

объединенный
институт
ядерных
исследований
дубна

5504 / 2-81

9/41-81

P3-81-580

В.К.Игнатович, З.Миттаг, Д.Пабст,
Л.Б.Пикельнер, В.Пильц, Р.Чаммер

ФОНОННЫЙ АНАЛОГ
ЧЕРЕНКОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ
ПРИ ПРОЛЕТЕ НЕЙТРОНА ЧЕРЕЗ ВЕЩЕСТВО

Направлено в ЯФ

1981

Когерентное взаимодействие нейтрона с веществом описывается потенциалом /1/

$$u = (\hbar^2/2m) 4\pi N_0 b \quad /1/$$

где N_0 - число атомов вещества в единице объема, b - когерентная амплитуда рассеяния нейтрона на одном атоме, а m - масса нейтрона. С помощью потенциала /1/ легко определить влияние вещества на волновую функцию нейтрона и описать такой процесс, как отражение и преломление нейтрона на границе раздела двух сред.

В принципе, можно поставить вопрос и о влиянии взаимодействия /1/ на само вещество. Помещая нейтрон в вещество, мы, тем самым, вносим в него энергию /1/ и при этом локально меняем плотность числа частиц, что должно приводить к напряжениям и деформациям. Если амплитуда b в выражении /1/ положительна, то нейтрон как бы отталкивает от себя атомы, что приводит к локальному избыточному давлению вокруг него. Поскольку давление всегда пропорционально плотности энергии, то представляется разумным принять его равным

$$p = u \cdot \delta(\vec{r}), \quad /2/$$

где $\delta(\vec{r})$ - δ - функция Дирака. Этот шаг может вызвать возражение, поскольку известно, что нейтрон описывается волновой функцией ψ и, казалось бы, в качестве плотности энергии следовало бы взять $|\psi|^2 u$. В свое оправдание мы можем сослаться на то, что в случае заряженных частиц плотность заряда также записывается в виде

$$\rho = e\delta(\vec{r}), \quad /3/$$

хотя, если основываться на квантовомеханических принципах, тоже следовало бы записывать $\rho = e|\psi|^2$. Принимая для давления выражение /2/, мы тем самым воздействие нейтрона на вещество рассматриваем в рамках классической физики, хотя сам потенциал /1/ есть порождение чистой квантовой механики.

В выражении /2/ функция $\delta(\vec{r})$ означает, что нейтрон покоится в точке $\vec{r} = \vec{0}$. Если нейтрон движется со скоростью \vec{v} , то вместо /2/ следует записать выражение

$$p = u \cdot \delta(\vec{r} - \vec{v}t). \quad /4/$$

Ниже будет показано, что когда v превышает скорость звука c , в веществе происходит излучение фононов аналогично тому, как происходит излучение черенковских фотонов при равномерном движении заряда. Будет подсчитана также величина энергии, которую нейтрон теряет на этом излучении при прохождении сквозь вещество. Важно заметить, что эту энергию нейтрон теряет, не меняя направления своего движения, и это позволяет отличить указанный процесс излучения от обычного неупругого рассеяния.

В разделе 1 будет изложена классическая теория черенковского излучения фононов, а в разделе 2 - описан эксперимент, с помощью которого, в принципе, можно заметить это излучение. Точность эксперимента пока оказалась недостаточной, чтобы заметить ту величину сдвига энергии нейтрона при пролете сквозь вещество, которая вытекает из теоретических оценок.

§1. ТЕОРИЯ ЧЕРЕНКОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ФОНОНОВ

Напряжения внутри вещества приводят к возникновению поля смещения $\vec{\xi}(\vec{r}, t)$ атомов из положения их равновесия. Поле удовлетворяет уравнению /2/

$$\partial^2 \vec{\xi} / \partial t^2 = (c_l^2 - c_t^2) \text{grad div} \vec{\xi} + c_t^2 \Delta \vec{\xi} - (1/\rho) \vec{\nabla} p, \quad /5/$$

где c_l - скорость продольных, а c_t - поперечных звуковых волн. Как и любое поле, можно поле $\vec{\xi}$ разбить на две части: соленоидальную и вихревую, описываемые скалярным ϕ и векторным \vec{A} потенциалами соответственно:

$$\vec{\xi} = \vec{\nabla} \phi + [\vec{\nabla} \vec{A}]. \quad /6/$$

Подставив выражение /6/ в уравнение /5/, мы можем разделить уравнения для ϕ и \vec{A} , причем для скалярного потенциала получается уравнение

$$\partial^2 \phi / \partial t^2 - c_l^2 \Delta \phi = -(u/\rho) \delta(\vec{r} - \vec{v}t), \quad /7/$$

полностью аналогичное электродинамическому уравнению, с помощью которого исследуется черенковское излучение /3-5/. Для потенциала \vec{A} получается однородное уравнение, и его следует принимать во внимание, если требуется определить переходное излучение в момент пересечения нейтроном границы раздела. В данной работе мы этого рассматривать не будем.

Уравнение /7/ проще всего решить путем перехода в систему отсчета, связанную с нейтроном. Если $v < c_l$, то преобразования

$$z' = (z - vt) / \sqrt{1 - v^2/c_l^2}; \quad \vec{r}'_{\perp} = \vec{r}_{\perp}; \quad t' = (t - vz/c_l^2) / \sqrt{1 - v^2/c_l^2}. \quad /8/$$

аналогичные тем, которые используются в теории относительно-сти, приводят уравнение /7/ к виду

$$\partial^2 \phi / \partial t'^2 - c_\ell^2 \Delta' \phi = -(u/\rho) \delta(\vec{r}') / \sqrt{1 - v^2/c_\ell^2}, \quad /9/$$

и решение этого уравнения имеет обычный кулоновский вид $\sim 1/r$. При переходе в лабораторную систему координат оно оказывается тождественным с потенциалом Лиенара-Вихерта. Если $v > c_\ell$, то следует использовать преобразования

$$z' = (z - vt) / \sqrt{v^2/c_\ell^2 - 1}; \quad \vec{r}'_1 = \vec{r}_1; \quad t' = (t - vz/c_\ell^2) / \sqrt{v^2/c_\ell^2 - 1}, \quad /10/$$

в результате чего уравнение /7/ принимает вид

$$-\partial^2 \phi / \partial t^2 + \partial^2 \phi / \partial z^2 - \Delta'_1 \phi = -(u/\rho) \delta(\vec{r}') / \sqrt{v^2/c_\ell^2 - 1}, \quad /11/$$

и его решение, преобразованное к лабораторной системе отсчета, равно:

$$\phi = \theta(z < vt) u / 4\pi\rho \sqrt{(z - vt)^2 - (v^2/c_\ell^2 - 1)r_1^2}, \quad /12/$$

где θ - функция равна единице, когда выполнено указанное в аргументе неравенство, и нулю - в противном случае. Полученное решение представляет собой коническую ударную волну, угол раствора которой равен углу Маха $\sin \alpha_M = c_\ell/v$. Оно, однако, не является физически разумным, т.к. приводит к бесконечным потерям энергии. Чтобы получить физически разумный результат, будем поступать следующим образом.

Представим $\phi(\vec{r}, t)$ в виде Фурье-интеграла

$$\phi(\vec{r}, t) = \int \tilde{\phi}(\vec{q}, t) \exp(i\vec{q}\vec{r}) d^3q / (2\pi)^3. \quad /13/$$

Подставив его в уравнение /7/, получим уравнение для $\tilde{\phi}(\vec{q}, t)$:

$$\partial^2 \tilde{\phi} / \partial t^2 + c_\ell^2 q^2 \tilde{\phi} = -(u/\rho) \exp(-i\vec{q}\vec{v}t). \quad /14/$$

Произведение $c_\ell q$ равно ω_q , поэтому уравнение можно записать иначе:

$$(\partial^2 / \partial t^2 + \omega_q^2) \tilde{\phi}(\vec{q}, t) = -(u/\rho) \exp(-i\vec{q}\vec{v}t). \quad /15/$$

В принципе, дисперсионное соотношение между ω_q и q необязательно имеет вид $\omega_q = c_\ell q$. Мы будем считать, и это второй существенный шаг, что уравнение /15/ справедливо при любом дисперсионном соотношении, т.е. что c_ℓ^2 в уравнении /7/ есть оператор $\hat{\omega}_q^2 / \hat{q}^2$, где $\hat{q} = -i\vec{\nabla}$. Решение уравнения /15/ равно

$$\vec{\phi}(\vec{q}, t) = \exp(-i\vec{q}\vec{v}t) \cdot u/\rho [(\vec{q}\vec{v})^2 - \omega_q^2] \quad /16/$$

и подстановка его в /13/ дает

$$\vec{\phi}(\vec{r}, t) = f \exp(i\vec{q}\vec{r} - i\vec{q}\vec{v}t) [d^3q / (2\pi)^3] u/\rho [(\vec{q}\vec{v})^2 - \omega_q^2]. \quad /17/$$

Выполним интегрирование по компоненте q_z , параллельной вектору v . Если $v < c$, то знаменатель обращается в нуль при некотором q_{0z} , т.е. подынтегральное выражение в /17/ имеет полюс на оси интегрирования. Его необходимо обойти так, чтобы выполнялось условие причинности, т.е. чтобы при $z > vt$ волна отсутствовала и $\phi = 0$. Этого можно добиться, если обходить полюс сверху, что эквивалентно добавлению в знаменателе малой мнимой части $i\epsilon q_z$. Интегрирование по q_z теперь приводит к выражению

$$\begin{aligned} \phi(\vec{r}, t) = & i\theta(z < vt) \int \exp[i\vec{q}_\perp \vec{r}_\perp - iq_{0z}(z - vt)] \times \\ & \times [d^2q_\perp / 2(2\pi)^2] u/\rho q_{0z} |v^2 - \omega_q \omega'_q / q|, \end{aligned} \quad /18/$$

где вместо q_z следует положить всюду q_{0z} , определяемое уравнением

$$v^2 q_z^2 - \omega_q^2 = 0. \quad /19/$$

Мы не будем стараться привести выражение /18/ к виду, аналогичному электродинамике, а вместо этого получим выражение для потери энергии нейтроном при пролете слоя вещества толщины L . Для этого подсчитаем количество энергии, оставшееся в веществе в результате генерации волн /18/. Это количество энергии мы определим интегралом по объему вещества от плотности энергии $\rho \dot{\xi}^2$, где $\dot{\xi}$ - скорость смещенного атома. Поскольку

$$\dot{\xi} = (\partial/\partial t) \phi, \quad /20/$$

то

$$\int \rho \dot{\xi}^2 dV = L(u^2/\rho) \int [d^2q_\perp / 4(2\pi)^2] q^2 / v^2 (1 - \omega_q \omega'_q / qv^2)^2. \quad /21/$$

Выражение /21/ можно привести к трехмерному интегралу, воспользовавшись соотношением

$$1/|1 - \omega_q \omega'_q / qv^2| = \int 2q_z dq_z \delta(q_z^2 - \omega_q^2 / v^2). \quad /22/$$

После интегрирования трехмерного интеграла по углам приходим к выражению

$$[Lu^2/\rho v^2(4\pi)^2]2\pi \int q^3 dq \theta(q^2 > \omega_q^2/v) / |1 - \omega_q \omega'_q / qv^2|. \quad /23/$$

В знаменателе величина $\omega_q \omega'_q / q$ представляет собой произведение фазовой $c_{\Phi} = \omega_q / q$ и групповой скорости $c_{\Gamma} = \omega'_q$ фонона, а поскольку обычно $c_{\Gamma} < c_{\Phi}$ и, кроме того, $c_{\Phi} < v$, то величиной $c_{\Phi} c_{\Gamma} / v^2$ можно пренебречь по сравнению с единицей, и мы приходим к интегралу, который расходится при $q \rightarrow \infty$. Чтобы этого не было, необходимо ввести обрезание. Это обрезание является третьим существенным моментом. А именно, примем, что интегрирование в /23/ следует проводить только до некоторого q_{\max} , равного размеру зоны Бриллюэна.

Таким образом, потери энергии можно выразить формулой

$$\Delta E = [Lu^2/(4\pi)^2 \rho] (\pi/2) q_{\max}^4 / v^2.$$

Подставив сюда выражение /1/ для u , $\rho = M_{\text{Я}} N_0$, где $M_{\text{Я}}$ - масса ядра, и обозначив $M = M_{\text{Я}} / m$, $E_c = (h^2/2m) q_{\max}^2$, получаем

$$\Delta E/L = (N_0 b^2/M) (\pi/4) (E_c/E_H)^2 E_H, \quad /24/$$

где $E_H = mv^2/2$. Для численных оценок примем в качестве E_c энергию Дебая в данном веществе, а для E_H - величину 1 эВ. Тогда в случае бериллия, где $E_c = 1000\text{К} \approx 0,083$ эВ, $N_0 \approx 1,2 \cdot 10^{23}$, $b \approx 0,776 \cdot 10^{-12}$ см, $M = 9$, получаем потерю энергии на единице пути равной

$$\Delta E/L \approx 40 \text{ мкэВ/см.} \quad /25/$$

Принятое определение E_c несколько произвольно, поэтому и оценка /25/ не может считаться достаточно строгой. Можно поступить и несколько иначе, а именно, в качестве дисперсионного соотношения принять

$$\omega_q = \omega_0 \sin(qa) \quad /26/$$

и интегрировать до $q = \pi/2a$, где a - среднее расстояние между атомами $a \approx N_0^{-1/3}$. Тогда для потери энергии на единицу пути можно получить выражение

$$\Delta E/L = (\pi/2)^4 (\pi/4) (N_0^{7/3} b^2/M) (h^2/2m)^2 / E_H, \quad /27/$$

которое для бериллия приводит к величине $\Delta E/L \approx 0,01$ мкэВ/см.

§2. ЭКСПЕРИМЕНТ

Как показывают сделанные выше оценки, потеря энергии нейтроном весьма мала, а энергия нейтрона должна быть достаточной, чтобы скорость нейтрона превышала скорость звука. В наиболее благоприятном случае относительное уменьшение энергии составляет величину порядка 10^{-5} . Такая точность может быть достигнута путем измерения смещения резонансной энергии, когда перед резонансной мишенью на пути нейтронов устанавливается нерезонансный образец. Подобная методика была применена для измерений магнитных моментов ядер /6/ и химических сдвигов нейтронных резонансов /7/.

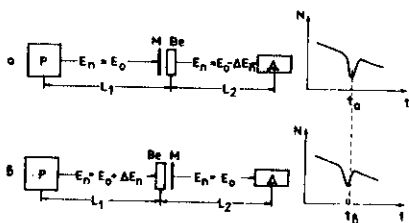


Рис. 1. Принципиальная схема измерения. P - реактор, Д - детектор, М - резонансная мишень, Ве - бериллиевый блок.

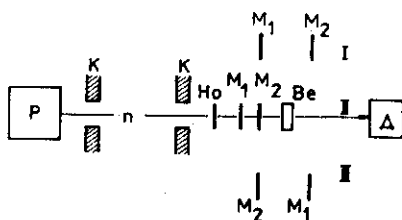


Рис. 2. Схема эксперимента. P - реактор, К - коллиматор, Д - детектор, M₁ - мишень Ag, M₂ - мишень Rh; I, II, III - различные положения мишеней в пучке по отношению к Ве.

Эксперимент, поставленный нами, использовал метод времени пролета нейтронов. Принцип измерения можно пояснить с помощью схемы рис. 1. Между импульсным источником нейтронов и детектором помещен блок бериллия, в котором нейтрон теряет энергию ΔE_H . Ядерная мишень с резонансом при энергии E_0 может помещаться около блока со стороны реактора /а/ или со стороны детектора /в/. Для этих двух вариантов положение резонансного провала в спектре по времени пролета нейтронов будет различаться:

$$t_a = 72,3 [L_1 E_0^{-1/2} + L_2 (E_0 - \Delta E_H)^{-1/2}] \quad /28/$$

$$t_b = 72,3 [L_1 (E_0 + \Delta E_H)^{-1/2} + L_2 E_0^{-1/2}]$$

Сдвиг резонанса, согласно /28/, может быть приведен к виду

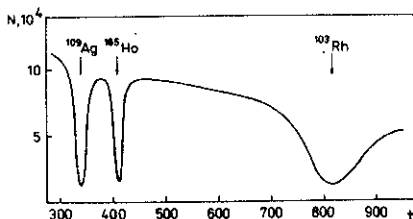
$$t_a - t_b = t \Delta E_H / 2 E_0 \quad /29/$$

где $t = 72,3(L_1 + L_2)/E_0^{1/2}$ - время пролета нейтронами с энергией E_0 расстояния $L_1 + L_2$.

Измерения проводились на реакторе ИБР-30, работавшем в бустерном режиме с электронным ускорителем ЛУЭ-40. Были использованы установка и методика обработки экспериментальных спектров, разработанные для измерения химических сдвигов нейтронных резонансов^{/7/}. Расстояния L_1 и L_2 были равны соответственно 50 и 10 м. На рис.2 показано расположение бериллиевого блока и резонансных мишеней. В качестве последних использовались фольги толщиной 0,1 мм из родия и серебра, имеющие резонансы при энергии 1,26 эВ (Rh) и 5,2 эВ (Ag). Толщина бериллия равнялась 0,8 см $\sim 8 \cdot 10^{22}$ яд./см². Автоматическая система для смены мишеней имела три фиксированных положения, что позволяло вводить в пучок поочередно три различные комбинации фольг относительно бериллия. Для накопления спектров, управления автоматикой и контроля за ходом эксперимента использовалась малая ЭВМ ТРА-1. Кроме указанных мишеней, в пучке постоянно находилась мишень из ¹⁸⁵Ho /резонанс при энергии 3,92 эВ/, служившая для контроля нулевого эффекта.

Для уменьшения влияния дрейфа аппаратуры образцы сменялись в пучке через 5 мин. После нескольких часов накопления все три спектра передавались на базовую ЭВМ для дальнейшей обработки. На рис.3 показан один из трех спектров, полученных за 8 ч измерений. Общее время измерений составило около 20 ч.

Рис.3. Спектр по времени пролета. t - номер канала анализатора.



Для получения величины сдвига $t_a - t_B$, на ЭВМ методом наименьших квадратов проводилась подгонка спектра б/ к спектру а/ /см. рис.1/ и определялась величина сдвига и ее ошибка. Такая обработка проводилась для различных комбинаций положения образцов. Были получены следующие экспериментальные результаты:

для резонанса ¹⁰⁹Ag / $E_0 = 5,2$ эВ/

$$\Delta E_H = /-30 \pm 105/ \text{ мкэВ},$$

для резонанса ¹⁰³Rh / $E_0 = 1,26$ эВ/

$$\Delta E_H = /-11 \pm 45/ \text{ мкэВ}.$$

Знак минус соответствует потере энергии в бериллии. Из этих данных можно заключить, что величина сдвига не превышает ошибки измерения, которая по величине близка к наиболее благоприят-

ной теоретической оценке. Описанный эксперимент являлся сугубо предварительным и имел целью проверку методики и оценку достижений точности. При использовании большей толщины бериллия и большего времени измерения можно увеличить чувствительность метода в несколько раз.

В заключение авторы считают своим приятным долгом поблагодарить И.М.Франка, В.И.Лущикова и Ю.М.Останевича за интерес к работе и полезные дискуссии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гуревич И.И., Тарасов А.В. Физика нейтронов низких энергий. "Наука", М., 1965.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. "Наука", М., 1965.
3. Тамм И.Е., Франк И.М. ДАН СССР, 1937, т.14, с.107.
4. Болотовский Б.М. УФН, 1957, т.62, с.107.
5. Зрелов В.П. Излучение Вавилова-Черенкова и его применение в физике высоких энергий. Атомиздат, М., 1968.
6. Alfimenkov V.P. et al. Nucl.Phys., 1976, v.A267, p.172.
7. Meister A. et al. Nucl.Phys., 1981, v.A162, p.18.

Рукопись поступила в издательский отдел
25 августа 1981 года.