сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р3-85-429

В.И.Лущиков, Ю.В.Таран

РАСПРОСТРАНЕНИЕ СГУСТКОВ УЛЬТРАХОЛОДНЫХ НЕЙТРОНОВ В ЗЕРКАЛЬНЫХ НЕЙТРОНОВОДАХ

1985

1. В той или иной мере все эксперименты с ультрахолодными нейтронами /УХН/ связаны с транспортировкой их от одного объекта к другому. В частности, транспортировка УХН из одного накопительного сосуда /ловушки/ в другой через соединительный нейтроновод является необходимым элементом в экспериментах с удержанием УХН на супертепловых источниках[1], в исследованиях поляризационных характеристик ферромагнитных пленок методом трехкратного пропускания[2] и т.д.

Так как обычно спектр используемых УХН достаточно широк, то в процессе перетекания их из сосуда в сосуд наиболее энергичные нейтроны /точнее, с большими продольными компонентами скорости/ многократно побывают в этих сосудах. Теоретический анализ перетекания УХН с учетом их возвратно-поступательного движения наиболее просто осуществить в случае идеально зеркального отражения от стенок. Такая идеализация недалека от современного уровня технологии изготовления зеркальных нейтроноводов[3], тем более что в этой области наблюдается непрерывный прогресс. При анализе предполагается, что поглощение в стенках отсутствует, начальное угловое распределение нейтронов изотропно, а их спектр описывается идеальным максвелловским распределением:

$$N(v_x)\,dv_x = \pi\rho\,(v_m^2 - v_x^2)\,dv_x, \qquad /1/$$

где v_x - компонента скорости вдоль оси x распространения потока УХН, v_m - максимальная скорость в спектре, $\rho = N_0/(\frac{4\pi}{3}v_m^3)$ - плотность в фазовом пространстве, N_0 - полное число УХН.

Отметим, что задача распространения УХН по трубам имеет обширную библиографию /см., например,[4] /. В настоящей работе использовались результаты из[5].

2. Рассмотрим случай неограниченного нейтроновода, внутри которого в плоскости $x = 0$ поперечного сечения имеется импульсный плоский источник УХН /рис.1а/. Пусть в нем в момент времени $t = 0$ возникло N_0 УХН, которые будут вытекать в нейтроновод. При отражении от идеально зеркальных стенок нейтроновода продольная компонента скорости v_x не изменяется, поэтому поток нейтронов разделится на две равные и независимые компоненты, вытекающие в разные стороны от источника. Если нейтроновод имеет граничную скорость $v_{гр} > v_m$, то плотность нейтронов внутри трубы будет равна:

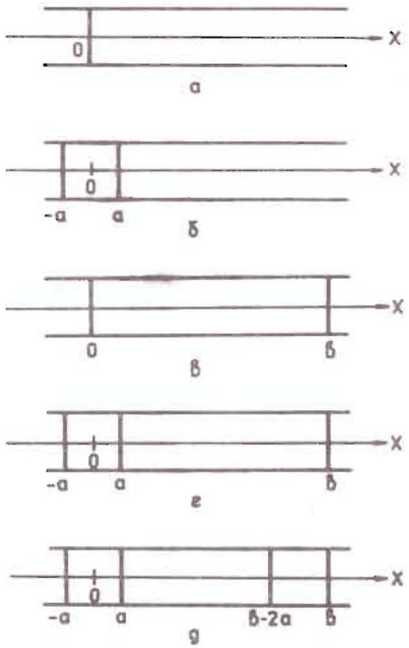


Рис.1. Схемы расположения источника и нейтроновода: а – плоский источник УХН при $x = 0$; б – объемный источник; в – плоский источник при $x = 0$ и отражающие торцы при $x = 0$ и b ; г – объемный источник и отражающие торцы при $x = -a$ и b ; д – два сосуда с затворами при $x = -a$, a , $b-2a$ и b , соединенных нейтроноводом .

$$n(x,t) = \frac{\pi\rho}{St}\left(v_m^2 - \frac{x^2}{t^2}\right), \qquad /2/$$

где S – площадь поперечного сечения трубы, а $t \geq t_{min} = x/v_m$. Зависимость $n(t)$ имеет максимум при $t_{экс} = \sqrt{3}\,x/v_m$.

Если источник УХН является объемным с толщиной $2a$ /рис.1б/, то количество нейтронов, приходящихся на интервал $(v_x\, ,\, v_x + dv_x)$, внутри нейтроновода равно /при $x > a$ /:

$$N(v_x, x, t)\,dv_x = \pi\rho\,(v_m^2 - v_x^2)\cdot\theta(x - v_x t)\,dv_x, \qquad /3/$$

где функция θ имеет вид

$$\theta(x - v_x t) = \begin{cases} 1 & \text{при} \quad v_x t - a \leq x \leq v_x t + a, \\ 0 & \text{при} \quad x \leq v_x t - a, \quad x \geq v_x t + a. \end{cases} \qquad /4/$$

В отличие от плоского источника в этом случае в точке x наблюдается спектр скоростей, разный в разные моменты времени. Для определения временной зависимости плотности нейтронов $n(x,t)$ и среднего значения $\bar{v}_x(x,t)$ выделим три временных области.

а/ При $t \leq \frac{x-a}{v_m}$ нейтроны из источника еще не подошли к точке x и $n(x,t) = 0$.

б/ При $\frac{x-a}{v_m} \leq t \leq \frac{x+a}{v_m}$ в точке x находятся нейтроны с продольными компонентами скорости от $\frac{x-a}{t}$ до v_m . Тогда, интегрируя /3/ в указанных пределах, получим средние по спектру значения плотности $n(x,t)$ и потока $i(x,t)$:

$$n(x,t) = \frac{1}{2}n_0\left\{1 - \frac{1}{2}\,\frac{x-a}{v_m t}\left[3 - \left(\frac{x-a}{v_m t}\right)^2\right]\right\}, \qquad /5/$$

$$i(x,t) = \frac{1}{2}n_0\bar{v}_{x0}\left\{1 - \left(\frac{x-a}{v_m t}\right)^2\left[2 - \left(\frac{x-a}{v_m t}\right)^2\right]\right\}, \qquad /6/$$

где n_0 – начальная плотность УХН в источнике, $\bar{v}_{x0} = 0{,}375\,v_m$ – среднее значение продольной скорости для компоненты потока с $v_x \geq 0$ при $t = 0$. Из /5/ и /6/ имеем $\bar{v}_x(x,t) = i(x,t)/n(x,t)$.

в/ При $t \geq \frac{x+a}{v_m}$ спектр v_x ограничен значениями $\frac{x-a}{t}$ и $\frac{x+a}{t}$. В этом случае:

$$n(x,t) = \frac{1}{2}n_0\left\{\frac{3a}{v_m t} - \frac{1}{2}\left[\left(\frac{x+a}{v_m t}\right)^3 - \left(\frac{x-a}{v_m t}\right)^3\right]\right\}, \qquad /7/$$

$$i(x,t) = \frac{1}{2}n_0\bar{v}_{x0}\frac{4ax}{(v_m t)^2}\left\{2 - \left[\left(\frac{x+a}{v_m t}\right)^2 - \left(\frac{x-a}{v_m t}\right)^2\right]\right\}. \qquad /8/$$

В этой временной области зависимость n от t достигает максимума при $t_{экс} = \sqrt{3x^2 + a^2}/v_m$, которое при $x \gg a$ переходит в соответствующее выражение для плоского источника.

3. Теперь перейдем к рассмотрению распространения сгустка нейтронов в нейтроноводах конечной длины, концы которых закрыты зеркально отражающими плоскостями. Левый торец, примыкающий к источнику, разворачивает компоненту потока нейтронов с $v_x \leq 0$ в сторону нейтроновода, что для плоского источника /рис.1в/ приводит просто к удвоению плотности нейтронов /2/.

В случае объемного источника /рис.1г/ вторая компонента появляется внутри нейтроновода с задержкой на $2a/v_m$, поэтому интегрирование выражения /3/ с ее учетом дает выражения, аналогичные /5/-/8/, только в них вместо x должно фигурировать $x + 2a$.

Правый торец, расположенный при $x = b$, начиная с момента времени $t = b/v_m$ / в случае плоского источника/ отражает нейтроны в обратном направлении. Распределение плотности отраженных нейтронов получается из выражения /2/ с помощью преобразования $x \to -x + 2b$. В точке наблюдения x отраженные нейтроны начнут давать вклад начиная с момента $t_{min} = \frac{-x+2b}{v_m}$. Если теперь распределения плотности отраженных нейтронов помечать порядковыми номерами отражений от левого (i) и правого (j) торцов, то:

$$n_{ij}(x,t) = \frac{\pi \rho v_m^2}{St}\left[1-\left(\frac{t_{min,ij}}{t}\right)^2\right], \qquad /9/$$

где $t \geq t_{min,ij} = [(-1)^{i+j} x + 2jb]/v_m$, причем $i \leq j$.

Для получения полной плотности нейтронов в трубе надо просуммировать /9/ по i и j с учетом временных границ для каждой составляющей. На рис.2 приведены результаты такого суммирования для нескольких значений x/b в зависимости от относительной временной координаты $\tau = \frac{1}{2}\,\frac{v_m t - x}{b}$. При достаточно большом τ кривые, осциллируя, сходятся к стационарному значению плотности N_0/bS.

Аналогичным образом проводятся вычисления плотности нейтронов внутри нейтроновода для объемного источника /рис.1г/.

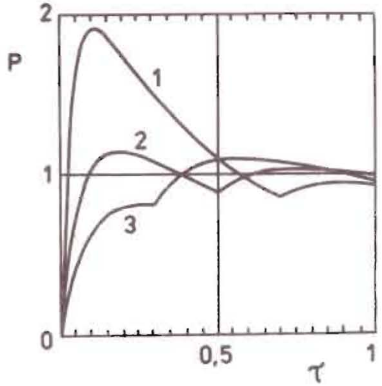


Рис.2. Зависимость относительной плотности УХН $p = n(x,\tau)/(N_0/bS)$ от τ для схемы на рис.1в при значениях x/b: 1 – 0,3; 2 – 0,5; 3 – 0,7.

4. Практический интерес представляет определение средней плотности и спектра скоростей в процессе перетекания нейтронов из сосуда в сосуд. Проведем анализ этого процесса на примере идеализированной схемы, когда сосуды представляют собой одинаковые участки нейтроновода, выделяемые затворами при $x = -a$, a, $b-2a$ и b /рис.1д/. Пусть для определенности в левый сосуд производится накачка УХН от какого-нибудь источника. Затем нейтроны выпускаются в нейтроновод и происходит заполнение правого сосуда. Закрывая этот сосуд в разные моменты времени, можно захватить в него нейтроны с разным спектром скоростей /метод временной отсечки/ и с разной примесью нейтронов, испытавших многократное отражение от внешних торцов сосудов.

Для определения средних значений плотности нейтронов и продольной компоненты скорости /ее абсолютного значения/ по объему правой ловушки надо усреднить соответствующие выражения типа /5/-/8/ по интервалу $b-2a \leq x \leq b$. На первом этапе анализа

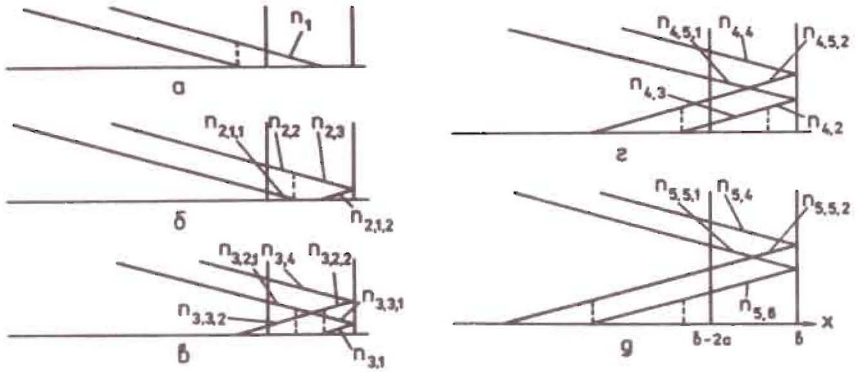


Рис.3. Качественное представление пространственного распределения УХН в ловушке для схемы на рис.1д в первых пяти временных интервалах.

рассмотрим временную область от момента появления в ловушке первых нейтронов $t_1 = \frac{b-3a}{v_m}$ до появления дважды отраженных от обоих торцов нейтронов, т.е. $t \leq \frac{3b-a}{v_m}$. При $t \leq t_1$ в ловушке нет нейтронов. При $t > t_1$ в ловушку входят нейтроны компоненты потока с $v_x \geq 0$ с распределением плотности /5/, которое при $t_1 \leq t \leq t_2 = \frac{b-a}{v_m}$ надо проинтегрировать в пределах $(b-2a,\ v_m t + a)$ /рис.3а/. Результат усреднения следующий:

$$\bar{n}_1(t) = \frac{1}{2} n_0 \frac{v_m t}{a} A_1[1 - B_1(3 - C_1)], \qquad /10/$$

где $A_i = \frac{1}{4}\left(1 - \frac{t_i}{t}\right)$, $B_i = \frac{1}{4}\left(1 + \frac{t_i}{t}\right)$, $C_i = \frac{1}{2}\left[1 + \left(\frac{t_i}{t}\right)^2\right]$,

i – номер временного интервала.

При $t_2 \leq t \leq t_3 = \frac{b+a}{v_m}$ в ловушке помимо нейтронов, описываемых распределением /5/ с плотностью $n_{2,2}(x,t)$, появляются: а/ нейтроны компоненты с $v_x \leq 0$, отраженные от левого торца и описываемые /5/ с заменой $x \to x + 2a$; плотность этой составляющей обозначим через $n_{2,1,1}(x,t)$; б/ нейтроны компоненты с $v_x \geq 0$, отраженные от правого торца и описываемые /5/ с заменой $x \to -x + 2b$ /обозначение $n_{2,1,2}$ /; в/ нейтроны компоненты с $v_x \geq 0$, описываемые распределением /7/, с плотностью $n_{2,3}$. Качественное представление этих составляющих в виде распределений по x дано на рис.3б. Составляющие $n_{2,1,1}$ и $n_{2,1,1}$ дают одинаковый вклад в количество нейтронов в ловушке, так как они обусловлены равными компонентами потока, входящими в ловушку одновременно, но как бы с разных сторон. Для того чтобы различать такие совпадающие составляющие, был введен третий индекс. Несложные, но громоздкие вычисления дают для средней плотности всех составляющих во втором временном интервале:

$$\bar{n}_{2,1,1}(t)=\bar{n}_{2,1,2}(t)=\frac{1}{2}n_0\frac{v_m t}{a}A_2[1-B_2(3-C_2)], \qquad /11/$$

$$\bar{n}_{2,2}(t)=\frac{1}{2}n_0 A_2\{3-\frac{v_m t}{a}B_2[C_2-(1-\frac{1}{\frac{v_m t}{a}B_2})(\frac{v_m t-2a}{v_m t})^2 D_1]\}, \qquad /12/$$

$$\bar{n}_{2,3}(t)=-\frac{1}{2}n_0\frac{v_m t}{a}A_3\{1-B_1(3-(\frac{v_m t-2a}{v_m t})^2 D_2]\}, \qquad /13/$$

где $D_i=\frac{1}{2}[1+(\frac{v_m t_i}{v_m t-2a})^2]$. Средняя плотность всех нейтронов в ловушке равна сумме /11/-/13/.

Выражения /10/ и /11/ имеют одинаковую структуру, а отличие их заключается в сдвиге области применимости на $2a/v_m$, что математически выражается в увеличении индекса i на единицу. Отсюда ясно, что в третьем временном интервале $t_3 \le t \le t_4=\frac{b+3a}{v_m}$ такой структурой должно обладать выражение для средней плотности $\bar{n}_{3,1}(t)$ нейтронов компоненты с $v_x \le 0$, отраженных сначала от левого, а затем от правого торца и описываемых выражением /5/ с последовательной заменой $x \to x+2a \to -x+2b+2a$ /рис.3в/. Прямые вычисления это подтверждают. В следующих двух временных интервалах $(t_4, t_5=\frac{b+5a}{v_m})$ и $(t_5, t_6=\frac{3b-a}{v_m})$ составляющих такой структуры уже не будет. Они снова дадут вклад в плотность нейтронов в ловушке в 6-8 интервалах и т.д.

Возвращаясь снова к третьему интервалу, выпишем средние плотности остальных составляющих /обозначения даны на рис.3в/:

$$\bar{n}_{3,2,1}(t)=\bar{n}_{3,2,2}(t)=\frac{1}{2}n_0 A_3\{3-\frac{v_m t}{a}B_3[C_3- \qquad /14/$$

$$-(1-\frac{1}{\frac{v_m t}{a}R_3})(\frac{v_m t-a}{v_m t})^2 D_2]\},$$

$$\bar{n}_{3,3,1}(t)=\bar{n}_{3,3,2}(t)=\frac{1}{2}n_0\frac{v_m t}{a}A_4\{1-B_2[3-(\frac{v_m t-2a}{v_m t})^2 D_3]\}, \qquad /15/$$

$$\bar{n}_{3,4}(t)=\frac{1}{2}n_0(\frac{3}{2}\frac{a}{v_m t}-\frac{1}{(2t)^3}(S_2R_2-S_1R_1)], \qquad /16/$$

где $S_i=t_i+\frac{a}{v_m}$, $R_i=t_i^2+t_{i+1}^2$. Закономерность, найденная при обсуждении выражений для $\bar{n}_1$, $\bar{n}_{2,1}$ и $\bar{n}_{3,1}$, наблюдается также в последовательностях $\bar{n}_{2,2}$, $\bar{n}_{3,2}$, ... и $\bar{n}_{2,3}$, $\bar{n}_{3,3}$, ..., т.е. составляющие такой структуры вносят вклад в плотность нейтронов в ловушке в 2-4, 7-9, ... интервалах.

Новым моментом в третьем интервале является возникновение составляющей $\bar{n}_{3,4}$, действующей во всех последующих интервалах с теми же постоянными S и R. Из рис.3г видно, что в четвертом интервале появляются составляющие $\bar{n}_{4,5,1}$ и $\bar{n}_{4,5,2}$ такой же структуры, равные друг другу, в которых индексы постоянных S и R увеличиваются на единицу по сравнению с $\bar{n}_{3,4}$. Наконец, в пятом интервале /рис.3д/ возникает составляющая $\bar{n}_{5,6}$, в выражении для которой индексы в S и R увеличиваются еще на единицу.

На этом первый этап формирования распределения нейтронов в ловушке заканчивается. Он связан с первым отражением от правого торца ловушки. На втором этапе, включающем второе отражение, на фоне постоянно действующих составляющих $\bar{n}_{3,4}$, $\bar{n}_{4,5}$ и $\bar{n}_{5,6}$, в той же последовательности, что и на первом этапе, появляются составляющие такой же структуры,как /11/-/13/,/16/, индексация в которых коррелирована с номером временного интервала.

Такая периодичность в формировании распределения нейтронов в ловушке позволила написать компактный алгоритм вычисления средней плотности и среднего абсолютного значения продольной скорости в ловушке как функции времени.

Графическое представление результатов вычислений $\bar{n}(t)$ и $\bar{v}_x(t)$ удобно сделать, введя по аналогии с рис.2 относительное время $\tau=\frac{1}{2}\frac{v_m t-(b-3a)}{b+a}$. На рис.4 приведены зависимости $n(\tau)/n_0$ для двух значений $\frac{a}{b}$ /кривые 1 и 2/. Кривые проходят через максимальные значения $\bar{n}_{max}=16/(\frac{v_m}{a}\sqrt{\frac{v_m}{a}W})$ при $t_{max}=\frac{1}{4}\sqrt{\frac{v_m}{a}W}$, где $W=-S_2R_2-S_3R_3+S_4R_4+S_5R_5$, и при больших τ выходят на уровень, соответствующий отношению объемов

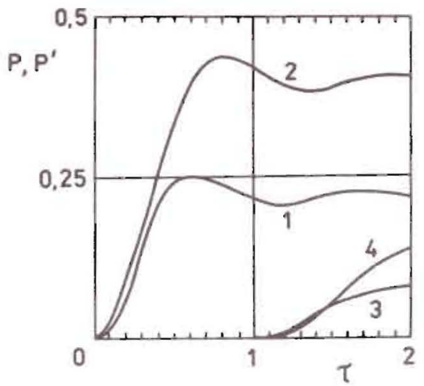
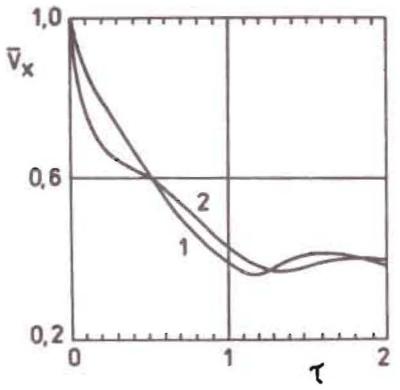


Рис.4. Зависимость относительной полной плотности УХН $p = \bar{n}(\tau)/n$ /кривые 1 и 2/ и плотности примесных нейтронов $p' = [\bar{n}(\tau) - \sum_{i=4}^{8} \bar{n}_{5,i}(\tau)]/n_0$ /кривые 3 и 4/ от τ для схемы на рис.1д при a/b = 0,125 и 0,25 соответственно.

Рис.5. Зависимость среднего значения продольной скорости УХН $|\overline{v_x}|$ в ловушке для схемы на рис.1д от времени накопления τ при значениях a/b : 1 – 0,125; 2 – 0,25.



ловушки и всей трубы $\frac{2a}{b+a}$. Максимум всегда приходится на пятый временной интервал, а вклад нейтронов, побывавших в ловушке и вторично возвратившихся в нее после отражения от левого торца, в полное число нейтронов в ловушке начинается с шестого интервала. Таким образом, если затвор ловушки закрыть в промежутке между t_{max} и t_6, то в ней будет захвачено максимальное количество нейтронов без примеси нейтронов, испытавших многократное отражение от торцов /кривые 3 и 4 на рис.4/.

Каков при этом спектр захваченных нейтронов? На рис.5 показана эволюция среднего абсолютного значения $\bar{v}_x(t)$ нейтронов, находящихся в ловушке, в процессе ее наполнения. Хотя спектр становится максвелловским через достаточно большое время /кривые на рис.5 выходят на уровень $|\overline{v_{xo}}| = 0{,}375\, v_m$ при $\tau > 2$/, однако уже при $t = t_6/\tau = 1$ на рис.5/ он близок к таковому, а если допустить примесь многократно отраженных нейтронов до 2%, то спектр при соответствующих t практически будет максвелловским. Альтернативой является введение некоторой степени диффузности при отражении от стенок ловушки. Это тем более необходимо, если проводятся спектрометрические исследования многократного пропускания через один и тот же образец методом временной отсечки. Для

того чтобы в каждом последующем пропускании с образцом взаимодействовали нейтроны такого же спектра, в ловушке должна произойти рандомизация их направлений.

5. Для учета диффузного рассеяния и поглощения, а также для расчетов перетекания УХН при различных геометрических конфигурациях сосудов и нейтроновода была создана программа расчетов по методу Монте-Карло, в которой стартовые значения направления вылета /θ и ϕ/, места вылета /радиус r и координата x/ и скорости v выбирались из равномерного распределения по $\cos\theta$, ϕ, r^2, x и v^3 соответственно. Для зеркального отражения без учета поглощения оба метода расчетов $\bar{n}(t)$ и $\bar{v}_x(t)$ дали совпадающие результаты /при количестве разыгранных нейтронов ≥ 32000/.

В заключение отметим, что аналитический подход к задаче перетекания нейтронов из сосуда в сосуд, даже при допущенной идеализации, оказался полезным для выяснения основных характеристик этого процесса, качественно сохраняющихся и для практических случаев.

ЛИТЕРАТУРА

1. Golub R. et al. Z.Phys.B, 1983, 51, p.187.
2. Игнатович В.К., Таран Ю.В. В кн.: Нейтронная физика. Материалы 6-й Всесоюзной конференции по нейтронной физике. ЦНИИатоминформ, М., 1984, т.4, с.17.
3. Егоров А.И. и др. ЯФ, 1974, 19, с.300; Altarev I.S. et al. Phys.Lett.A, 1980, 80, p.413.
4. Berceanu I., Ignatovich V.K. Vacuum, 1973, 23, p.441.
5. Франк И.М. ОИЯИ, Р3-9846, Дубна, 1976.

Рукопись поступила в издательский отдел
6 июня 1985 года.