН. Оценке величины этого эффекта посвящена эта работа.

Решением задачи разлета в вакуум однородного газового шара из одноатомного газа с $\gamma = c_p/c_v = 5/3$, покоящегося до момента времени $t=0$, с параболическим по пространству распределением давлений является [1,2]

$$R_g(t) = \sqrt{\frac{10}{3} U_0 t^2 + R_g^2(0)}\,, \tag{1}$$

$$\dot{R}_g(t) = \frac{\frac{10}{3} u_0 t}{\sqrt{\frac{10}{3} u_0 t^2 + R_g^2(0)}} \,, \qquad (2)$$

$$v(r,t) = \frac{r\left(\frac{10}{3} u_0 t\right)}{\frac{10}{3} u_0 t^2 + R_g^2(0)} \,, \qquad (3)$$

$$\delta(r,t) = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R_g^3(t)} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi\left(\sqrt{\frac{10}{3} u_0 t^2 + R_g^2(0)}\right)^3} \,, \qquad (4)$$

где $R_g(t)$, $\dot{R}_g(t)$ – положение и скорость границы шара в момент времени t ; $R_g(0)$ – начальное положение границы шара; u_0 – начальная средняя по массе внутренняя энергия газа в единице массы газа; t – время; r – координата внутри газового шара, $r \in [0, R_g(t)]$; $v(r,t)$ – – скорость газа относительно лабораторной (неподвижной) системы координат в точке r в момент времени t ; $\delta(r,t)$ – плотность газа в точке r в момент t . Заметим, что плотность газа в заданный момент t от координаты r внутри шара не зависит, а вне шара (в вакууме) плотность, естественно, равна нулю. M – полная масса газового шара.

Считаем газовую среду для простоты чистым рассеивателем нейтронов. Микроскопическое сечение рассеяния $\sigma_s(v_r)$ для УХН в пределе $v_r \to 0$ можно представить /3/ как

$$\sigma_s(v_r) \simeq \frac{2\sigma_{s0}}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{\tilde{A}\, m\, v_r^2}{2T}}} = \frac{2\sqrt{2}\cdot\sqrt{T}\,\sigma_{s0}}{\sqrt{\pi \tilde{A} m}\cdot v_r} \,, \qquad (5)$$

где σ_{s0} – микроскопическое сечение рассеяния неподвижного ядра материала газа (константа); v_r – скорость нейтрона относительно среды; m – масса нейтрона; $\tilde{A}$ – отношение массы ядра рассеивателя к массе нейтрона; T – температура газа в месте взаимодействия среды с нейтроном, $[T] = эВ$. Испустим пучок из N_0 УХН в момент времени $t=0$ в точке $r_0 \leq R_g(0)$ со скоростью $v_н$ относительно неподвижной системы координат точно по радиусу шара по направлению к центру шара и проследим за выбыванием нейтронов из пучка на временном промежутке $0 < t \leq r_0/v_н$ в процессе разлета шара. Число столкновений УХН рассматриваемого пучка в течение интервала времени dt около t равно

$$dN(t) = -N(t)\Sigma(v_r,t)\, v_r(r,t)\, dt, \qquad (6)$$

где $\Sigma(v_r,t)$ – макроскопическое сечение среды для скорости относительного движения нейтронов и среды $v_r(r,t)$; $v_r(r,t)\,dt$ – путь нейтронов относительно среды за промежуток времени dt . Для упрощения выкладок положим сначала, что температура газа T не зависит от координат, а зависит лишь от времени, т.е.

$$T(r,t) = \overline{T}(t) \qquad (7)$$

(температура газа изменяется за счет того, что при разлете газового шара в вакуум ранее запасенная внутренняя энергия газа переходит в кинетическую энергию макроскопического движения шара). Легко показать, что средняя удельная внутренняя энергия газа $u(t)$ представима как

$$u(t) = u_0 - \frac{E_к}{M} = \frac{u_0 R_g^2(0)}{10/3\; u_0 t^2 + R_g^2(0)} \,, \qquad (8)$$

где $E_к$ – кинетическая энергия всего шара. Связывая удельную внутреннюю энергию одноатомного газа (8) с температурой $\overline{T}(t)$, получим

$$\overline{T}(t) = \frac{2}{3}\cdot\frac{A}{N_A}\cdot\frac{u_0 R_g^2(0)}{10/3\; u_0 t^2 + R_g^2(0)} \,, \qquad (9)$$

где A – атомный вес газа, N_A – число Авогадро. Из (4), (5), (9) следует, что входящее в (6) макроскопическое сечение представимо как

$$\Sigma(v_r,t) = \frac{\delta(r,t)}{A} N_A \sigma_s(v_r) =$$

$$= \frac{M}{\frac{4}{3}\pi\left(\sqrt{\frac{10}{3} u_0 t^2 + R_g^2(0)}\right)^3}\cdot\frac{N_A}{A}\cdot\frac{2\sqrt{2}\,\sigma_{s0}}{\sqrt{\pi \tilde{A} m}\; v_r}\cdot\frac{\sqrt{\frac{2}{3}\frac{A}{N_A}\cdot u_0 R_g^2(0)}}{\sqrt{\frac{10}{3} u_0 t + R_g^2(0)}} =$$

$$= \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R_g^3(0)}\cdot\frac{N_A}{A}\cdot\sigma_{s0}\cdot\frac{R_g^3(0)\, 2\sqrt{2}}{\sqrt{\pi \tilde{A} m}\; v_r}\cdot\frac{R_g(0)\sqrt{\frac{2}{3}\frac{A}{N_A}\cdot u_0}}{\left[\frac{10}{3} u_0 t^2 + R_g^2(0)\right]^2} \,. \qquad (10)$$

Замечая, что

$$\frac{M}{\frac{4}{3}\pi R_g^3(0)} = \delta(r,0) \,,$$

введем обозначение

$$\Sigma_0 = \frac{\delta(r,0)}{A} N_A \sigma_{s0} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R_g^3(0)} \cdot \frac{N_A}{A} \cdot \sigma_{s0}, \tag{11}$$

где Σ_0 - макроскопическое сечение газового шара при исходной плотности $\delta(r,0)$ шара в момент $t=0$ в предположении, что ядра среды неподвижны (не участвуют в тепловом (максвелловском) движении). Легко также заметить, что

$$\sqrt{\frac{2}{3}\frac{A}{N_A} U_0} = \sqrt{\overline{T}(0)}, \tag{12}$$

где $\overline{T}(0)$ - температура газа в начальный момент $t=0$ (9). Подставляя (11), (12) в (10) и выполняя некоторые преобразования, получим

$$\Sigma(v_r,t) = \Sigma_0 \frac{2\sqrt{2}\cdot\sqrt{\overline{T}(0)}}{\sqrt{\pi\tilde{A}m}\; v_r} \cdot \frac{1}{\left[\frac{10}{3}\frac{U_0}{R_g^2(0)}t^2 + 1\right]^2}. \tag{13}$$

Подстановка (13) в (6) дает

$$dN(t) = -N(t)\frac{2\sqrt{2}\;\Sigma_0\sqrt{\overline{T}(0)}}{\sqrt{\pi\tilde{A}m}\left[\frac{10}{3}\frac{U_0}{R_g^2(0)}t^2 + 1\right]^2} \cdot d\left(t\sqrt{\frac{10}{3}\frac{U_0}{R_g^2(0)}}\right). \tag{14}$$

Интегрирование уравнения (14) в промежутке $t \in [0, r_0/v_H]$ дает

$$\ln N = -\frac{2\sqrt{2}\;\Sigma_0\sqrt{\overline{T}(0)}}{\sqrt{\pi\tilde{A}m}\cdot\sqrt{\frac{10}{3}\frac{U_0}{R_g^2(0)}}}\left\{\frac{t\sqrt{\frac{10}{3}\frac{U_0}{R_g^2(0)}}}{2\left(\frac{10}{3}\frac{U_0}{R_g^2(0)}t^2+1\right)} + \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(t\sqrt{\frac{10}{3}\frac{U_0}{R_g^2(0)}}\right)\right\}\Bigg|_{t_H=0}^{t_B=r_0/v_H} + C, \tag{15}$$

$$C = \ln N_0.$$

Оценим порядок величины

$$\frac{r_0}{v_H}\sqrt{\frac{10}{3}\frac{U_0}{R_g^2(0)}}, \tag{16}$$

положив $r_0 = R_g(0)$.

$$\frac{1}{v_H}\sqrt{\frac{10}{3}U_0} = \sqrt{\frac{10}{3}\frac{U_0}{v_H^2}}. \tag{17}$$

Если в сосуде (шаре) находится He^4 при комнатной температуре T=300 K, а скорость нейтрона составляет 1/10 от 2,2 км/с, то значение (17) составляет

$$U_0 = 1/4\cdot 0{,}6022\cdot 10^{24}\cdot 0{,}0253\,\text{эВ} = 3{,}81\cdot 10^{21}\,\text{эВ/г} = \frac{3{,}81\cdot 10^{21}}{6{,}2419\cdot 10^{11}\,\text{эВ/эрг}} =$$

$$= 6{,}10\cdot 10^{9}\ \text{эрг/г} = 6{,}10\cdot 10^{9}\ \text{см}^2/\text{сек}^2;\quad v_H^2 = 0{,}01\cdot(2{,}2)^2\cdot 10^{10}\,\text{см}^2/\text{сек}^2 =$$

$$= 4{,}84\cdot 10^{8}\ \text{см}^2/\text{сек}^2;\quad \sqrt{\frac{10}{3}\frac{U_0}{v_H^2}} = 6{,}48.$$

Изучение поведения $\{\ldots\}$ в выражении (15) показывает, что $\{\ldots\}$ уже при значениях

$$t\sqrt{\frac{10}{3}\frac{U_0}{R_g^2(0)}} \simeq 1\div 2 \ll 6{,}48$$

практически достигает своего предельного значения

$$\lim_{x\to+\infty}\{\ldots\} = \lim_{x\to+\infty}\frac{1}{2}\operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{4}. \tag{18}$$

Таким образом, (15) при $t \to \frac{R_g(0)}{v_H}$ принимает практически предельное значение

$$\ln\frac{N}{N_0} = -\frac{2\sqrt{2}\;\Sigma_0\sqrt{\overline{T}(0)}}{\sqrt{\pi\tilde{A}m}\cdot\sqrt{\frac{10}{3}\frac{U_0}{R_g^2(0)}}}\cdot\frac{\pi}{4} =$$

$$= -\frac{2\sqrt{2}\;\Sigma_0\sqrt{\overline{T}(0)}}{\sqrt{\pi\tilde{A}m}\cdot\sqrt{\frac{10}{3}\cdot\frac{1}{A}\cdot N_A\cdot\frac{3}{2}\overline{T}(0)}}\cdot R_g(0)\cdot\frac{\pi}{4} = -\sqrt{\frac{\pi}{10}}\,\Sigma_0 R_g(0). \tag{19}$$

Таким образом,

$$N(t\simeq\infty) \simeq N_0 \exp\left[-\sqrt{\frac{\pi}{10}}\,\Sigma_0 R_g(0)\right]. \tag{20}$$

Это означает, что в расширяющемся газовом шаре вероятность УХН любой энергии избежать столкновения при пролете по радиусу из точки $r_0 = R_g(0)$ в центр шара составляет не менее, чем

$$\exp\left[-\sqrt{\frac{\pi}{10}}\,\Sigma_0 R_g(0)\right], \tag{21}$$

где Σ_o определено в (11). Выполним численную оценку (21) для шара с $R_g(0)=10$ см, заполненного He^4 при давлении 10 атмосфер с температурой $T \sim 300$ К.

$$\sigma_{so}=0{,}75916 \text{ барн}$$

$$\Sigma_o=4\cdot 10/22{,}4\cdot 10^3\cdot 1/4\cdot 0{,}6022\cdot 10^{24}\cdot 0{,}75916\cdot 10^{-24}=2{,}04\cdot 10^{-4}\text{см}^{-1}$$

$$\sqrt{\frac{\pi}{10}}\,\Sigma_o R_g(0)=1.14\cdot 10^{-3}$$

$$1-\exp\left[-\sqrt{\frac{\pi}{10}}\,\Sigma_o R_g(0)\right]=1{,}14\cdot 10^{-3}.$$

Таким образом, вероятность испытать столкновение при пролете от границы расширяющегося шара к центру шара для УХН составляет $\sim 0{,}1\%$ в описанных условиях. Для шара из H_2 можно, по-видимому, получить вероятность испытать столкновение $\sim 10\%$ за счет того, что сечение σ_{so} в (5) возрастет на два порядка.

Выполненная оценка вероятности УХН испытать столкновение в разлетающемся газовом шаре показывает, что потери УХН не превысят $\sim 5\%$. Рассматриваемые газовые системы слишком тонки оптически с точки зрения пробега УХН, определенного в газе из неподвижных ядер, а энергетическое поведение сечения рассеяния по закону $\sigma \sim 1/v$ - эффект в значительной степени кинематический. Скорость УХН - $v_н$ и начальная температура $\overline{T}(0)$ входят в ответ (15) довольно слабо, лишь через их отношение (16)

$$\frac{r_o}{R_g(0)}\sqrt{\frac{10}{3}\frac{u_o}{v_н^2}}\,,\ \text{где}\quad u_o=\frac{1}{A}N_A\frac{3}{2}\overline{T}(0),$$

при этом $\{\ldots\}$ в (15) быстро достигает предельного значения, равного $\pi/4$, после чего всякая зависимость вообще пропадает.

В дальнейшем предполагается сделать:

а) более точные оценки потерь УХН для сферического случая, учитывающие не только зависимость $\Sigma(v_r,t)$ (10) от средней температуры газа $\overline{T}(t)$ (9), но и локальную зависимость от температуры $T(r,t)$;

б) рассмотреть полет УХН в направлении от центра к границе шара;

в) случай плоского разлета газа, при котором временная зависимость $\Sigma(v_r,t)$ (10) и, возможно, зависимость $\overline{T}(t)$ (9) не столь сильна, как в сферическом случае.

Литература

1. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1977.
2. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966.
3. Белл Д., Глесстон С. Теория ядерных реакторов. М.: Атомиздат, 1974, с.261.

Рукопись поступила в издательский отдел
10 января 1992 года.