ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р3 - 4484

Х.Малэцки, Л.Б.Пикельнер, И.М.Саламатин,
Э.И.Шарапов

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СПИНОВОЙ ЗАВИСИМОСТИ НЕЙТРОННЫХ СИЛОВЫХ ФУНКЦИЙ ЯДЕР

ЛАБОРАТОРИЯ НЕЙТРОННОЙ ФИЗИКИ

1969

P3 - 4484

Х.Малэцки, Л.Б.Пикельнер, И.М.Саламатин,
Э.И.Шарапов

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СПИНОВОЙ ЗАВИСИМОСТИ НЕЙТРОННЫХ СИЛОВЫХ ФУНКЦИЙ ЯДЕР

Направлено в ЯФ

1. Введение

К числу наиболее труднодоступных параметров ядерных уровней, исследуемых в нейтронной спектроскопии, относятся спины составных ядер. Именно поэтому до последнего времени данные о спинах уровней были слишком бедны, чтобы позволить провести детальный анализ спиновой зависимости силовых функций, радиационных ширин и расстояний между уровнями.

Существенный шаг в рассмотрении спиновой зависимости силовых функций был сделан в работах физиков Сакле[1,2]. Измеряя с высоким разрешением пропускание нейтронов для широкого круга ядер и обрабатывая полученные данные по методу формы, они получили значительную информацию о спинах уровней. Найденные ими отдельно для каждого спинового состояния силовые функции оказались заметно отличающимися для некоторых ядер. Это отличие чётко проявлялось у ^{197}Au, ^{69}Ga, ^{77}Se, ^{75}As, Br.

Основным критерием, который использовался в работах[1,2] для оценки надежности различия силовых функций двух спиновых состояний, являлась вероятность наблюдения такого случайного отклонения в предположении равенства истинных значений $S(J_1)$ и $S(J_2)$. Рассчитывалась она на основании закона распределения нейтронных ширин.

В частности, для ^{77}Se , ^{75}As и ^{197}Au были получены вероятности порядка 1%.

В последние годы в Дубне на импульсном реакторе с инжектором-микротроном нами были проведены измерения параметров нейтронных резонансов ряда ядер в области массовых чисел 69-87. Среди них были ядра с нечётным A(^{77}Se , ^{69}Ga , ^{71}Ga) , для которых совместные измерения пропускания и радиационного захвата позволили получить спины уровней [3,4]. Измерения проводились на разделенных изотопах при разрешении 3 нсек/м для пропускания и 12 нсек/м для радиационного захвата. Сравнение наших данных по ^{77}Se с данными работы [5] показало хорошее согласие как в значениях спинов, так и в значениях нейтронных ширин в интервале энергии до 1,5 кэв, в котором имелись данные работы [5]. Однако параметры, полученные нами в области энергии от 1,5 до 4 кэв, изменили заключение о различии силовых функций для двух спиновых состояний. Это наглядно показано на рис. 1, где приведена нарастающая сумма $\sum_i \Gamma^0_{ni}$ как функция энергии для двух спиновых состояний. Видно, что силовые функции, определенные для участка энергий 4 кэв, отличаются незначительно. Для ^{69}Ga различие в силовых функциях для двух спиновых состояний также не подтвердилось, но в данном случае из-за того, что для двух уровней найденные нами значения спинов противоречили результатам Сакле [1].

Кроме перечисленных выше, исследованию спинов ядер посвящен еще ряд работ, появившихся в последнее время [6,7]. Сейчас имеются уже достаточно обширные данные, чтобы попытаться провести более детальный статистический анализ спиновой зависимости силовых функций ядер. Такой попыткой является настоящая работа.

Как уже отмечалось выше, авторами [1,2] оценивались вероятности случайных отклонений, которые могли бы привести к наблюдавшимся различиям в $S(J_1)$ и $S(J_2)$. Эти оценки были получены для нескольких ядер, для которых различие было наиболее наглядным. Нам представлялось, что более полная информация о спиновой зависимости силовых функций может быть получена, если проводить статистическую оценку экспериментальных данных для всех ядер, для которых известны $S(J)$. Очевидно, что, измеряя силовые функции $S(J_1)$ и $S(J_2)$ для нескольких десятков ядер, мы среди величин $S(J_1)-S(J_2)$ будем иметь большие и малые отклонения обоих знаков, даже если истинные значения $\langle S(J_1)\rangle = \langle S(J_2)\rangle$. И здесь существенную помощь в прояснении ситуации может оказать рассмотрение теоретического и экспериментального распределений $S(J_1)-S(J_2)$, учитывающих точность и статистические свойства силовой функции. На этих свойствах силовой функции мы остановимся несколько подробнее.

2. Статистические свойства оценок силовых функций

1. Согласно определению, силовая функция ядра $\langle S(J)\rangle$ для уровней со спином J есть отношение средней приведенной нейтронной ширины $\langle \Gamma^0_J \rangle$ x/ к среднему расстоянию $\langle D_J \rangle$ между уровнями:

$$\langle S(J)\rangle = \frac{\langle \Gamma^0_J \rangle}{\langle D_J \rangle} . \qquad (1)$$

Символ J в дальнейшем будет часто опускаться и будут использоваться значки "+" и "−", означающие принадлежность уровней к системам со спинами $J = I + 1/2$ и $J = I - 1/2$. Угловые скобки будут означать, что соответствующие величины являются "истинными средними", т.е. параметрами теоретических распределений, в данном случае χ^2 – рас-

x/ Общепринятый индекс n для обозначения приведенных нейтронных ширин Γ^0_n для краткости опускается.

пределения с числом степеней свободы $\nu = 1$ для нейтронных ширин, имеющего вид

$$p(x)\,dx = \left[\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)\right]^{-1}\left(\frac{\nu}{2}\right)^{\frac{\nu}{2}} x^{\frac{\nu}{2}-1} \exp\left[-\frac{\nu}{2}x\right] dx \,, \qquad (2)$$

$$x = \frac{\Gamma^0}{\langle\Gamma^0\rangle} \,,$$

и распределения Вигнера для интервалов между соседними уровнями

$$q(y)\,dy = \frac{\pi}{2}\, y \exp\left[-\frac{\pi}{4} y^2\right] dy \,, \qquad (3)$$

$$y = \frac{D}{\langle D\rangle} \,.$$

Экспериментальные величины, получаемые усреднением по ограниченному набору уровней, с точки зрения математической статистики являются случайными величинами, имеющими свои законы распределения. Эти величины иногда называют "оценками параметров", и здесь для их обозначения будет использоваться черта сверху, т.е.

$$\bar{\Gamma}^0(n) = \left(\sum_1^n \Gamma_i^0\right) / n \; ; \quad \bar{D}(m) = \left(\sum_1^m D_i\right) / m \,.$$

Если исследовано n уровней, то обычно $m = n - 1$. В таких обозначениях экспериментально найденная величина силовой функции по энергетической области ΔE обычно определяется как

$$S = \frac{\bar{\Gamma}^0(n)}{\bar{D}(m)} = \frac{\left(\sum_1^n \Gamma_i^0\right)/n}{\Delta E \;/\; m} \,. \qquad (4)$$

2. Вопрос о законе распределения силовой функции, рассчитанной по n уровням, уже рассматривался в работах /8,9/. Однако там было введено другое определение экспериментального значения силовой функции, именно:

$$S = \frac{\bar{\Gamma}^{0}(n)}{D^{*}(m)}\,\alpha(n), \qquad (5)$$

где D^{*} – среднеквадратичная величина $D^{*}(m) = \sqrt{\frac{\pi}{4}\left(\sum_{1}^{m} D_{i}^{2}\right) / m}$. Отмечалось, что эта величина обладает наименьшей дисперсией и, следовательно, должна быть эффективной оценкой параметра $\langle D \rangle$. Были выведены законы распределения величин $\bar{\Gamma}^{0}(n)$, $D^{*}(m)$, и на их основании получено весьма сложное выражение для распределения $S(n)$, а также выражение для дисперсии. Тем самым задача вычисления ошибки S в принципе была решена.

Однако по ряду причин определение (5) вряд ли является лучшим. Авторы работы /9/ отмечали, что D^{*} – это смещенная оценка параметра $\langle D \rangle$. Ниже мы покажем, что существует несмещенная оценка с гораздо меньшей дисперсией, чем приводимая в /9/. Не менее существенно и то, что силовая функция, рассчитываемая по формуле (5), при малом n чувствительна к пропуску слабых уровней, в основном на высокоэнергетической границе экспериментальной области ΔE, когда расстояния между последними наблюденными резонансами значительно возрастают. Такой пропуск уровней приводит к систематической ошибке в S, поскольку большие величины, возводимые в квадрат, приобретают значительный вес при вычислении D^{*}. В то же время очевидно, что традиционное определение (4) свободно от этого недостатка и позволяет без заметной систематической ошибки рассчитывать силовую функцию по всей области ΔE. Таким образом, представляется интересным получить выражение для плотности вероятности S, определенной согласно (4).

С этой целью введем величину

$$z = \frac{S}{\langle S\rangle}, \qquad (6)$$

т.е. будем рассматривать силовую функцию в единицах ее среднего значения. Из определений (1) и (4) следует, что силовая функция z есть отношение:

$$z = \frac{\bar{\Gamma}^0(n)/\langle\Gamma^0\rangle}{\bar{D}(m)/\langle D\rangle} = \frac{u}{v}. \qquad (6')$$

Функция распределения отношения двух независимых величин может быть получена, если известны их функции распределения. Распределение величины u является χ^2 - распределением (2) с n степенями свободы вследствие того, что здесь имеется сумма n величин, подчиняющихся χ^2 - распределению, каждая с числом степеней свободы $\nu = 1$. Что касается функции распределения величины $v = \bar{D}(m)/\langle D\rangle$, стоящей в знаменателе (6'), то для нее аналитическое выражение при произвольном m нам неизвестно.

3. Так как $\bar{D}(m) = \frac{\Delta E(m)}{m}$, то по существу речь идет о распределении энергетических интервалов, каждый из которых содержит по $m-1$ резонансов внутри. Для $m=2$, в частности, это будет распределение расстояний между первым и третьим резонансом, третьим и пятым и т.д. Эта задача непроста и не может быть решена на основании только распределения (3), поскольку оно само по себе не отвечает на вопрос, независимы ли соседние расстояния или коррелируют.

Распределение (3) было получено Вигнером /10/ для расстояния между корнями реальной симметричной 2x2 матрицы со случайными коэффициентами. Для получения распределения интервалов с одним уровнем внутри необходимо было рассмотреть как минимум 3x3 матрицу, имеющую уже три корня. Задача была решена Портером [11], получившим искомое распределение и показавшим наличие отрицательной (ρ = -0,25) корреляции между разностями $E_2 - E_1$ и $E_3 - E_2$, где E_1, E_2, E_3 – три последовательных собственных значения (корня) 3x3 матрицы. Следовательно, для m=2 дисперсия суммы двух соседних интервалов y_1 и y_2, равная

$$\sigma^2(y_1+y_2) = \sigma^2(y_1) + \sigma^2(y_2) + 2\rho\,\sigma(y_1)\,\sigma(y_2) ,$$

должна быть меньше, чем в случае независимых y_1, y_2. Этот эффект подтвержден экспериментально [12].

Следующей конкретной задачей является получение аналитического выражения для распределения величины $\Delta E(m)$ при произвольном m. Мы воспользуемся результатами работы Ч.Портера [13], в которой сделаны расчёты по методу Монте-Карло для 10000 случайных 10x10 матриц. Результатом этих расчётов являются распределения $\Delta E(m)$ в виде гистограмм для $1 \le m \le 9$ и таблицы нескольких моментов для каждого распределения. Форма распределений весьма близка к гауссовой, что отмечалось Ч.Портером уже для случая m=2 [11]. Более точно и более удобно для наших целей аппроксимировать гистограммы Портера χ^2 – распределениями. Число степеней свободы k для соответствующего χ^2 – распределения следует определить из условия равенства его дисперсии $\left(\frac{2}{\nu}\right)$ и дисперсии полученного Портером распределения. Последняя была вычислена по данным упомянутой таблицы работы [13] и приведена на рис. 2. Видно, что при больших m значение величины $m\,\frac{\sigma^2}{\langle D \rangle^2}$ значительно меньше предельного значения 0,25, приводимого в работе [9], где не учитывался эффект корреляции. На рис. 3 приведена гистограмма Портера для $m = 5$ и подобранная на основании равенства дисперсий кривая χ^2 -распределения с $k = 70$. Совпадение очень хорошее. На этом же рисунке для сравнения точками нанесена кривая для распределения $\frac{D^*(m)}{\langle D \rangle}$. Таким образом, хорошей аппроксимацией распределения величины v в знаменателе (6') является χ^2 - распределение с k степенями свободы:

$$p(v)\,dv = [\,\Gamma(k/2)\,]^{-1} \left(\frac{k}{2}\right)^{\frac{k}{2}} v^{\frac{k}{2}-1} \exp\left[-\frac{k}{2} v\right] dv ,$$

$$v = \bar{D}(m) / \langle D \rangle ,$$

где $k \approx 6{,}3\, m\sqrt{m}$ при $1 \le m \le 9$, (7)

$k \approx 20\, m$ при $m \ge 10$.

Оценки (7) для числа степеней свободы k могут быть получены из рис. 2, в частности, оценка для $m \ge 10$ предполагает экстраполяцию кривой дисперсии к уровню $m\sigma^2 / \langle D \rangle^2 = 0{,}10$.

4. Результатом проведенных рассуждений является вывод, что силовая функция, определенная в единицах своего среднего значения, есть отношение двух независимых случайных величин u и v , каждая из которых имеет χ^2 - распределение (с числом степеней свободы n для u и k для v) и среднее значение, равное единице. В математической статистике для такой величины z получено так называемое F - распределение (распределение Фишера), вывод которого можно найти, например, в /14/. В наших обозначениях соответствующая плотность вероятности имеет следующий простой аналитический вид:

$$f(z,n)\,dz = C_n\, z^{\frac{n}{2}-1} \left(1+\frac{n}{k}\, z\right)^{-\frac{n+k}{2}} dz . \quad (8)$$

Нормировочная константа C_n , а также дисперсия величины z и ее среднее значение μ есть:

$$C_n = \left(\frac{n}{k}\right)^{\frac{n}{2}} \Gamma\left(\frac{n+k}{2}\right) / \left[\, \Gamma(n/2)\; \Gamma(k/2) \,\right] , \qquad (9)$$

$$\sigma^2(z) = \left[\, 2k^2 (n+k-2) \,\right] / \left[\, n(k-2)^2 (k-4) \,\right] , \qquad (10)$$

$$\mu(z) = k / (k-2) , \qquad (11)$$

где k определяется через n согласно формулам (7) при $m = n$ или $m=n-1$. В других обозначениях, а именно для плотности вероятности конкретного значения S при известном "истинном" среднем $< S >$ и заданном числе резонансов n выражение (8) переходит в следующее:

$$f(S,n)\, dS = C_n \frac{1}{<S>} \left(\frac{S}{<S>}\right)^{\frac{n}{2}-1} \left(1+\frac{n}{k}\,\frac{S}{<S>}\right)^{-\frac{n+k}{2}} dS . \qquad (12)$$

На рис. 4 в качестве примера приведены графики распределений для случая $n = 5$ и $n = 10$ (при этом $m = n-1$). Там же показаны χ^2 - распределения для $n = 5$ и 10 и распределение для $n = 5$, полученное в работе /9/. Наглядно видно, что учёт корреляций в расстояниях между уровнями приблизил распределение силовой функции к χ^2 - распределению для нейтронных ширин, получаемых усреднением по n уровням. Практически при $n \gtrapprox 15$ различие между этими распределениями исчезает, и для силовой функции можно пользоваться χ^2 – распределением (2) с n степенями свободы.

Что касается смещений, вводившихся в работах /8,9/ в экспериментальные значения силовой функции, то нам это не представляется целесообразным. В самом деле, рассматривая в (12) плотность распределения как функцию параметра $\langle S \rangle$ и имея в виду, что сделано единственное измерение S, давшее значение $S = S_{\text{эксп.}}$, получим функцию правдоподобия:

$$L(\langle S \rangle) = C_n S_{\text{эксп.}}^{\frac{n}{2}-1} \langle S \rangle^{-\frac{n}{2}} \left(1 + \frac{n}{k} \frac{S_{\text{эксп.}}}{\langle S \rangle}\right)^{-\frac{n+k}{2}}.$$

Из условия максимума функции $L(\langle S \rangle)$ сразу находим, что наиболее правдоподобное значение $\langle S \rangle$ равно $S_{\text{эксп.}}$, т.е. измеренному значению.

Вопрос о смещениях должен возникать в другой, к сожалению, малореальной ситуации, когда имеется возможность проводить вычисления по многим интервалам, содержащим по n резонансов каждый. В таком случае результат будет стремиться в пределе к "смещенному" значению $\mu \cdot \langle S \rangle$, и тогда следует ввести величину $S' = \frac{S}{\mu}$. Отметим, что согласно (11) смещение даже при n = 5 будет мало, около 4%.

В реальном случае при малом n единственное измеренное значение $S_{\text{эксп.}}$ может быть заметно больше и меньше $\langle S \rangle$. Вопрос об ошибке силовой функции решается, как обычно в статистике, путем расчёта доверительных пределов $S_{\text{нижн.}}$ и $S_{\text{верх.}}$, т.е. интервала $(S_{\text{верх.}} - S_{\text{ниж.}})$, накрывающего $\langle S \rangle$ с заданной вероятностью. По аналогии с гауссовым распределением принято брать вероятность 68,2%. В нашем случае это означает, что, например, из десяти доверительных интервалов (если их возможно получить в разных энергетических областях) примерно семь будут содержать значение $\langle S \rangle$.

Для широкого набора n в каждом распределении были рассчитаны такие значения a и b, выше и ниже которых остается по 15,9% площади распределения $f(z,n)$. Относительные значения доверительных пределов обычно вычисляются как $S_{ниж.}/S_{эксп.} = \frac{1}{b}$, $S_{верх.}/S_{эксп.} = \frac{1}{a}$. Желая сохранить традиционный для экспериментаторов способ задания положительной и отрицательной ошибки, мы приводим на рис.5 результаты расчётов двух частей доверительного интервала: $\Delta z_{верх.} = \frac{1}{a} - 1$ (верхняя кривая) и $\Delta z_{ниж.} = 1 - \frac{1}{b}$ (нижняя кривая). Величины $\Delta z_{верх.}$ и $\Delta z_{ниж.}$ играют роль " относительных ошибок" для $S_{эксп.}$. Таким образом, если силовая функция $S_{эксп.}$ рассчитана по n уровням, то "истинная" силовая функция $\langle S \rangle$ в указанном выше смысле может быть представлена как $S_{эксп.}\left(1 {}^{+\Delta z_{в}}_{-\Delta z_{н}}\right)$.

3. Распределение разности силовых функций для двух спиновых состояний

Полученная функция плотности вероятности (8) для силовой функции позволяет перейти к рассмотрению вопроса о различии силовых функций для двух спиновых состояний. Гипотезой, которая подлежит проверке, является предположение, что

$$\langle S^{+} \rangle = \langle S^{-} \rangle = \langle S \rangle , \tag{13}$$

а наблюдаемые различия связаны со случайными отклонениями.

Пусть $f(z^+, n^+)\ dz^+$ – вероятность получения величины $z^+ = \frac{S^+}{\langle S \rangle}$ в интервале dz^+ из измерения нейтронных ширин n^+ уровней со спином $J = I + 1/2$ и $f(z^-, n^-)\, dz^-$ – аналогичная вероятность для уровней со спином $J = I - 1/2$. Вероятность обнаружения в независимых измерениях величин z^+ и z^- равна произведению

$$f(z^+, n^+)\ dz^+\ f(z^-, n^-)\ dz^-. \tag{14}$$

Нам удобно ввести в качестве переменной величину

$$a = z^+ - z^- = \frac{S^+ - S^-}{\langle S \rangle}. \tag{15}$$

Тогда вместо (14) можно записать:

$$f(a + z^-, n^+)\ da\ \ f(z^-, n^-)\ dz^-, \tag{14'}$$

и плотность вероятности обнаружения в эксперименте разности a получится интегрированием по z^-:

$$\frac{dW(a, n^+, n^-)}{da} = \int_0^\infty f(a + z^-, n^+)\ f(z^-, n^-)\ dz^-. \tag{16}$$

Имея в виду, что для отрицательного аргумента z функция f обращается в нуль, это выражение справедливо для положительных и отрицательных значений a.

С помощью функции распределения $W(a, n^+, n^-)$ легко получить вероятность обнаружения в эксперименте разности $\frac{S^+ - S^-}{\langle S \rangle} \geq a$. Однако неудобством полученного распределения в случае сопоставлений результатов для различных ядер является то, что оно существенно зависит от числа уровней n^+ и n^-, исследованных в эксперименте. Это неудобство удалось устранить, рассматривая вместо a величину $a/\bar{\sigma}$. Здесь $\bar{\sigma} = \frac{\sigma^+ + \sigma^-}{2}$, где σ^+ и σ^- – среднеквадратичные отклонения для функций $f(z^+, n^+)$ и $f(z^-, n^-)$ соответственно. В этом случае функции плотности вероятности $\frac{dW(a/\bar{\sigma}, n^+, n^-)}{d(a/\bar{\sigma})}$ оказываются весьма близкими для различных пар (n^+, n^-). На рис. 6 приведено несколько кривых, соответствующих различным (n^+, n^-), из которых видно, что при таком выборе переменной можно с удовлетворительной точностью говорить о едином распределении и сопоставлять его с экспериментальными данными, пронормированными аналогичным образом.

4. Сравнение с экспериментом

Для анализа были отобраны те ядра, для которых было идентифицировано не менее девяти спинов, причем не менее трех приходилось на одно спиновое состояние. Обращалось внимание на то, чтобы в интервале энергии от нуля до энергии последнего отобранного для анализа уровня сумма приведенных нейтронных ширин неидентифицированных резонансов была достаточно мала и не могла заметно повлиять на величину $S(J)$. Данные для отобранных по такому принципу ядер собраны в таблице. Имея в виду, что различные авторы по-разному подходили к определению силовой функции, мы на основании параметров уровней, приведенных в оригинальных работах, заново определили S^+ и S^- единым образом для всех указанных ядер согласно выражению

$$S(J) = \frac{\sum_i \Gamma^0_{iJ}}{\Delta E} . \qquad (17)$$

Сумма приведенных нейтронных ширин включала Γ^0_{1J} всех уровней с данным спином, если за последним идентифицированным уровнем имелись еще слабые неидентифицированные резонансы, что свидетельствовало о достаточно хорошем разрешении и несущественном пропуске уровней. В противном случае последний уровень с известным спином не включался в рассмотрение. Графики нарастания числа уровней с энергией, построенные для всех ядер, показали, что в выбранном интервале ΔE заметного пропуска уровней нет. Кроме ширин резонансов с известными спинами, в $\Sigma\ \Gamma^0_{1J}$ были включены Γ^0 неидентифицированных по спинам уровней, причем сумма $\Sigma\ \Gamma^0_1$ для них делилась поровну для двух спиновых состояний, а число резонансов, отнесенных в каждую группу, бралось пропорциональным $2J+1$ в соответствии со статистической формулой плотности. Как отмечалось выше, вклад этих уровней был везде меньше 10–15% и только для ^{177}Hf и ^{239}Pu достигал 25%. Для ряда ядер наблюдался явный избыток слабых резонансов, с большой вероятностью являющихся p – волновыми (см., например, /3/). Они не влияют на величину силовой функции, но не должны входить в число уровней, по которому определяется дисперсия. Для их отсева мы использовали критерий, полученный на основании распределения Портера-Томаса (2), согласно которому число уровней с $\Gamma^0 < 0{,}02 < \Gamma^0 >$ составляет 11% от полного.

Энергетический интервал ΔE для обоих спиновых состояний данного ядра выбирался одинаковым, от нуля до энергии последнего резонанса, включенного в анализ. Нам представляется, что такой подход более целесообразен для определения силовых функций двух спиновых состояний, чем тот, когда ΔE выбирается как разность энергии последнего и первого резонансов данного спина.

Имея в виду, что резонансы обоих спинов измеряются в одном эксперименте и пропуски сильных уровней исключаются, сам факт отсутствия резонансов одного из спинов в области, близкой к нулю или к высокоэнергетичному краю ΔE, тоже является информацией, которой не следует пренебрегать.

Рассчитанные по формуле (17) силовые функции S^+ и S^- для двух спиновых состояний приведены в таблице. В ней также приведены данные о количестве уровней с известными спинами n_J^+ и n_J^- и полные количества уровней n^+ и n^- (включающие часть уровней с неидентифицированным спином), по которым рассчитывались среднеквадратичные отклонения σ^+ и σ^- согласно формуле (10) и соответствующие величины $\bar{\sigma}$. Экспериментальное значение величины a определялось как $(S^+-S^-)/\bar{S}$, где $\bar{S}$ принималось равным $(S^++S^-)/2$ и вводилось вместо неизвестного истинного значения $\langle S \rangle$ в выражение (15). Величина $a/\bar{\sigma}$ в экспериментальном распределении имеет при этом смысл разности силовых функций S^+-S^-, измеренной в единицах средней абсолютной ошибки, равной $\bar{\sigma}\,\bar{S}$.

На основании данных таблицы была построена гистограмма (рис.7), показывающая число ядер N, приходящихся на интервал $a/\bar{\sigma}$, равный 0,5. На этом же рисунке приведена кривая $dW(a/\bar{\sigma})/d(a/\bar{\sigma})$, нормированная на полное число ядер, которая характеризует вероятность случайных отклонений $a/\bar{\sigma}$ при равенстве истинных силовых функций $\langle S^+ \rangle = \langle S^- \rangle$. Видно, что значительного различия между гистограммой и кривой нет. Как показали оценки по критерию Пирсона (критерий χ^2), вероятность за счёт случайных отклонений получить величину χ^2, равную найденной в данном анализе или превышающую ее, составляет 60%. Таким образом, экспериментальные данные по всей совокупности ядер не противоречат гипотезе (13) о равенстве силовых функций для двух спиновых состояний. Однако отсутствие заметного общего эффекта для всех ядер отнюдь не означает, что среди рассмотренных ядер не может быть таких, для которых $\langle S^+ \rangle \neq \langle S^- \rangle$. В частности, Жульен /2/ обращал особое внимание на различие силовых функций ядер со спином 3/2 (^{75}As, ^{197}Au, Br), которое достигало фактора 2 при хорошей статистике по числу уровней. Мы провели оценки по критерию χ^2 отдельно для ядер со спином 3/2. Вероятность того, что наблюдаемое различие является случайным, получалась достаточно малой ($\approx$ 5%). При этом, однако, не следует забывать, что ядра со спином 3/2 были выделены только по признаку значительного различия в силовых функциях, поэтому естественным является уменьшение такой вероятности для этих ядер по сравнению с вычисленной для всех ядер.

Следующее замечание следует сделать в связи с тем, что различие в силовых функциях может иметь место не для всех ядер, а только в отдельных областях массовых чисел, в частности на участках, где силовая функция сильно меняется с изменением A. Такие особенности труднее заметить в рамках проводившегося анализа, тем более, что нет теоретических предсказаний о знаке и величине ожидаемого эффекта.

Недостаточная статистическая точность экспериментальных данных для многих ядер также может привести к тому, что при малой величине эффекта он будет "замазан" и не проявится.

Подводя итоги, можно сказать, что в настоящее время нет серьезных оснований для заключения о существенной и общей для широкого круга ядер зависимости силовой функции от спина. Требуется дальнейшее уточнение экспериментальных данных, а также теоретическое рассмотрение этого вопроса, которое указало бы направление для эксперимента.

В заключение считаем своим приятным долгом поблагодарить М.К.Гребенюка и П.Ш.Ковача за помощь в подготовке рукописи к печати.

Литература

1. J.Julien, G.Bianchi, C.Corge et al. Phys. Lett., 10, 86 (1964).
2. J.Julien. International Conf. on the Study of Nuclear Structure with Neutrons, Antwerpen, 1965.
3. Х.Малэцки, Л.Б.Пикельнер, И.М.Саламатин, Э.И.Шарапов. Препринт ОИЯИ, Р3-3956, Дубна, 1968.
4. Х.Малэцки, Л.Б.Пикельнер, И.М.Саламатин, Э.И.Шарапов. Препринт ОИЯИ, Р3-4152, Дубна, 1968.
5. J.Julien, C.Corge, V.D.Huynh et al. Phys. Lett., 3, 67 (1962).
6. C.Coceva, F.Corvi, P.Giacobbe and G.Carraro. Nucl. Phys., A117, 586 (1968).
7. G.Rohr and E.Eriedland. Nucl. Phys., A104, 1 (1967).
8. H.V.Muradyan, Yu.V.Adamchuk. Nucl. Phys., 68, 549 (1965).
9. D.D.Slavinskas, T.J.Kennett. Nucl. Phys, 85, 641 (1966).
10. E.P.Wigner. Proc. Gatlinburg Conference on Neutron Physics, ORNL Report No. 2309, 1956.
11. Ch.E.Porter. Nucl. Phys., 40, 167 (1963).
12. J.B.Garg, J.Rainwater, J.S.Petersen and W.W.Havens, Jr. Phys. Rev., 134, B985 (1963).
13. Ch. E.Porter, J. of Math. Phys., 4, 1039 (1963).
14. Г.Крамер. Математические методы статистики, ИЛ, Москва, 1948.
15. J.Morgenstern. Saclay, Rapport CEA, R. 3609 (1968).
16. F.W.Firk, J.E.Lynn and M.C.Moxon. Proc. Phys. Soc., 82, 477(1963).
17. R.E.Coté, L.M.Bollinger and G.D.Thomas. Phys. Rev., 134, B1047 (1964).
18. R.Alves, A.Bloch, J.Julien et al. Progress Report on Nucl. Data Research in the Euratom Community, EANDC (E)-89 "U" (1968).
19. J.Julien, Saclay, Rapport CEA, R. 3385 (1968).

20. J.B.Garg, W.W.Havens, Ir., and J.Rainwater. Phys. Rev., 136, B177 (1964).

21. М.И.Певзнер, Ю.В.Адамчук, Л.С.Данелян и др. ЖЭТФ, 44, 1187 (1963).

22. Kim Hi San, L.B.Pikelner, E.I.Sharapov and Kh.Sirazhet. Conf. on the Study of Nucl. Struct. with Neutrons, Antwerp., 1965.

23. C.Coceva, F.Corvi, P.Giacobbe and M.Stefanon. Phys. Lett., 16, 159 (1965).

24. L.M.Bollinger, R.E.Coté and H.E.Jackson. Congres International de Physique Nucleaire (Paris), vol. 2 (1964).

25. A.Michaudon, J.Blons, B.Cauvin et al. Progress Report on Nucl. Data Research in the Euratom Community, EANDC(E)-89 "u" (1968).

26. R.E.Van de Vijver and N.I.Puttenden. N.D.P. Progress Report to April 1968.

27. S.Wynchank, J.B.Garg, W.W.Havens et al., Phys. Rev., 166, 1234 (1968).

28. Э.Н.Каржавина, Нгуен Нгуен Фонг, А.Б.Попов. Препринт ОИЯИ, Р3-3882, Дубна, 1968.

29. Neutron Cross Sections, B.NL-325, 2-nd ed., Supplement 2, 1966.

30. H.Postoma, F.J.Shore and C.A.Reynolds. Physica, 30, 713(1964).

31. В.П.Алфименков, В.И.Лущиков, В.Г.Николенко и др. Препринт ОИЯИ, Р3-3208, Дубна, 1967.

32. Э.Н.Каржавина, А.Б.Попов, Ю.С.Язвицкий. ЯФ, 5, 471 (1967).

33. R.C.Block, R.W.Hockenburg and J.E.Russell. ORNL-3924, p.31(1965).

34. Asghar. Nucl. Phys., A98, 33 (1967).

Рукопись поступила в издательский отдел
14 мая 1969 года.

Таблица

№№ пп	Мишень	I^{π}	n_J^+	n^+	n_J^-	n^-	ΔE, эв	$S^+, 10^{-4}$	$S^-, 10^{-4}$	$\bar{\sigma}$	$\alpha/\bar{\sigma}$	Литература
I	2	3	4	5	6	7	8	9	I0	II	I2	I3
I.	V^{5I}	$7/2^-$	I5	I5	I2	I2	I45000	8,0	7,6	0,40	0,I3	7,I5,I6
2.	Mn^{55}	$5/2^-$	29	32	29	3I	203000	4,I	2,8	0,26	I,44	7,I5,I7
3.	Co^{59}	$7/2^-$	23	33	23	30	I05000	3,2	4,2	0,26	-I,04	I5
4.	Cu^{63}	$3/2^-$	I3	20	I6	2I	29000	I,7	3,I	0,32	-I,8	I8
5.	Cu^{65}	$3/2^-$	7	I0	7	9	25000	I,4	I,2	0,48	0,32	I8
6.	Ga^{69}	$3/2^-$	6	7	3	4	3500	I,2	I,0	0,70	0,26	4
7.	Ga^{7I}	$3/2^-$	5	5	4	4	3300	I,5	I,3	0,76	0,I8	4
8.	As^{75}	$3/2^-$	I5	20	I3	I6	3800	2,4	I,0	0,34	2,5	I9,20
9.	Se^{77}	$I/2^-$	I5	24	5	7	4000	I,I	I,5	0,45	-0,7	3
I0.	Br^{79+8I}	$3/2^-$	I6	27	I0	I7	I870	2,I	I,I	0,32	I,96	I9,20
II.	Mo^{95}	$5/2^+$	5	5	4	4	I000	0,68	0,I8	0,76	I,5	6,2I
I2.	Ru^{I0I}	$5/2^-$	5	6	4	5	I70	0,I8	0,37	0,66	-I,0	6,22
I3.	Pd^{I05}	$5/2^-$	9	9	4	4	I30	0,30	0,22	0,66	0,47	23,24
I4.	Xe^{I29}	$7/2^+$	3I	3I	8	8	4000	0,82	0,73	0,40	0,32	25
I5.	Xe^{I3I}	$7/2^+$	I2	I2	8	8	2600	0,79	0,44	0,48	I,I6	25

I	2	3	4	5	6	7	8	9	I0	II	I2	I3
I6.	Ba^{I35}	$3/2^{+}$	I0	I3	6	8	I200	I,3	0,5	0,47	I,9	26
I7.	Pr^{I4I}	$5/2^{+}$	I3	23	6	I3	4600	2,7	I,7	0,36	I,2	I5,27
I8.	Gd^{I55}	$3/2^{-}$	II	2I	7	I3	63	2,5	2,2	0,36	0,35	25,28
I9.	Gd^{I57}	$3/2^{-}$	I5	22	I0	I4	2I0	2,4	3,I	0,35	-0,73	25,28
20.	Tb^{I59}	$3/2^{+}$	8	I5	6	I0	II0	I,I	I,0	0,42	0,23	29,30
2I.	Ho^{I65}	$7/2^{-}$	I4	I8	II	I4	I70	2,0	I,9	0,36	0,I4	3I,32
22.	Tm^{I69}	$I/2^{+}$	42	50	I5	20	680	I,3	I,7	0,27	-I,0	I9,29
23.	Hf^{I77}	$7/2^{-}$	25	3I	2I	25	200	2,6	2,3	0,28	0,44	6,24,29
24.	W^{I83}	$I/2^{-}$	I6	22	4	7	360	2,2	2,3	0,44	-0,I	33
25.	Pt^{I95}	$I/2^{-}$	32	35	I0	I2	800	I,7	2,2	0,33	-0,78	I9
26.	Au^{I97}	$3/2^{+}$	30	37	I6	2I	980	2,3	I,2	0,28	2,3	I9
27.	Bi^{209}	$9/2^{-}$	5	6	6	7	70000	0,46	0,79	0,60	-0,9	I5
28.	Pu^{239}	$I/2^{+}$	I4	I7	4	6	66	I,5	2,0	0,50	-0,6	29,34

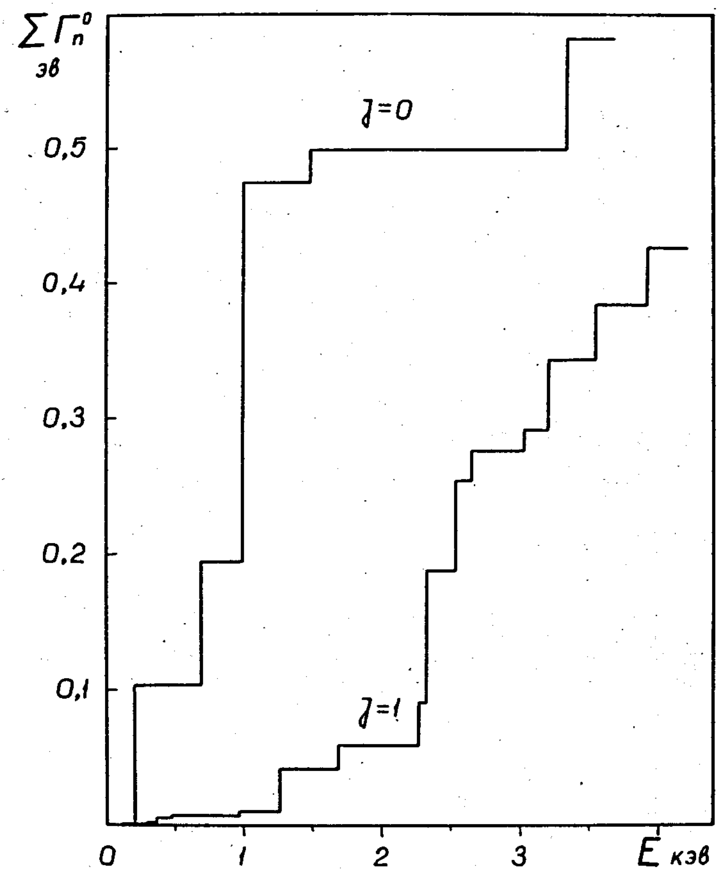

Рис. 1. Нарастающая сумма приведенных нейтронных ширин селена для резонансов с разными спинами.

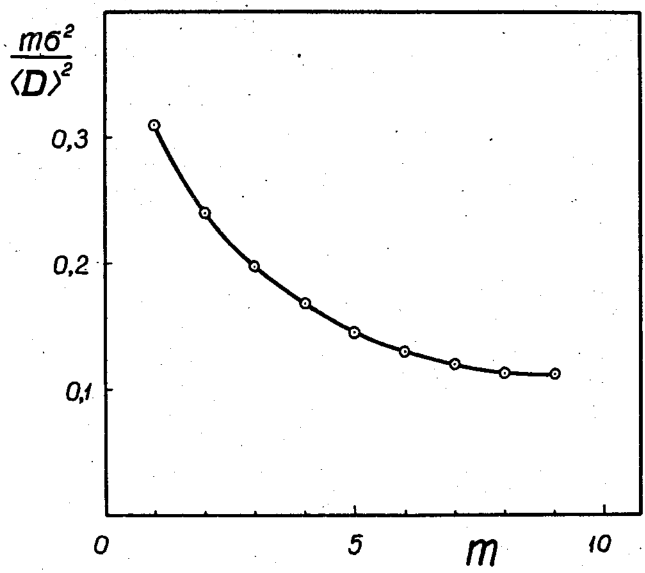

Рис. 2. Относительная дисперсия расстояний $\bar{D}$ (m) между уровнями, полученных как среднее по m соседним промежуткам.

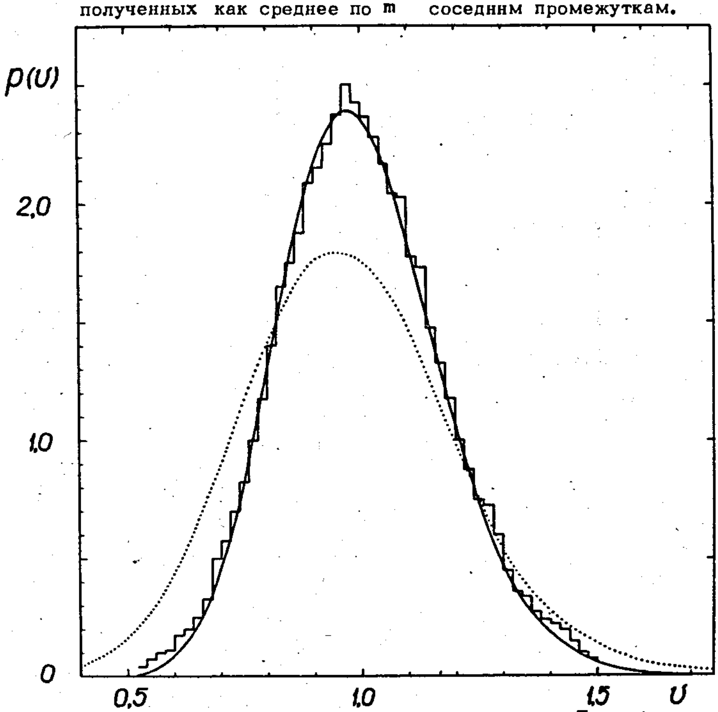

Рис. 3. Распределение относительной величины $v = \bar{D}(m) / \langle D \rangle$ для m = 5. Точками нанесено соответствующее распределение величины $D^*(m)/\langle D\rangle$, полученное в работе /9/.

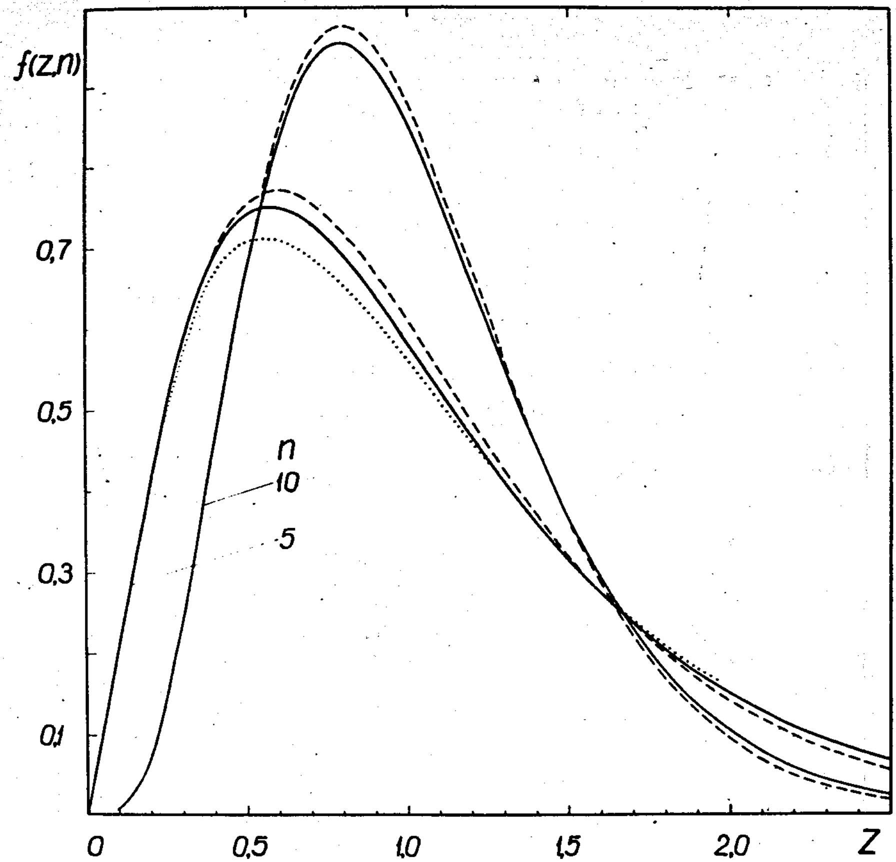

Рис. 4. Примеры распределений относительных значений силовых функций, полученных по 5 и 10 уровням. Сплошные кривые – расчёт по формуле (8); пунктирные кривые – соответствующие χ^2 – распределения, учитывающие только флюктуации нейтронных ширин; кривая, нанесенная точками, соответствует распределению из работы [9].

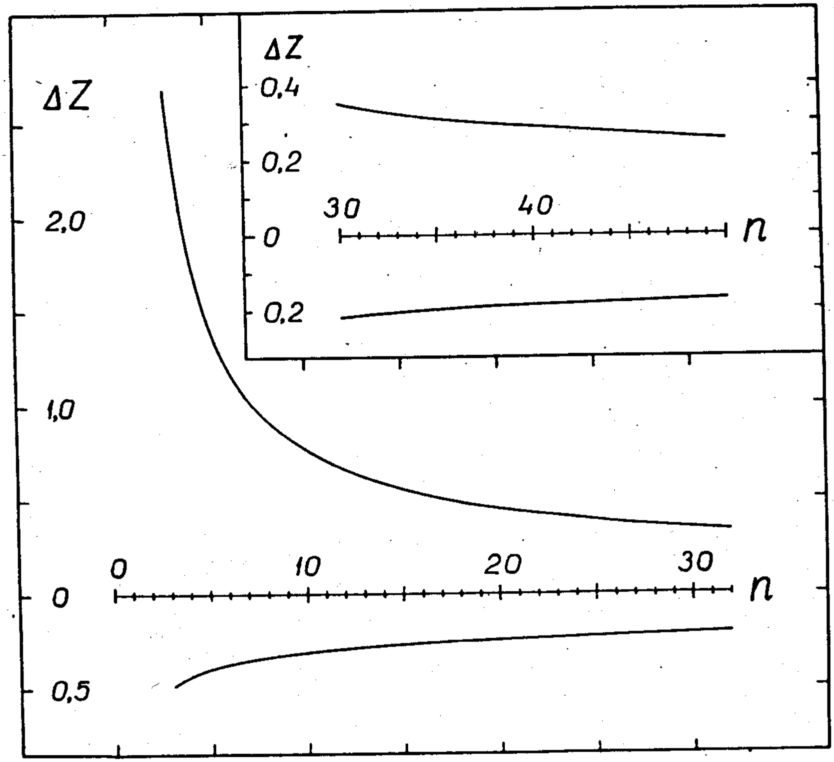

Рис. 5. Относительные ошибки силовых функций в зависимости от числа уровней n (m = n − 1).

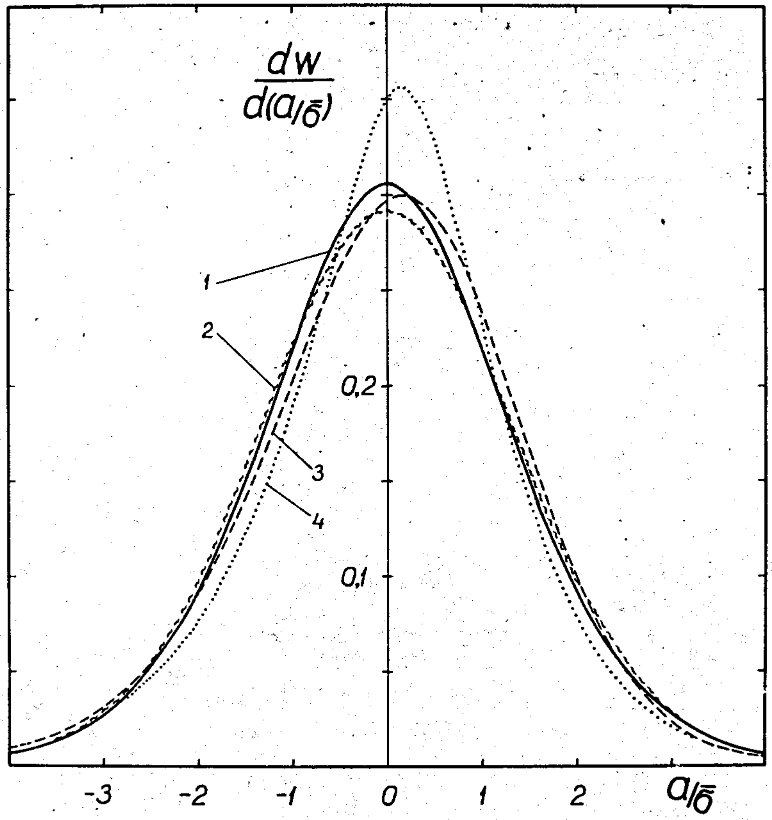

Рис. 6. Распределения значений величины $a/\bar{\sigma} = (S^+ - S^-)\,/\,\bar{\sigma}\,\bar{S}$. Кривые 1,2,3,4 вычислены для наборов (n^+, n^-), равных (12,12); (30,30); (20,12); (6,4) соответственно.

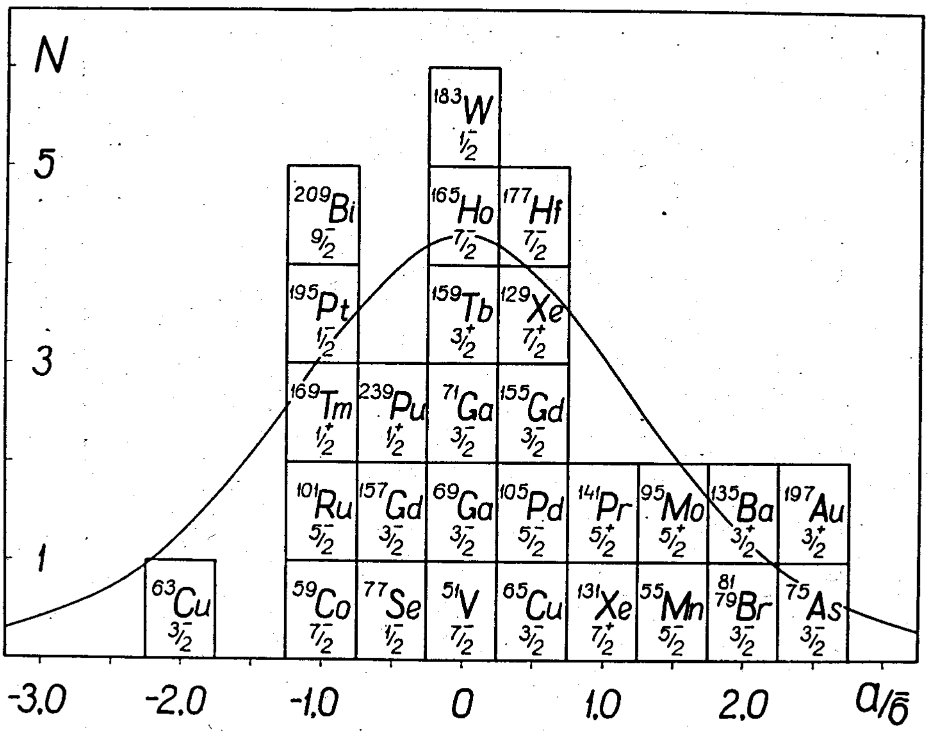

Рис. 7. Гистограмма разностей силовых функций для двух спиновых состояний, выраженных в единицах средней абсолютной ошибки. Плавная кривая – соответствующее теоретическое распределение.