сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р3-91-521

Л.В.Мицына, Г.С.Самосват

О ПОЛУЧЕНИИ ПОЛЯРИЗУЕМОСТИ НЕЙТРОНА ИЗ ИНТЕГРАЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ РАССЕЯНИЯ

1991

Несмотря на появившийся недавно значимый экспериментальный результат для коэффициента электрической поляризуемости нейтрона $\alpha_n=(1,20\pm0,15\pm0,20)\cdot10^{-42}\text{см}^3$ [1], проблема не может считаться решённой, поскольку в этой работе, как и во всех предыдущих, эффект поляризуемости проявлялся в виде ничтожной добавки к мощным ядерным эффектам, точно учесть которые – непростая задача. Об этом свидетельствуют и существенные разногласия между авторами работ [2-4], анализу и исправлению ошибок которых посвящена настоящая работа.

1. Начнём с того, что выпишем полное выражение для интегрального сечения рассеяния нейтронов ядрами σ_s при энергиях до 1-2 кэВ, когда вкладом p-рассеяния можно пренебречь. Так как

$$\sigma_s=4\pi(g_+|f_+|^2+g_-|f_-|^2), \qquad f_\pm=\frac{i}{2k}(1-S_\pm),$$

где $g_\pm$ – спиновые статистические факторы, k – волновое число нейтрона, то, воспользовавшись выражением для элемента S-матрицы

$$S_\pm= e^{2i\delta}\left(1 - \sum^\pm\frac{i\Gamma_n}{E-E_0+i\Gamma/2}\right), \tag{1}$$

получим искомое сечение:

$$\sigma_s = \frac{\pi}{k^2}\left\{g_+\left[(\sin2\delta-\Sigma_1^+\cos2\delta-\Sigma_2^+\sin2\delta)^2+(2\sin^2\delta-\Sigma_1^+\sin2\delta+\right.\right.$$
$$\left.+\Sigma_2^+\cos2\delta)^2\right]+g_-\left[(\sin2\delta-\Sigma_1^-\cos2\delta-\Sigma_2^-\sin2\delta)^2+\right.$$
$$\left.\left.+(2\sin^2\delta-\Sigma_1^-\sin2\delta+\Sigma_2^-\cos2\delta)^2\right]\right\}= \tag{2}$$

$$= \frac{\pi}{k^2}(4\sin^2\delta-2\Sigma_1\sin2\delta-4\Sigma_2\sin^2\delta+\Sigma_3+2\Sigma_4). \tag{3}$$

В этих выражениях δ–сдвиг фазы потенциального рассеяния, буквой Σ обозначены суммы резонансных членов, а E, E_0, Γ_n и Γ – соответственно текущая и резонансная энергии, нейтронная и полная ширины резонансов. Суммы по резонансам берутся отдельно для каждого спина и имеют вид:

$$\Sigma_1^{+-} = \sum \frac{\Gamma_n(E-E_0)}{(E-E_0)^2+\Gamma^2/4} \quad , \quad \Sigma_2^{+-} = \sum \frac{\Gamma_n\Gamma/2}{(E-E_0)^2+\Gamma^2/4} , \tag{4}$$

$$\Sigma_3^{+-} = \sum \frac{\Gamma_n^2}{(E-E_0)^2+\Gamma^2/4} ,$$

$$\Sigma_4^{+-} = \sum_{i<j} \frac{\Gamma_n^i\Gamma_n^j[(E-E_0^i)(E-E_0^j)+\Gamma_i\Gamma_j/4]}{[(E-E_0^i)^2+\Gamma_i^2/4][(E-E_0^j)^2+\Gamma_j^2/4]} , \tag{5}$$

причем в (3)

$$\Sigma_k = g_+\Sigma_k^+ + g_-\Sigma_k^-$$

для всех $k=1\div4$. Следует прокомментировать структуру выражений (2) и (3). В первых круглых скобках (2) стоит умноженная на 2k реальная часть амплитуды рассеяния 2kRef, а во вторых скобках– мнимая часть 2kImf. Члены (3) с Σ_1 и Σ_2 обязаны интерференции резонансов с потенциальным рассеянием, Σ_3 – чисто резонансное рассеяние, двойная сумма Σ_4 описывает интерференцию между отдельными резонансами с одинаковыми спинами.

2. Сравнительно небольшая ошибка, допущенная в работах [2], состоит в том, что авторы игнорируют мнимую часть амплитуды рассеяния, неверно полагая её ответственной только за поглощение нейтронов, а во втором и третьем слагаемых реальной части полагают $\cos2\delta=1$ и $\sin2\delta=0$. Вместе с тем, совершая "обратную" ошибку, потенциальную часть Ref они берут в виде $\sin\delta/k$ вместо $\sin2\delta/2k$, как должно быть. В результате в "их" сечении $\sigma_s^{[2]}$ появляется правильный член потенциального рассеяния $4\pi\sin^2\delta/k^2$.

Ошибка в работах [3], обнаруженная авторами [4], заключается в том, что в их полном сечении $\sigma_t^{[3]}$ потеряны члены межрезонансной интерференции, а в когерентном сечении, с которым авторы [3] сравнивают своё $\sigma_t^{[3]}$, они присутствуют.

Ошибка авторов [4] в том, что они не заметили "обратной" ошибки в работах [2] и в вариантах своих расчетов "с учетом мнимой части" в своём $\sigma_s^{[4]}$ имели фактически удвоенный квадрат мнимой части амплитуды.

3. Применяемые нами выражения (2) и (3) для сечения

рассеяния σ_s покоятся на записи элемента S-матрицы в виде (1). Во второй из работ [4] обращено внимание на неточность этой записи по причине того, что она приводит к потере членов межрезонансной интерференции в полном сечении взаимодействия, если его получить по оптической теореме из амплитуды рассеяния, соответствующей матрице рассеяния в виде [1]. Согласно утверждению авторов [4], к амплитуде рассеяния, полученной на основе (1), надо добавить двойную сумму по резонансам одного спина

$$\Delta f = 2ik\sum_{i<j} f_i^{рез} f_j^{рез}, \quad f^{рез} = \frac{-\Gamma_n}{2k(E-E_0+i\Gamma/2)} .$$

Если это сделать, то, применяя оптическую теорему к получаемой таким образом добавке к мнимой части амплитуды, получим добавку к полному сечению

$$\Delta\sigma_s = \frac{2\pi}{k^2}\sum_{i<j} \frac{\Gamma_n^i\Gamma_n^j[(E-E_0^i)(E-E_0^j) - \Gamma_i\Gamma_j/4]}{[(E-E_0^i)^2+\Gamma_i^2/4][(E-E_0^j)^2+\Gamma_j^2/4]} .$$

Сравнивая это с последним слагаемым (3) с учётом (5), находим, что они различаются только знаком вторых членов в суммах. Для резонансов, находящихся вдали от точки наблюдения, это различие совершенно несущественно, что и имеет место в экспериментах [2,3,6]. Хотя, в принципе, по крайней мере один из этих двух способов учёта межрезонансной интерференции неточен.

4. Приведем теперь некоторые количественные данные об указанных выше ошибках и проиллюстрируем их влияние на извлекаемые из эксперимента значения поляризуемости α_n.

В табл.1 даны результаты расчетов всех рассмотренных здесь вариантов сечений для двух ядер при трёх энергиях нейтронов. "Правильное" сечение σ_s рассчитывалось по формуле (2) с $\delta=-kR'$ и использованием параметров всех резонансов из [5]. Все неядерные эффекты отдельно не учитывались. В соответствии со сказанным в пункте **2** "ошибочные" сечения рассчитывались по формулам:

$$\sigma_s^{[2]} = \frac{\pi}{k^2}\left[g_+(2\sin\delta-\Sigma_1^+)^2+g_-(2\sin\delta-\Sigma_1^-)^2\right],$$

$$\sigma_s^{[3]} = \sigma_s - \frac{2\pi}{k^2}\Sigma_4 ,$$

$$\sigma_s^{[4]} = \sigma_s^{[2]} + 4\pi k^2 (R')^4 .$$

Числа в последнем столбце таблицы

$$\Delta\sigma_s^{pol} = \frac{8}{3}\pi^2\alpha_n M_n\left(\frac{Ze}{h}\right)^2 R'k$$

представляют собой главную часть разности вкладов в полное сечение, вносимых поляризуемостью нейтрона при данной и нулевой энергиях в предположении $\alpha_n=1\cdot 10^{-42}$ см^3 *) и $R'=9,8$ фм для ^{208}Pb и 9,3 фм для ^{207}Pb.

Так как σ_s из-за $\alpha_n>0$ растёт с энергией, легко видеть, что использование вместо σ_s сечений $\sigma_s^{[2]}$ и $\sigma_s^{[3]}$ приведёт к завышению α_n, а $\sigma_n^{[4]}$ – к его занижению. Так, если определять α_n по только одной разности сечений ^{208}Pb при E=1970 и 1,26 эВ (т.е. (n-e)-взаимодействие считать известным), то в случае $\sigma_s^{[4]}$ занижение α_n составит $(105,0-0,1)/(5,8-0,1)\simeq 18$; $\sigma_s^{[2]}$ завышает α_n на $4,1/(5,8-0,1)\simeq 0,7$, а $\sigma_s^{[3]}$ завышает менее чем на $0,1/(5,8-0,1)\simeq 0,02$. Подтверждением первого из этих предсказаний (качественного, конечно) могут служить варианты подгонок в первой из работ [4]: переоценка авторами мнимой части амплитуды меняет их $\alpha_n^{[4]}=-\alpha_n$ с -8 до 10 для Pb и с 2 до 36 для Bi. Второе предсказание будет подтверждено ниже, а третье пока подтверждать не требуется.

5. теперь мы вправе предложить свой способ извлечения коэффициента α_n и амплитуды (n-e)-взаимодействия $a_{ne}=-\frac{A}{A+1}b_{ne}$ (b_{ne}–длина взаимодействия) из σ_s, который уточняет предыдущие [2-4] **) и должен хорошо работать, когда рассеиватель содержит атомы преимущественно одного изотопа. Главное его требование заключается в том, что учёт примесных атомов и всех резонансных эффектов должен производиться в сечениях ***) и только после получения чисто потенциального сечения можно переходить к амплитудам рассеяния.

---

*) Ниже для α всюду используются единицы 10^{-42} см^3.

**) Метода из работы [1] мы здесь не касаемся.

***) В этом он сродни методу [3].

Итак, экспериментальное сечение $\sigma_s^{эксп}$, освобождённое от захвата, швингеровского рассеяния и твердотельных эффектов (но не некогерентного рассеяния, σ_s по (2) и (3) его содержит!), следует сначала освободить от вклада примесных атомов и получить

$$\sigma_s^0 = \frac{1}{\rho_0}\left(\sigma_s^{эксп} - \sum \rho_i \sigma_s^i\right) , \qquad (6)$$

где веса удовлетворяют условию $\rho_0+\Sigma\rho_i=1$. В качестве σ_s^i надо взять выражение (2), подставив в него параметры всех известных резонансов и значение R'. Фазовый сдвиг полезно усложнить до

$$\delta = -k(R' - a_{ne}F - a_p q) , \qquad (7)$$

учтя в нем (n-e)-взаимодействие с атомным формфактором F и вклад поляризуемости с

$$a_p = \frac{\alpha_n M_n}{R}\left(\frac{Ze}{h}\right)^2 , \quad q = \left[1-\frac{\pi}{3}kR+\frac{1}{3}(kR)^2-\frac{2}{135}(kR)^4-\dots\right], \qquad (8)$$

где M_n – масса нейтрона, R–радиус ядра. Затем, чтобы осталось чисто потенциальное сечение, из σ_s^0 нужно вычесть все члены, связанные с резонансами, –все слагаемые (3), кроме первого; или иначе:

$$\sigma_{пот.} = \sigma_s^0 - (\sigma_s - 4\pi\sin^2\delta/k^2) , \qquad (9)$$

где σ_s рассчитывается по (2).

Использованные до сих пор значения R' и R для всех ядер, а также a_{ne} и a_p, служили только для вычисления поправок на примеси и резонансы и поэтому, надо полагать, мало сказываются на окончательном результате (что, кстати, всегда можно проверить). В дальнейшем a_{ne}, a_p и частично R' будут неизвестными, для нахождения которых можно написать

$$\sigma_{пот.} = \frac{4\pi}{k^2}\sin^2\delta,$$

или с учетом (7)

$$a_{ne}F + a_p q = R' - \frac{1}{k}\arcsin\left(k\sqrt{\sigma_{пот}/4\pi}\right) . \qquad (10)$$

Это основное уравнение метода. Оно линейно по a_{ne}, a_p, R' и, так как коэффициенты при них по-разному зависят от k, позволяет по множеству экспериментально найденных $\sigma_{пот.}$ определить все три

ТАБЛИЦА 1

Сравнение интегральных сечений рассеяния, рассчитываемых разными авторами

E, эВ	σ_s, б		$\sigma_s^{[2]}-\sigma_s$, мб		$\sigma_s^{[3]}-\sigma_s$, мб		$\sigma_s^{[4]}-\sigma_s$, мб		$\Delta\sigma_s^{pol}$, мб
	^{207}Pb	^{208}Pb	^{207}Pb	^{208}Pb	^{207}Pb	^{208}Pb	^{207}Pb	^{208}Pb	^{208}Pb
1,26	10,3289	11,1168	0,0	0,0	23,0	-5,1	0,1	0,1	0,1
1970	10,2345	11,0828	-2,0	-4,1	20,7	-5,1	86,5	105,0	5,8
24000	8,9947	10,7085	-68,3	-51,0	-4,4	-5,4	1010	1279	20,4

ТАБЛИЦА 2

Результаты вычисления α_n

№	$\alpha_n, 10^{-42}$ см^3	Комментарий
1.	0,92±0,70	Обработка по методу [2], R'_{208} =(9,8±0,3) фм.
2.	0,34±0,66	Обработка нашим методом, паспортный изотопсостав и R'_{204} =9,5, R'_{206}= 9,46, R'_{207} =9,3, R'_{208} =9,8 фм.
3.	0,39±0,66	То же, что и 2, но изотопсостав по независимому анализу.
4.	0,32±0,66	То же, что и 2, но все R', кроме R'_{208}, уменьшены на 1 фм.
5.	0,39±0,66	То же, что и 2, но все R', кроме R'_{208}, увеличены на 1 фм.
6.	0,39±0,66	То же, что и 2, но R'_{208}=9,4 фм.
7.	0,25±0,66	То же, что и 2, но R'_{208}=10,2 фм.
8.	0,62±0,66	То же, что и 2, но отрицательный резонанс из табл.3 у ^{206}Pb.
9.	1.32±0,66	То же, что и 2, но отрицательный резонанс из табл.3 у ^{208}Pb.

величины. Полезно, однако, как и в [2,3], воспользоваться измеренным при очень малых энергиях значением когерентной длины рассеяния $b'=-\frac{A+1}{A}a_{coh}$. Если в a_{coh} учесть резонансы и определить

$$a_{пот.}(0) = a_{coh}+(g_+\Sigma_1^+ +g_-\Sigma_1^-)/2k ,$$

где Σ_1^{+-} вычисляется по (4) при E=0, а Γ_n/k – константа, то $a_{пот.}(0)$ может быть представлено как

$$a_{пот.}(0) = -R'+a_{ne}Z+a_p.$$

Выражая отсюда R' и подставляя его в (10), получим уравнение с двумя неизвестными:

$$a_{ne}(Z-F)+a_p(1-q) = \frac{1}{k}\arcsin(k\sqrt{\sigma_{пот.}/4\pi})+a_{пот.}(0). \qquad (11)$$

Выпишем для сравнения основное уравнение (2) из второй работы [2], перейдя в нём от длин рассеяния на связанном ядре к амплитудам на свободном:

$$a_{ne}F+a_pq = \frac{1}{k}\frac{A}{A+1}\sin kR'-\sqrt{\sigma_s^0/4\pi} +\frac{1}{2k}\Sigma_1. \qquad (12)$$

Оно эквивалентно уравнениям (9) и (10) (кроме небольшой перенормировки R' на A/(A+1)) только при kR'«1.

6. Имея целью обосновать адекватность нашего метода, рассмотрим несколько вариантов получения α_n из пары экспериментальных значений сечения $\sigma_s^{эксп.}$, измеренных в работе [6] на обогащённом ^{208}Pb при энергиях нейтронов 1,26 и 1970 эВ: 11,445±0,002 и 11,453±0,002 барн соответственно (ошибки уменьшены до реально достижимого для использованной методики уровня). Значения α_n, представленные в табл.2, находились из уравнений (12) (метод [2]) или (10) (наш метод) путём записи их для двух энергий и исключения R' как неизвестного в предположении его независимости от k. Величины же R' в таблице использованы только для вычисления поправок на изотопы, резонансы и синус в (12). Использовались также b_{ne}=(-1,32±0,04)·10^{-3}фм, ΔF=13,7±0,6; R=7,126 фм и резонансная поправка Δb_R=0,0021 фм из работы [2].

Какие выводы следуют из таблицы? Во-первых, метод [2] действительно приводит к завышению α_n, близкому к предсказанному выше. Во-вторых, неточность изотопсостава вряд ли может существенно повлиять на результат(в вариантах 2 и 3 содержание ^{208}Pb 97,3 и 97,0% соответственно). В-третьих, даже столь значительное изменение R' как ± 1 фм у всех примесных изотопов в одну сторону влияет на α_n сравнительно мало. В-четвёртых, более сильно, но вполне приемлемо, влияет на определение α_n величина R'_{208}. Наконец, в-пятых, значение α_n может оказаться заниженным на величину до единицы, если у ядер свинца имеются и не учитываются необычно сильные отрицательные резонансы, а R' аномально мало.

Последний вывод, однако, требует более подробного обоснования. Мы исходили из того, что предполагаемый отрицательный s-резонанс увеличивает сечение радиационного захвата в тепловой точке на величину $\Delta\sigma_\gamma$, равную удвоенной ошибке его экспериментального значения из [5] или части его (для ^{206}Pb) сверх вклада известных резонансов (см. второй столбец табл. 3). В результате мы имеем соотношение

$$g\Gamma_n^0\Gamma_\gamma = c_1 E_0^2$$

$(E \ll |E_0|, \Gamma \ll |E_0|)$, где c_1 - известная константа. Следующий шаг -выбор Γ_γ; чем Γ_γ меньше, тем сильнее резонанс влияет на σ_s^i. В третьем столбце таблицы величины, либо вдесятеро меньшие средних из [5], либо равные 0,1 эВ как пределу. Теперь имеем

$$g\Gamma_n^0 = c_2 E_0^2. \qquad (13)$$

Достаточно сильный отрицательный резонанс увеличивает модуль амплитуды рассеяния более чем на 1 фм, а сечение на несколько барн. Поэтому, чтобы оставить их согласующимися с опытом [7,8], R' должно быть соответственно уменьшено. Мы допускаем для изотопов свинца уменьшение R' до 8 фм, т.е. уменьшение на $\Delta R'$ из четвертого столбца табл. 3. Тогда точно такое же увеличение $|f|$ за счет резонанса определяет ещё одну связь его параметров:

$$g\Gamma_n^0 = c_3 E_0. \qquad (14)$$

Решения системы уравнений (13) и (14) помещены в пятом и шестом столбцах. Только для ^{208}Pb такое решение(показано ниже в скобках) не подходит ввиду того, что энергия связи нейтрона

ТАБЛИЦА 3

Предельные свойства отрицательных резонансов

A	$\Delta\sigma_\gamma$, мб	$\Gamma_\gamma^{мин}$, эВ	$\Delta R'$, фм	E_0, кэВ	$g\Gamma_n^0$, эВ	$\Delta\Delta\sigma$, мб	$\rho_i\Delta\Delta\sigma$, мб
204	140	0,1	1,5	-1,93	1,27	1750	< 0,4
206	21	0,2	1,46	-25	15,9	236	1,5
207	20	1,5	1,3	-172	97,6	35,5	0,7
208	0,06	0,1	0,631 (1,8)	-1900 (-5390)	527 (4240)	11,1	10,8

в ^{209}Pb около 3,9 МэВ; так как первый уровень со спином $\frac{1}{2}^+$ в этом ядре имеет энергию 2,0 МэВ, мы выбрали E_0=-1,9 МэВ и, согласно (13), $g\Gamma_n^0$=527 эВ.

О влиянии отрицательного резонанса на сечение и, следовательно, на вычисляемое α_n можно судить по числам последнего столбца табл.3:

$$\Delta\Delta\sigma = [\sigma'(1,26)-\sigma'(1970)] - [\sigma(1,26)-\sigma(1970)],$$

где штрихом помечены сечения, рассчитанные с добавлением отрицательного резонанса с параметрами из таблицы. Для примесных изотопов под σ подразумевается полное сечение σ_s^i, фигурирующее в (6), а для ^{208}Pb - только поправка на резонансы $\sigma_s - 4\pi\sin^2\delta/k^2$, используемая в (9).

Значения α_n в вариантах 8 и 9 табл.2 мы считаем предельными, и они очень маловероятны. Ведь для их реализации, кроме аномально малого R', требуется, чтобы Γ_n^0 было в 6 и более раз больше, а Γ_γ в 4 и более раз меньше средних значений. При этом Γ_n^0=527 эВ у ^{208}Pb составляет около четверти одночастичного предела Вигнера для ядра с радиусом 8 фм.

7. На основании всего вышесказанного нам представляется, что измерение полного сечения на ^{208}Pb для нескольких групп квазимонохроматических нейтронов и обработка результатов предложенным в этой работе методом позволят получить α_n способом, экспериментально и математически альтернативным способу, использованному в работе [1]. Но для успеха этого

эксперимента надо существенно увеличить энергию нейтронов. Так, только замена в рассмотренном выше примере сечения $\sigma_s^{\text{эксп.}}$ при энергии 1970 эВ на его значение при 24 кэВ с той же ошибкой 2 мб даст ошибку α_n, равную 0,20, т.е. сразу выведет эксперимент по точности на уровень результата работы [1]. Кстати, эта ошибка 0,20 квадратично складывается из трёх компонент: 0,07, 0,10 и 0,16, соответствующих точностям использованных значений b_{ne}, ΔF и сечений. Заметим, что при энергиях нейтронов выше нескольких кэВ нужно будет учитывать вклад в полное сечение от р-взаимодействия, который для свинца может составлять несколько миллибарн. Возможно также, что придётся столкнуться с необходимостью учёта непостоянства R', и это усложнит задачу.

Авторы выражают благодарность Ю.А.Александрову, В.Г.Николенко и А.Б.Попову за полезные дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Schmiedmayer J. et al. Phys.Rev.Lett.,1991,v.66,p.1015.
2. Koester L. et al. Physica,1986,v.137B,p.282;
Z.Phys.A ,1988,v.329,p.229.
3. Александров Ю.А. ЯФ,1983,т,37,с.253;т.38,с.1100;
Александров Ю.А. и др. ЯФ,1986,т.44,с.1384.
4. Николенко В.Г., Попов А.Б. ОИЯИ Р3-90-568,Дубна,1990;
Nikolenko V.G., Popov A.B. JINR E4-91-106,Dubna,1991.
5. Mughabghab S.F. et al. Neutron Cross Sections,v.1, part B,Academic Press,1984.
6. Alexandrov Yu.A. et al. JINR Rapid Com.,No.6(45)-90, p.48,Dubna,1990.
7. Koester L., Knopf K. Z.Phys.A,1991,v.338,p.233.
8. McLane V. et al. Neutron Cross Sections, v.2, Academic Press, 1988.

Рукопись поступила в издательский отдел
28 ноября 1991 года.