

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

И 265

P3-87-326

В.К.Игнатович, Ю.В.Никитенко

ДИФФУЗИЯ УЛЬТРАХОЛОДНЫХ НЕЙТРОНОВ
В НАМАГНИЧЕННЫХ НЕЙТРОНОВОДАХ
И ПОРОШКАХ

Направлено в "Журнал экспериментальной
и теоретической физики"

1987

Одной из задач в физике ультрахолодных нейтронов (УХН) является задача о распространении УХН по нейтроноводам. Интересно, однако, что эта задача оказалась связанной не только с проблемой транспортировки УХН (см., например, ^{1/}, с.70), но и с проблемой отражения УХН от порошков, размер зерна которых значительно превосходит длину волны нейтрона. Отражение от порошков происходит не только в результате отражения от отдельных зерен, расположенных на поверхности, но и вследствие диффузии нейтрона между зернами, что эквивалентно диффузии по нейтроноводам сложной конструкции. Таким образом, отражение УХН от порошка можно моделировать отражением от входного отверстия нейтроновода, если заданы длина свободного пробега и время жизни, а распространение по нейтроноводу полагается целиком диффузным ^{2/}.

Если порошкям свойственен магнетизм, то возникает задача о вычислении поляризации УХН при отражении от намагниченного порошка. Принципиально расчет отражения от намагниченного порошка не содержит никаких новых особенностей по сравнению с отражением от ненамагниченного порошка. Однако математически он очень трудоемок. В настоящей работе предлагается новый алгоритм для решения задач диффузии УХН или любого другого газа по трубам. Этот алгоритм делает расчеты более простыми и физически наглядными.

Отличие нового подхода от общепринятого удобнее всего продемонстрировать в немагнитном случае. Задача формулируется следующим образом: имеется труба длины S , на выход которой падает поток j_0 , и нужно найти пропускание трубы, то есть поток из выходного отверстия. Решим эту задачу двумя способами.

ДИФФУЗИЯ УХН ПО НЕНАМАГНИЧЕННОМУ НЕЙТРОНОВОДУ

А. Обычный подход

Уравнение диффузии записывается в виде

$$D d^2 N(z)/dz^2 = -N/\tau, \quad (1)$$

где ось z направлена вдоль трубы, $N(z)$ — линейная плотность УХН в ней, D — коэффициент диффузии, τ — время жизни УХН в трубе до поглощения. Решение уравнения (1) ищется в виде

$$N(z) = A e^{-kz} + B e^{kz}, \quad (1a)$$

где $k = 1/L_D$, $L_D = \sqrt{D\tau}$ — длина диффузии, а коэффициенты A ; B определяются из граничных условий на концах трубы. Чтобы поставить эти условия, воспользуемся определением диффузного потока

$$j(z) = -D dN(z)/dz, \quad (2)$$

и в каждом сечении трубы определим потоки $\vec{j}(z)$ и $\overleftarrow{j}(z)$ слева направо и наоборот. Полагая распределение частиц в трубе почти изотропным, можем записать

$$\vec{j}(z) = Nv/4 - (D/2) dN(z)/dz, \quad (3)$$

$$\overleftarrow{j}(z) = Nv/4 + (D/2) dN(z)/dz, \quad (4)$$

Граничные условия теперь естественным образом представляются в следующем виде:

$$j_0 = j(z=0) + \overleftarrow{j}(z=0) = \vec{j}(z=0), \quad (5)$$

$$\overleftarrow{j}(z=S) = 0. \quad (6)$$

Два граничных условия позволяют определить два коэффициента в (1а), после чего находится поток (2) при $z=S$ и отраженный поток (4) при $z=0$. Таким образом, задача оказывается полностью решенной. Трудность решения уравнения диффузии УХН по магнитному нейтронводу состоит в том, что число коэффициентов удваивается и приходится решать систему с матрицей четвертого порядка. В результате, если даже и удастся выписать решение полностью, оно имеет совершенно необозримый вид.

Б. Новый подход

Новый подход использует рекуррентные соотношения, аналогичные тем, какие используются при описании распространения нейтрона в одномерном периодическом потенциале (см. ^{1/}, с.106).

Рассмотрим сначала бесконечно длинную трубу, расположенную вдоль оси $z \geq 0$. Плотность нейтронов, падающих на входное отверстие, обозначим через N_0 , плотность нейтронов, вылетающих из входного отверстия, — через N_r ; а плотность нейтронов внутри трубы обозначим через $N_{in}(z)$. Пусть нейтроны имеют скорость v . Полагая распределение N_0 изотропным в переднюю полусферу, находим поток нейтронов, падающих на входное отверстие:

$$j_0 = N_0 v/2. \quad (7)$$

Введем коэффициент отражения Γ_{out} нейтронов от входного отверстия

$$N_r = \Gamma_{out} N_0 \quad (8)$$

и коэффициент пропускания входного отверстия снаружи вовнутрь трубы t_{in} , тогда для $N_{in}(z)$ можно записать следующее выражение:

$$N_{in}(z) = e^{-kz} t_{in} N_0. \quad (9)$$

Это выражение является решением уравнения (1), и оно естественным образом содержит только одну экспоненту, поскольку физически очевидно, что внутри бесконечной трубы плотность нейтронов не может содержать экспоненциально растущей компоненты. Показатель затухания плотности, как и ранее, равен

$$k = 1/L_D = 1/\sqrt{D\tau}. \quad (10)$$

Коэффициенты Γ_{out} и t_{in} неизвестны и должны быть определены из граничного условия в точке $z=0$ путем сшивания решений для плотности нейтронов внутри и снаружи трубы. Первое граничное условие — очевидное следствие непрерывности плотности нейтронов:

$$N_0 + N_r = N_{in}(z=0) \rightarrow 1 + \Gamma_{out} = t_{in}. \quad (11)$$

Второе условие — следствие сохранения потока на границе. Если считать, что вылетающие из входного отверстия нейтроны распределены полностью изотропно в заднюю полусферу (что соответствует духу диффузионной модели), то для отраженного потока можно записать выражение

$$j_r = N_r v/2. \quad (12)$$

Непрерывность потока при $z=0$ может быть представлена следующим способом:

$$j_0 = j(z=0) + j_r \rightarrow 1 - \Gamma_{out} = \rho k t_{in}, \quad (13)$$

где

$$\rho = 2D/v \quad (14)$$

и для потоков использованы выражения (7), (12) и (2). Из (11) и (13) следует

$$\Gamma_{out} = (1 - \rho k)/(1 + \rho k), \quad t_{in} = 2/(1 + \rho k). \quad (15)$$

Для решения задачи в случае конечной трубы необходимо рассмотреть, что происходит у выходного отверстия. Для этого сначала опять рассмотрим бесконечную трубу, расположенную вдоль оси $z < 0$.

Примем, что плотность внутри трубы имеет две компоненты. Одна экспоненциально затухает слева направо $\vec{N}(z)$, другая — справа налево $\vec{N}(z)$. Снаружи плотность нейтронов N_{out} изотропно распределена в переднюю полусферу. Снова введем коэффициент отражения внутри трубы r_{in} и коэффициент пропускания t_{out} выходного отверстия наружу:

$$\vec{N}(z) = e^{-kz} \vec{N}(0), \quad \vec{N}(z) = e^{kz} r_{in} \vec{N}(0), \quad N_{out} = t_{out} \vec{N}(0). \quad (16)$$

Условия непрерывности плотности и потока у выходного отверстия приводят к граничным условиям:

$$\vec{N}(0) + \vec{N}(0) = N_{out} \cdot 1 \cdot r_{in} t_{out}, \quad (17)$$

$$-D \frac{d}{dz} (\vec{N}(z) + \vec{N}(z))_{z=0} N_{out} v/2 \rightarrow k\rho(1 - r_{in}) = t_{out}, \quad (18)$$

решение которых имеет вид

$$r_{in} = - \frac{1 - k\rho}{1 + k\rho}, \quad t_{out} = \frac{2\rho k}{1 + \rho k}. \quad (19)$$

Вернемся теперь к трубе конечной длины S . Для плотности $\vec{N}(S)$ у выходного отверстия — той ее компоненты, которая экспоненциально спадает от входного отверстия к выходному, запишем рекуррентное соотношение:

$$\vec{N}(S) = e^{-kS} t_{in} N_0 + e^{-kS} r_{in1} e^{-kS} r_{in2} \vec{N}(S). \quad (20)$$

Смысл этого рекуррентного соотношения состоит в следующем: плотность $\vec{N}(S)$ вследствие отражения от выходного отверстия (коэффициент r_{in2} во втором слагаемом) порождает плотность $\vec{N}(z)$, экспоненциально убывающую по направлению ко входному отверстию, отражение от которого (коэффициент r_{in1}) дает вклад в плотность $\vec{N}(z)$, экспоненциально убывающую по направлению к выходному отверстию, и эта часть плотности вместе с долей, описываемой первым слагаемым в (20), создает искомую плотность $\vec{N}(S)$ у выходного отверстия. Решение рекуррентного соотношения (20) имеет вид

$$\vec{N}(S) = (1 - e^{-kS} r_{in1} e^{-kS} r_{in2})^{-1} e^{-kS} t_{in} N_0. \quad (21)$$

Отсюда легко определить плотность вылетающих из нейтроновода УХН:

$$N_{out} = t_{out} \vec{N}(S) = T N_0, \quad (22)$$

и коэффициент пропускания нейтроновода:

$$T = t_{out} (1 - e^{-kS} r_{in1} e^{-kS} r_{in2})^{-1} e^{-kS} t_{in}. \quad (23)$$

Аналогичным образом находится и коэффициент отражения нейтроновода:

$$R = r_{out} + t_{out} e^{-kS} r_{in2} (1 - e^{-kS} r_{in1} e^{-kS} r_{in2})^{-1} e^{-kS} t_{in}. \quad (24)$$

Здесь первое слагаемое описывает отражение от входного отверстия, а второе — выход из входного отверстия тех УХН, которые, отразившись от выходного отверстия, преобразовались в компоненту, экспоненциально затухающую по направлению к входному отверстию, и вышли из входного отверстия с коэффициентом t_{out} . В случае, когда нейтроновод открыт с обоих концов, имеем $r_{in1} = r_{in2} = -r_{out}$. Подставив в (23) и (24) выражения (15), (19), легко находим

$$T = \frac{4k\rho}{(1+k\rho)^2} \cdot \frac{\exp(-kS)}{1 - [(1-k\rho)/(1+k\rho)]^2 \exp(-2kS)}, \quad (25)$$

$$R = \frac{1-k\rho}{1+k\rho} \cdot \frac{1 - \exp(-2kS)}{1 - [(1-k\rho)/(1+k\rho)]^2 \exp(-2kS)}, \quad (26)$$

что совпадает с теми формулами, которые получаются в обычном подходе.

При наличии диафрагмы на конце нейтроновода все формулы несколько видоизменяются, но учесть эти изменения чрезвычайно просто. Для этого удобнее всего мысленно отделить диафрагму от нейтроновода и рассматривать нейтроновод и диафрагму как два конца некоторой системы нулевой длины $^{3/}$. Пусть доля открытой площади диафрагмы составляет ξ , тогда отражение диафрагмы, очевидно, равно $r_d = 1 - \xi$, а пропускание — $t_d = \xi$. Для определения пропускания всей системы можно воспользоваться выражением (23), положив в нем $r_{out} = r_{in1} = R$, $t_{in} = T$, $t_{out} = \xi$, $r_{in2} = 1 - \xi$ и $S = 0$. Тогда оно может быть приведено к виду

$$T_d = \xi T / [1 - (1 - \xi) R]. \quad (23a)$$

Совершенно аналогичным образом преобразуется и выражение (24), но в нем t_{out} следует заменить на T , в результате будем иметь

$$R_d = R + (1 - \xi) T^2 / [1 - (1 - \xi) R]. \quad (24a)$$

При $\xi = 1$ из (24a) следует выражение (24), которое можно привести к виду $R = (1 - k\rho \operatorname{cth} kS) / (1 + k\rho \operatorname{cth} kS)$, а при $\xi = 0$ получаем

$$\begin{aligned} \tilde{R} &= r_{out} + t_{out} e^{-kS} (1 - e^{-kS} r_{in1} e^{-kS})^{-1} e^{-kS} t_{in} = \\ &= (1 - k^2 \rho^2) / (1 + k^2 \rho^2 + 2k\rho \operatorname{cth} kS). \end{aligned} \quad (27)$$

В предельном случае непоглощающего нейтроновода ($k \rightarrow 0$) из (25), (26) получаем соответственно

$$T = 1 / (1 + S/2\rho), \quad R = (S/2\rho) / (1 + S/2\rho). \quad (28)$$

ДИФFUЗИЯ ПО НАМАГНИЧЕННОМУ НЕЙТРОНОВОДУ

В этом случае необходимо принимать во внимание поляризацию нейтронов. Выберем ось квантования и обозначим число нейтронов, поляризованных против оси (вверх), через N_{\uparrow} , а число нейтронов, поляризованных по этой оси (вниз), — через N_{\downarrow} . Диффузия нейтронов описывается системой уравнений:

$$D_{\uparrow} \frac{d^2 N_{\uparrow}(z)}{dz^2} = N_{\uparrow}(z) / \tau_{\uparrow\uparrow} - N_{\downarrow} / \tau_{\uparrow\downarrow}, \quad D_{\downarrow} \frac{d^2 N_{\downarrow}(z)}{dz^2} = N_{\downarrow}(z) / \tau_{\downarrow\downarrow} - N_{\uparrow} / \tau_{\downarrow\uparrow}, \quad (29)$$

которую можно записать в виде одного матричного уравнения:

$$d^2 \psi(z) / dz^2 = M \psi(z), \quad (30)$$

где

$$\psi(z) = \begin{pmatrix} N_{\uparrow}(z) \\ N_{\downarrow}(z) \end{pmatrix}, \quad M = \begin{pmatrix} L_{\uparrow\uparrow}^{-2} & -L_{\uparrow\downarrow}^{-2} \\ -L_{\downarrow\uparrow}^{-2} & L_{\downarrow\downarrow}^{-2} \end{pmatrix}, \quad L_{ik}^2 = D_i \tau_{ik}. \quad (31)$$

В уравнении (29) $\tau_{\uparrow\uparrow}$ — время жизни нейтронов со спином вверх до поглощения или переворота спина, $\tau_{\downarrow\downarrow}$ — аналогичное время жизни для нейтронов со спином вниз. Время $\tau_{\uparrow\downarrow} = \tau_{\downarrow\uparrow}$ характеризует скорость изменения поляризации. Равенство $\tau_{\uparrow\downarrow} = \tau_{\downarrow\uparrow}$ следует из условия детального равновесия (при условии, что внешнее поле внутри нейтроновода достаточно мало). Коэффициенты диффузии D_{\uparrow} и D_{\downarrow} могут различаться при наличии поглощения, поскольку, по определению, $D = \ell v/3$, где v — скорость нейтрона, а ℓ — средняя длина свободного пробега, в которой учитывается диффузное рассеяние, переход из одного спинового состояния в другое и поглощение. Последнее же может быть разным для двух направлений спина.

Каждую матрицу 2×2 можно разложить по матрицам Паули. В данном случае $M = b_{+} + b_{-} \hat{\sigma}$, где

$$b_{\pm} = \frac{1}{2} (L_{\uparrow\uparrow}^{-2} \pm L_{\downarrow\downarrow}^{-2}), \quad (32)$$

$$\vec{b}_{-} = -\frac{1}{2} (L_{\uparrow\downarrow}^{-2} + L_{\downarrow\uparrow}^{-2}, i(L_{\uparrow\downarrow}^{-2} - L_{\downarrow\uparrow}^{-2}), L_{\downarrow\downarrow}^{-2} - L_{\uparrow\uparrow}^{-2}).$$

Можно ввести единичный вектор $\vec{n} = \vec{b}_{-} / b_{-}$, при этом длина вектора b_{-} равна

$$b_{-} = \frac{1}{2} \sqrt{(L_{\uparrow\downarrow}^{-2} - L_{\downarrow\uparrow}^{-2})^2 + 4L_{\uparrow\downarrow}^{-2} L_{\downarrow\uparrow}^{-2}}. \quad (33)$$

Следует обратить внимание на мнимую единицу в определении вектора \vec{b}_{-} , соответственно она войдет и в определение \vec{n} . Ее появление целиком обусловлено мнимой единицей в определении матриц Паули и не приведет к появлению комплексных значений N_{\uparrow} , N_{\downarrow} .

Решение уравнения (30) приведем в виде

$$\psi(z > 0) = e^{-\hat{k}z} \psi(z = 0), \quad (34)$$

где показатель \hat{k} представляет собой матрицу $\hat{k} = \sqrt{M}$:

$$\hat{k} = k_{+} + k_{-} \hat{n} \hat{\sigma}, \quad \vec{k} = k_{-} \vec{n}. \quad (35)$$

Из условия $\hat{k}^2 = M$ получаем

$$k_{+} = \frac{1}{2} (\sqrt{b_{+} + b_{-}} + \sqrt{b_{+} - b_{-}}), \quad k_{-} = \frac{1}{2} (\sqrt{b_{+} + b_{-}} - \sqrt{b_{+} - b_{-}}). \quad (36)$$

Граничные условия на входном конце имеют вид, аналогичный (11), (13):

$$1 + \hat{r}_{out} = \hat{t}_{in}, \quad (37)$$

$$1 - \hat{r}_{out} = \hat{\rho} \hat{k} \hat{t}_{in},$$

где $\hat{\rho}$ — диагональная матрица с матричными элементами $\rho_{\uparrow, \downarrow} = 2D_{\uparrow, \downarrow} / v$. Ее можно также представить в виде разложения по матрицам Паули:

$$\hat{\rho} = \rho_{+} + \hat{\rho}_{-} \hat{\sigma}; \quad \rho_{+} = (\rho_{\uparrow} + \rho_{\downarrow}) / 2, \quad \hat{\rho}_{-} = (0, 0, (\rho_{\uparrow} - \rho_{\downarrow}) / 2). \quad (38)$$

Матричные коэффициенты \hat{r}_{out} , \hat{t}_{in} и полученные из аналогичных граничных условий на выходном конце нейтроновода \hat{r}_{in} и \hat{t}_{out} можно представить в виде

$$\hat{r}_{out} = -\hat{r}_{in} = (1 - \hat{q}) / (1 + \hat{q}), \quad \hat{t}_{in} = 2 / (1 + \hat{q}), \quad \hat{t}_{out} = 2\hat{q} / (1 + \hat{q}), \quad \hat{q} = \hat{\rho} \hat{k}. \quad (39)$$

Матрицу $\hat{q} = \hat{\rho} \hat{k}$ можно записать аналогично (35) $\hat{q} = q_{+} + \hat{q}_{-} \hat{\sigma}$, причем компоненты q_{+} и q_{-} легко вычисляются из произведения $\hat{\rho} \hat{k}$ с учетом правил умножения матриц Паули:

$$q_+ = \rho_+ k_+ + \rho_- k_-, \quad \vec{q}_- = \rho_+ k_- \vec{n} + \rho_- k_+ + i[\vec{\rho}_- \vec{k}_-]. \quad (40)$$

Удобно ввести единичный вектор

$$\vec{n}' = \vec{q}_- / |q_-|, \quad q_- = \sqrt{(\rho_+ k_-)^2 + (\rho_-)^2 k_+^2 + 2\rho_+ k_- k_+ (\rho_- \vec{n}) - |[\vec{\rho}_- \vec{k}_-]|^2}. \quad (41)$$

Пропускание \hat{T} , отражение \hat{R} от открытого с обеих сторон нейтронотода, а также отражение \hat{R} от нейтронотода, закрытого на одном конце, записываются в матричном виде аналогично (23), (24) и (27):

$$\begin{aligned} \hat{T} &= t(1 - \text{er} \text{er})^{-1} \text{et}', \quad \hat{R} = r - \text{te} r(1 - \text{er} \text{er})^{-1} \text{et}', \\ \hat{R} &= r + \text{te}(1 + \text{er} \text{e})^{-1} \text{et}', \end{aligned} \quad (42)$$

где для упрощения записи введены обозначения $t = t_{\text{out}}$, $t' = t_{\text{in}}$, $r = r_{\text{out}}$, $e = \exp(-kS)$.

Если падающий пучок нейтронов не поляризован и нас интересует полная интенсивность прошедших или отраженных нейтронов, то эту интенсивность можно вычислить следующим образом:

$$\begin{aligned} I &= I_{\uparrow} + I_{\downarrow} = (A_{\uparrow\uparrow} + A_{\downarrow\uparrow}) I_{0\uparrow} + (A_{\uparrow\downarrow} + A_{\downarrow\downarrow}) I_{0\downarrow} = \\ &= (A_{\uparrow\uparrow} + A_{\downarrow\uparrow} + A_{\uparrow\downarrow} + A_{\downarrow\downarrow}) I_0 / 2 = \psi_0 \hat{A} \psi_0 I_0 / 2, \end{aligned} \quad (43)$$

где $I_0 = I_{0\uparrow} + I_{0\downarrow} = 2I_{0\uparrow}$ — полная интенсивность первичных неполяризованных нейтронов, которую мы в дальнейшем будем нормировать на 2. Матрица \hat{A} представляет собой \hat{T} , \hat{R} или \hat{R} , $A_{\uparrow\downarrow}$ — соответствующие матричные элементы, а ψ_0 — двумерный вектор:

$$\psi_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (44)$$

При нормировке $I_0 = 2$ пропускание и вероятности отражения получают делением интенсивностей на 2:

$$W = I / 2. \quad (45)$$

Поляризацию отраженного или прошедшего пучка также можно записать в компактном виде:

$$\mathcal{P} = (I_{\uparrow} - I_{\downarrow}) / (I_{\uparrow} + I_{\downarrow}) = \psi_0 \sigma_z \hat{A} \psi_0 / I. \quad (46)$$

Если первичный пучок поляризован, то правый вектор ψ_0 в (43), (46) нужно заменить на вектор $\psi_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Следует заметить, что r, t, t' зависят только от $\vec{n}' \vec{\sigma}$, а e — только от $\vec{n} \vec{\sigma}$, поэтому их можно записать через проекционные операторы

$$p = (1 + \vec{n}' \vec{\sigma}) / 2, \quad \bar{p} = (1 - \vec{n}' \vec{\sigma}) / 2, \quad Q = (1 + \vec{n} \vec{\sigma}) / 2, \quad \bar{Q} = (1 - \vec{n} \vec{\sigma}) / 2 \quad (47)$$

следующим образом:

$$r = r_1 p + r_2 \bar{p}, \quad e = e_1 Q + e_2 \bar{Q}, \quad (48)$$

где r_1, t_1, t_1' и r_2, t_2, t_2' определяются формулами (39), в которых \hat{Q} заменяется на $q_{1,2} = q_{\pm} \pm q_{\mp}$, а

$$e_{1,2} = \exp(-k_{1,2} S), \quad k_{1,2} = k_{\pm} \pm k_{\mp}. \quad (49)$$

Полезно также учесть, что вектор ψ_0 удовлетворяет условию

$$\sigma_x \psi_0 = \psi_0, \quad (50)$$

при этом выражения (43) и (46) можно записать и с помощью проекционного оператора $X = (1 + \sigma_x) / 2$:

$$A = \psi_0 \hat{A} \psi_0 = \psi_0 X \hat{A} X \psi_0. \quad (51)$$

Матрица $X \hat{A} X$ приводится к виду $A X$, и для определения A достаточно положить $X = 1$.

В случае первичного поляризованного пучка для интенсивности имеем

$$I = I_{\uparrow} + I_{\downarrow} = (A_{\uparrow\uparrow} + A_{\downarrow\uparrow}) I_{0\uparrow} = \psi_0 \hat{A} \psi_1 I_0 / 2. \quad (52)$$

Для вычислений удобно воспользоваться тождеством

$$\psi_0 \hat{A} \psi_1 = \psi_1 Z (1 + \sigma_x) A Z \psi_1, \quad (53)$$

где $Z = (1 + \sigma_z) / 2$.

Для поляризации при этом получается следующее выражение:

$$P = \psi_1 Z (1 - \sigma_x) A Z \psi_1^{-1}. \quad (54)$$

В матрице 1 приведены различные операторные соотношения, которые используются в матрицах 2 и 3 для вычисления интенсивностей и поляризаций прошедших и отраженных нейтронов. Мы приведем здесь только приближенные выражения для интенсивности и поляризации отраженных УХН, когда выходное отверстие нейтронновода закрыто и длина S нейтронновода достаточно велика, чтобы можно было пренебречь $\exp(-k_1 S)$:

$$I_{\bar{R}} = r_1 \beta_1 + r_2 \beta_2 + \frac{t_1 t_1' a_2 \beta_1 + t_2 t_2' a_1 \beta_2 - (t_1 t_2' g_{1x} + t_2 t_1' g_{2x}) e_2^2}{1 + (r_1 a_2 + r_2 a_1) e_2^2}, \quad (55)$$

$$P_{\bar{R}} = (r_1 - r_2) \delta / I_{\bar{R}} + \frac{[t_1 t_1' (a_2 - a_1) \delta - t_1 t_2' \gamma_1 + t_2 t_1' \gamma_2] e_2^2}{[1 + (r_1 a_2 + r_2 a_1) e_2^2] I_{\bar{R}}}. \quad (56)$$

В предельном случае, когда в (31) $L_{\uparrow\downarrow} = L_{\downarrow\uparrow}$, $L_{\uparrow\uparrow} = L_{\downarrow\downarrow}$ и $\rho_1 = \rho_2$, получаем предельное соотношение (27) для $I_{\bar{R}}$ и 0 для поляризации.

На рис. 1-3 приведены результаты численных расчетов поляризации пучка в зависимости от длины нейтронновода при различных значениях вероятностей поглощения μ_1 и μ_2 в обоих спиновых состояниях и вероятности перехода μ_{12} из одного спинового состояния в другое. Кривые на рисунках помечены тремя индексами n_1 , n_2 , n_3 ($n_1 = \lg \mu_1^{-1}$, $n_2 = \lg \mu_2^{-1}$, $n_3 = \lg \mu_{12}^{-1}$).

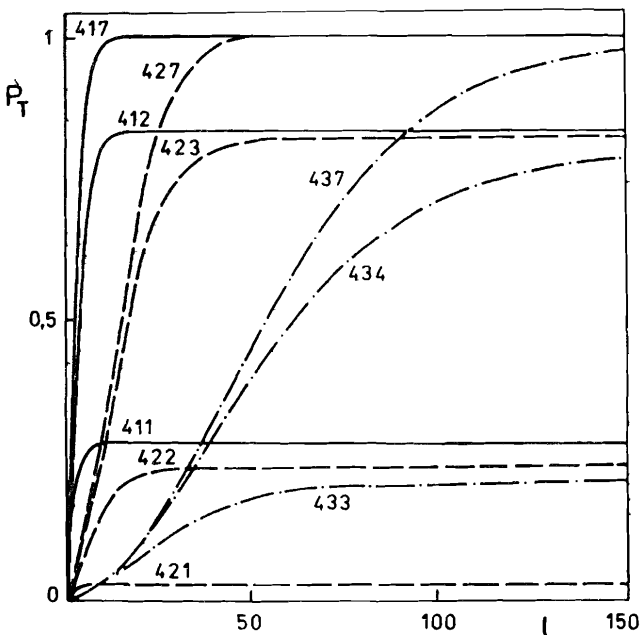


Рис. 1. Поляризация прошедшего пучка P_T при различных значениях индексов n_1 , n_2 и n_3 в зависимости от длины нейтронновода l (в единицах длины пробега между двумя столкновениями). Падающий пучок неполяризован.

Рис. 1. Поляризация прошедшего пучка P_T при различных значениях индексов n_1 , n_2 и n_3 в зависимости от длины нейтронновода l (в единицах длины пробега между двумя столкновениями). Падающий пучок неполяризован.

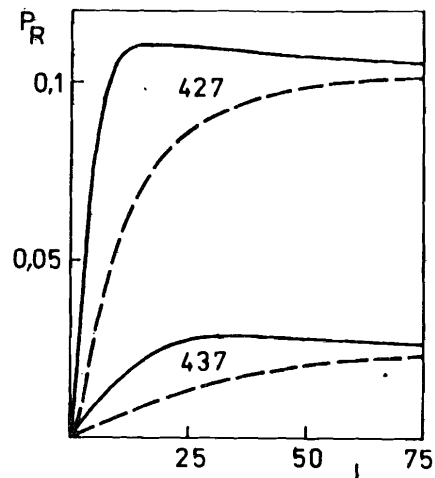


Рис. 2. Поляризация отраженного пучка для открытого P_R (штриховая линия) и закрытого с одной стороны $P_{\bar{R}}$ (сплошная линия) нейтронновода в зависимости от его длины l . Падающий пучок неполяризован.

На рис. 1, 2 приведены кривые изменения поляризации для прошедшего P_T и отраженного P_R пучков, если падающий на среду пучок не поляризован. Видно, что при некоторых значениях индексов n_1, n_2, n_3 поляризация P_T достигает единицы уже при длине в несколько длин пробега между двумя столкновениями. Поляризация отраженного пучка при одних значениях индексов n_1, n_2, n_3 оказывается меньше поляризации прошедшего.

На рис. 3 приведены кривые изменения поляризации для прошедшего пучка, если падающий пучок был поляризован. Из приведенных зависимостей можно заключить, что если вероятность поглощения во втором спиновом состоянии меньше, чем в первом ($n_2 > n_1$), то знак поляризации изменяется. Видно также, что, изменяя длину нейтронновода, можно по величине поляризации определить с высокой точностью в определенных пределах вероятность перехода.

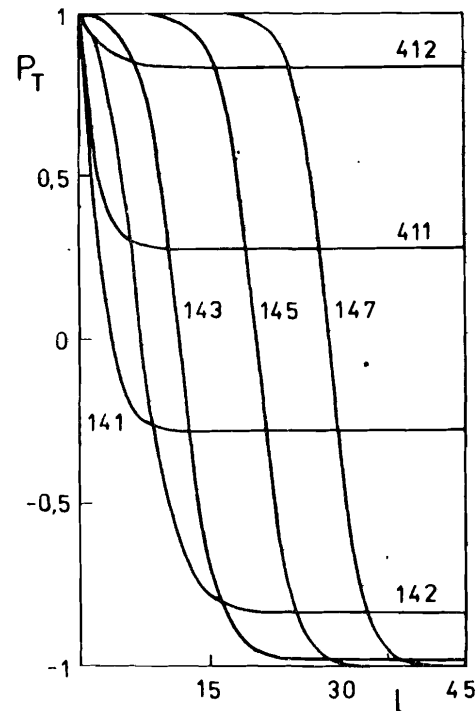


Рис. 3. Поляризация проходящего пучка P_T в зависимости от длины нейтронновода l . Падающий пучок поляризован.

Некоторые операторные соотношения

a) $(\vec{n}\vec{\sigma})(\vec{n}'\vec{\sigma}) = (\vec{n}\vec{n}') + i[\vec{n}\vec{n}']\vec{\sigma}$. б) $P + \bar{P} = 1$. (1)

a) $P^2 = P$, б) $P\bar{P} = 0$. в) $PQ + \bar{Q}\bar{P} = (1 + \vec{n}'\vec{n})/2$. (2)

a) $PQP = \frac{1}{2}(1 + \vec{n}'\vec{n})P$, б) $PQ\bar{P} = -P\bar{Q}\bar{P} = \vec{g}_1\vec{\sigma}$. (3)

a) $\bar{P}Q\bar{P} = -\bar{P}\bar{Q}\bar{P} = \vec{g}_2\vec{\sigma}$, б) $\vec{g}_1 = (i[\vec{n}'\vec{n}] + [\vec{n}'[\vec{n}\vec{n}']]) / 4$. (4)

a) $\vec{g}_2 = (-i[\vec{n}'\vec{n}] + [\vec{n}'[\vec{n}\vec{n}']]) / 4$, б) $X\sigma_z\vec{a}\vec{\sigma}X = (a_z - ia_y)X$. (5)

a) $\hat{A} = A_1P + A_2\bar{P}$, б) $\hat{B} = B_1P + B_2\bar{P}$, в) $\hat{C} = C_1Q + C_2\bar{Q}$. (6)

a) $\hat{\hat{A}} = A_1\bar{P} + A_2P$, б) $\hat{\hat{A}}\hat{\hat{A}} = A_1A_2$, в) $\hat{\hat{A}}\hat{B} = A_1B_1P + A_2B_2\bar{P}$. (7)

a) $\hat{\hat{A}}\hat{C} + \hat{\hat{C}}\hat{\hat{A}} = (A_1C_1 + A_2C_2)\alpha_1 + (A_1C_2 + A_2C_1)\alpha_2$, б) $\alpha_{1,2} = (1 \pm \vec{n}\vec{n}')/2$. (8)

$\hat{\hat{A}}\hat{\hat{A}} + \hat{\hat{A}}\hat{\hat{A}} = \alpha_1(A_1^2C_1 + A_2^2C_2) + \alpha_2(A_1^2C_2 + A_2^2C_1)$. (9)

a) $(1 + \hat{\hat{A}}\hat{\hat{C}})^{-1} = (1 + \hat{\hat{C}}\hat{\hat{A}})/N_1$, б) $N_1 = 1 + \hat{\hat{A}}\hat{\hat{C}} + \hat{\hat{C}}\hat{\hat{A}} + \hat{\hat{A}}\hat{\hat{C}}\hat{\hat{A}}$. (10)

a) $(1 + \hat{\hat{A}}\hat{\hat{C}}\hat{\hat{A}})^{-1} = (1 + \hat{\hat{C}}\hat{\hat{A}}\hat{\hat{A}})/N_2$, б) $N_2 = 1 + \hat{\hat{A}}\hat{\hat{C}}\hat{\hat{A}} + \hat{\hat{A}}\hat{\hat{C}}\hat{\hat{A}} + A_1^2A_2^2C_1C_2$. (11)

$N_1 = 1 + \alpha_1(A_1C_1 + A_2C_2) + \alpha_2(A_1C_2 + A_2C_1) + A_1A_2C_1C_2$. (12)

$N_2 = 1 + \alpha_1(A_1^2C_1 + A_2^2C_2) + \alpha_2(A_1^2C_2 + A_2^2C_1) + A_1^2A_2^2C_1C_2$. (13)

Вспользуемся правилом перемножения матриц Паули (1а) и очевидным равенством (1б). Тогда после непосредственной проверки можно убедиться в справедливости соотношений (2)-(5). Рассмотрим операторы (6). Пользуясь соотношениями (2)-(5), получим (7)-(9). В (7а) введено определение сопряженного оператора. Сопряжение позволяет уничтожить операторность знаменателя (10а), (10б), аналогично уничтожению иррациональности. В результате оператором становится числитель, а знаменатель (10б), (11) становится числом (12), (13) соответственно.

Расчет интенсивностей пропускания и отражения нейтронов нейтроноводом в диффузионном приближении

$T = \frac{1}{2}t[(1 + er)^{-1} + (1 - er)^{-1}]et' = \frac{1}{2}t[(1 + \bar{r}\bar{e})/N_+ + (1 - \bar{r}\bar{e})/N_-]et'$. (1)

a) $\hat{T} = tet'C_+ + t\bar{r}t'e_1e_2C_-$, б) $C_{\pm} = \frac{1}{2}(\frac{1}{N_+} \pm \frac{1}{N_-})$. (2)

$N_{\pm} = 1 + r_1r_2e_1e_2 \pm [(r_1e_1 + r_2e_2)\alpha_1 + (r_1e_2 + r_2e_1)\alpha_2]$. (3)

$tet' = t_1t_1'(e_1\alpha_1 + e_2\alpha_2)P + t_2t_2'(e_1\alpha_2 + e_2\alpha_1)\bar{P} + (e_1 - e_2)[t_1t_2'\vec{g}_1\vec{\sigma} + t_2t_1'\vec{g}_2\vec{\sigma}]$. (4)

a) $t\bar{r}t' = t_1t_1'r_2P + t_2t_2'r_1\bar{P}$, б) $X\hat{T}X = TX$. (5)

a) $I_T = T = \sum t_i t_j' T_{ij}$, б) $i, j = 1, 2$, в) $T_{12} = (e_1 - e_2)C_+ g_{1x}$. (6)

a) $T_{21} = (e_1 - e_2)C_+ g_{2x}$, б) $T_{11} = [(e_1\alpha_1 + e_2\alpha_2)C_+ + r_2e_1e_2C_-]\beta_1$. (7)

a) $T_{22} = [(e_1\alpha_2 + e_2\alpha_1)C_+ + r_1e_1e_2C_-]\beta_2$, б) $\beta_{1,2} = (1 \pm n_x)/2$. (8)

$\hat{R} = r + \frac{1}{2}t[(1 + \bar{r}\bar{e})/N_+ - (1 - \bar{r}\bar{e})/N_-]et'$. (9)

$\hat{\hat{R}} = r + tet'C_- + t\bar{r}t'e_1e_2C_+$. (10)

$I_R = r_1\beta_1 + r_2\beta_2 + I_T(C_+ \leftrightarrow C_-)$. (11)

$\hat{\hat{R}} = r + te(1 + \bar{e}\bar{r}\bar{e})et'/N_3 = r + (te^2t' - t\bar{r}t'e_1^2e_2^2)/N_3$. (12)

$I_{\bar{R}} = r_1\beta_1 + r_2\beta_2 + I_T(e_1 \leftrightarrow e_1^2; C_+ \leftrightarrow C_3 = 1/N_3)$. (13)

a) $I_{\bar{R}} = r_1\beta_1 + r_2\beta_2 + \sum t_i t_j' \bar{R}_{ij}$, б) $\bar{R}_{12} = (e_1^2 - e_2^2)g_{1x}/N_3$. (14)

a) $\bar{R}_{21} = (e_1^2 - e_2^2)g_{2x}/N_3$, б) $\bar{R}_{11} = [e_1^2\alpha_1 + e_2^2\alpha_2 + r_2e_1^2e_2^2]\beta_1/N_3$. (15)

$N_3 = 1 + e_1^2e_2^2r_1r_2 + (e_1^2r_1 + e_2^2r_2)\alpha_1 + (e_1^2r_2 + e_2^2r_1)\alpha_2$. (16)

$\bar{R}_{22} = (e_1^2\alpha_2 + e_2^2\alpha_1 + r_1e_1^2e_2^2)\beta_2/N_3$. (17)

Представим матрицу пропускания в виде (1), где обратные операторы видоизменены в соответствии с (10а) матрицы 1. Ее можно также записать в виде двух слагаемых (2а) с коэффициентами (2б), причем использовано соотношение (7б) матрицы 1. Знаменатели обратных операторов в (1) указаны в (3). Первое слагаемое в (2б) приводится к виду (4), второе — к виду (5а). Пользуясь соотношением (5б), получаем интенсивность пропускания (6а) с коэффициентами T_{ij} , указан-

ными в (6в)-(8). Матрица отражения \hat{R} может быть преобразована аналогично (1) и (2б), в результате получаются выражения (9), (10). Воспользовавшись соотношением, аналогичным (5б), получим интенсивность отражения (11), где третье слагаемое равно (6а) с переставленными в этом выражении коэффициентами C_+ и C_- . Отражение от закрытого нейтронотода с помощью соотношения вида (11а) матрицы 1 может быть представлено в виде (12). Процедура, аналогичная (5), с учетом соотношений (3), (4) и (5а) матрицы 1 приводит к интенсивности отражения (13). В (14)-(17) выписаны соответствующие преобразованные коэффициенты в явном виде.

Матрица 3

Расчет поляризации прошедших и отраженных нейтронов

$$\hat{T} = t_1 t_1' [(e_1 a_1 + e_2 a_2) C_+ + r_2 e_1 e_2 C_-] P + t_2 t_2' [(e_1 a_2 + e_2 a_1) C_+ + r_1 e_1 e_2 C_-] \bar{P} + (e_1 - e_2) (t_1 t_2' \vec{g}_1 \vec{\sigma} + t_2 t_1' \vec{g}_2 \vec{\sigma}) C_+ \quad (1)$$

$$а) X_{\sigma_z} T X = \sum t_i t_j' T_{ij}' X, \quad б) \mathcal{P}_T = \sum t_i t_j' T_{ij}' / I_T \quad (2)$$

$$а) T_{11}' = [(e_1 a_1 + e_2 a_2) C_+ + r_2 e_1 e_2 C_-] \delta, \quad б) \delta = (n_z' - i n_y') / 2 \quad (3)$$

$$а) T_{22}' = -[(e_1 a_2 + e_2 a_1) C_+ + r_1 e_1 e_2 C_-] \delta, \quad б) T_{12}' = (e_1 - e_2) C_+ \gamma_1 \quad (4)$$

$$а) T_{21}' = (e_1 - e_2) C_+ \gamma_2, \quad б) \gamma_{1,2} = g_{1,2,z} - i g_{1,2,y} \quad (5)$$

$$\mathcal{P}_R = (r_1 - r_2) \delta / I_R + \mathcal{P}_T (C_+ \leftrightarrow C_-) (1 - (r_1 \beta_1 + r_2 \beta_2) / I_R) \quad (6)$$

$$\mathcal{P}_{\bar{R}} = (r_1 - r_2) \delta / I_{\bar{R}} + \mathcal{P}_T (e_i \rightarrow e_i^2; C_{\pm} \rightarrow 1/N_3) (1 - (r_1 \beta_2 + r_2 \beta_2) / I_{\bar{R}}) \quad (7)$$

$$\mathcal{P}_{\bar{R}} = (r_1 - r_2) \delta / I_{\bar{R}} + \sum t_i t_j' \tilde{R}_{i,j}' / I_{\bar{R}} \quad (8)$$

$$а) \tilde{R}_{11}' = (e_1^2 a_1 + e_2^2 a_2 + r_2 e_1^2 e_2^2) \delta / N_3, \quad б) \tilde{R}_{12}' = (e_1^2 - e_2^2) \gamma_1 / N_3 \quad (9)$$

$$а) \tilde{R}_{22}' = -(e_1^2 a_2 + e_2^2 a_1 + r_1 e_1^2 e_2^2) \delta / N_3, \quad б) \tilde{R}_{21}' = (e_1^2 - e_2^2) \gamma_2 / N_3 \quad (10)$$

Матрица пропускания (1) с учетом соотношения (2а) приводит к поляризации пропускания (2б). Коэффициенты T_{ij}' определяются в соответствии с выражениями (3)-(5) матрицы 1. Поляризация в отражении вычисляется аналогичным образом с учетом выражений (10), (12), (4) и (5а) матрицы 2. Результат указан в (6), (7). Для $\mathcal{P}_{\bar{R}}$ соответствующие коэффициенты выписаны в явном виде в (9)-(10).

ЛИТЕРАТУРА

1. Игнатович В.К. Физика ультрахолодных нейтронов. М.: Наука, 1986.
2. Голиков В.В., Кулагин Е.Н., Никитенко Ю.В. ОИЯИ, РЗ-87-20, Дубна, 1987.
3. Косвинцев Ю.Ю., Морозов В.И., Терехов Г.И. - В сб.: Нейтронная физика. Тр. Всесоюз. конф. М.: ЦНИИатоминформ, 1984, ч.4, с.3, 44.

Рукопись поступила в издательский отдел
8 мая 1987 года.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

Д3,4-82-704	Труды IV Международной школы по нейтронной физике. Дубна, 1982.	5 р.00 к.
Д7-83-644	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Алушта, 1983.	6 р.55 к.
Д2,13-83-689	Труды рабочего совещания по проблемам излучения и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.	2 р.00 к.
Д13-84-63	Труды XI Международного симпозиума по ядерной электронике. Братислава, Чехословакия, 1983.	4 р.50 к.
Д2-84-366	Труды 7 Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1984.	4 р.30 к.
Д1,2-84-599	Труды VII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1984.	5 р.50 к.
Д10,11-84-818	Труды V Международного совещания по проблемам математического моделирования, программированию и математическим методам решения физических задач. Дубна, 1983.	3 р.50 к.
Д17-84-850	Труды III Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1984. /2 тома/	7 р.75 к.
Д11-85-791	Труды Международного совещания по аналитическим вычислениям на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1985.	4 р.00 к.
Д13-85-793	Труды XII Международного симпозиума по ядерной электронике. Дубна, 1985.	4 р.80 к.
Д4-85-851	Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1985.	3 р.75 к.
Д3,4,17-86-747	Труды V Международной школы по нейтронной физике. Алушта, 1986.	4 р.50 к.
	Труды IX Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1984. /2 тома/	13 р.50 к.
Д1,2-86-668	Труды VIII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1986. /2 тома/	7 р.35 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу: 101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79. Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований.

Игнатович В.К., Никитенко Ю.В.

P3-87-326

Диффузия ультрахолодных нейтронов в намагниченных нейтронородах и порошках

Решена задача распространения диффузного потока ультрахолодных нейтронов в намагниченных нейтронородах и порошках. Решение выполнено с использованием рекуррентных соотношений для плотности нейтронов.

Работа выполнена в Лаборатории нейтронной физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1987

Перевод авторов

Ignatovich V.K., Nikitenko Yu.V.

P3-87-326

Diffusion of Ultracold Neutrons in Magnetic Neutron Guides and Powders

The solution of the problem of ultracold neutrons diffusion in magnetic neutron guides and powders, obtained with the help of recursive relation, is given.

The investigation has been performed at the Laboratory of Neutron Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1987