ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

P2 - 9906

А.В.Ефремов, А.В.Радюшкин

РАЗЛОЖЕНИЯ НА СВЕТОВОМ КОНУСЕ И ПАРТОННАЯ МОДЕЛЬ

7

1976

P2 - 9906

А.В.Ефремов, А.В.Радюшкин

РАЗЛОЖЕНИЯ НА СВЕТОВОМ КОНУСЕ И ПАРТОННАЯ МОДЕЛЬ

Направлено в "Physics Letters"

В недавней работе [1] мы установили, исходя из анализа асимптотик диаграмм Фейнмана, что ренормируемая квантовая теория поля /РКТП/ с малым значением инвариантного заряда при больших виртуальных импульсах приводит к модифицированному партонному описанию, которое принимает во внимание взаимодействие партонов. Оказывается, модифицированная /и, следовательно, обычная/ партонная модель тесно связана с вильсоновскими операторными разложениями [2]. Подобная идея была также высказана Джорджи и Политцером [3]. В данной работе мы исследуем эту связь в "стандартной" кварковой модели грубоконеупругого ep-рассеяния [4].

Структурные функции определим следующим образом:

$$W_{\mu\nu}(P,q) = \frac{1}{8\pi} \sum_{\sigma} \int d^4X\, e^{iqX} \langle \vec{P},\sigma | J_{\mu}(X) J_{\nu}(0) | \vec{P},\sigma \rangle, \qquad /1/$$

где P, q - 4-импульсы мишени и виртуального фотона соответственно. Разложение на световом конусе имеет вид

$$A(X)\,B(0) = \sum_{n,i} C_i(X^2, \mu^2, n)\, O^{(i)}_{\mu_1 \ldots \mu_n} X^{\mu_1} \ldots X^{\mu_n}. \qquad /2/$$

Сингулярности произведения $A(X)\,B(0)$ сосредоточены в функциях $C(X^2, \mu^2, n)$, а $O^{i}_{\mu_1 \ldots \mu_n}$ являются операторами типа

$$O^{(i)}_{\mu_1 \ldots \mu_n}(X, \mu^2) \sim \bar{\psi}_a(X)\, \gamma_{\mu_1} D_{\mu_2} \ldots D_{\mu_n} \lambda^{i}_{ab}\, \psi_b(X). \qquad /3/$$

Сингулярности функций C в общем случае отличны от канонических, поэтому необходимо ввести масштабный параметр μ с размерностью массы, служащий границей между "большими" и "малыми" расстояниями. Разумно подчинить μ условию $\mu \gg m_{hadr}$, но внутри этой области выбор конкретного значения μ произволен. То, что выражение $A(X)\,B(0)$ не зависит от μ, приводит к тому, что $O^{(i)}_{\mu_1\ldots\mu_n}$ зависят от μ : μ^2 является параметром ренормировки этих операторов. Это легко понять, если заметить, что в лагранжиане нет членов, имеющих структуру операторов $O^{(i)}_{\mu_1\ldots\mu_n}$, т.е. расходимости $\langle\vec{P}\,|\,O^i\,|\,\vec{P}\rangle$ в теории возмущений не могут быть устранены применением обычной R-операции [5]: необходимо дополнить ее рецептом ренормировки операторов $O^{(i)}_{\mu_1\ldots\mu_n}$, характеризующимся параметром μ.

В стандартной калибровочной теории взаимодействия кварков имеется 3 типа членов в правой части разложения Вильсона: [4]

$$C^{V}(X^2,\mu^2,n)\,S\{\mathrm{Tr}\,F_{\mu_1\alpha}D_{\mu_2}\ldots D_{\mu_{n-1}}F^{\alpha}_{\mu_n}\},$$

$$C^{F,0}(X^2,\mu^2,n)\,S\{\bar{\psi}_a\gamma_{\mu_1}D_{\mu_2}\ldots D_{\mu_n}\psi_a\}, \qquad /4/$$

$$C^{F,i}(X^2,\mu^2,n)\,S\{\bar{\psi}_a\gamma_{\mu_1}D_{\mu_2}\ldots D_{\mu_n}\frac{\lambda^i_{ab}}{2}\psi_b\},$$

где S означает симметризацию и вычитание сверток. Удобно ввести следующие функции:

$$\Sigma\, C^{F,i}(X^2,\mu^2,n)\frac{\lambda^i_{ab}}{2} = (-\langle Q^2\rangle + Q^2_a)\,\delta_{ab}\,E\,(X^2,\mu^2,n),$$

$$C^{F,0}(X^2,\mu^2,n) = \langle Q^2\rangle\,E_q(X^2,\mu^2,n), \qquad /5/$$

$$C^{V}(X^2,\mu^2,n) = \langle Q^2\rangle\,E\,(X^2,\mu^2,n),$$

где Q_a - электрический заряд кварка a, а $\langle Q^2\rangle = \frac{1}{n}\sum_{a=1}^{na} Q^2$.

Определяя фурье-образы функций $E(X^2,\mu^2,n)$, как обычно [4], можно получить выражение для моментов структурных функций [6]:

$$\tilde{W}_1(n,q^2) = \int_1^{\infty}\frac{d\omega}{\omega^{n+1}}W_1(\omega,q^2) = \tilde{W}^S_1(n,q^2) + \tilde{W}^{NS}_1(n,q^2),$$

$$\tilde{W}^S_1(n,q^2) = \langle Q^2\rangle\,\{\tilde{f}^g(n,\mu^2)E_g(q^2/\mu^2,n) + \tilde{f}^q(n,\mu^2)\,E_q(q^2/\mu^2,n)\},$$

$$W^{NS}_1(n,q^2) = \sum_{p=a,\bar{a}}(Q_p^2 - \langle Q^2\rangle)\,\tilde{f}^p(n,\mu^2), \qquad /6/$$

где $\tilde{f}^q = \sum_a(f^a + f^{\bar{a}})$, а функции $\tilde{f}^{\bar{a}}$, $\tilde{f}^a$ связаны с матричными элементами следующих операторов:

$$\frac{i^{n-1}}{4}\sum_{\sigma}\langle\vec{P},\sigma|\,S\{\bar{\psi}_a\Lambda_{+(-)}\gamma_{\mu_1}D_{\mu_2}\ldots D_{\mu_n}\Lambda_{+(-)}\psi_a\}|\vec{P},\sigma\rangle =$$

$$= (\pm 1)^n P_{\mu_1}\ldots P_{\mu_n}\,\tilde{f}^{a(\bar{a})}(n,\mu^2), \qquad /7/$$

$$\frac{i^n}{4}\sum_{\sigma}\langle\vec{P},\sigma|\,S\{\mathrm{Tr}\,F_{\mu_1\alpha}D_{\mu_2}\ldots D_{\mu_{n-1}}F^{\alpha}_{\mu_n}\} = P_{\mu_1}\ldots P_{\mu_n}\tilde{f}^g(n,\mu^2),$$

где Λ_+ и Λ_- - проекционные операторы для кварка и антикварка соответственно.

Выражение в правой части равенства /6/ имеет особенности по n только слева от прямой $\mathrm{Re}\,n = n_0$ при достаточно большом положительном значении величины n_0, следовательно,

$$W_1(\omega,q^2) = \frac{1}{2\pi i}\int_{n_0-i\omega}^{n_0+i\omega}\tilde{W}_1(n,q^2)\,\omega^n\,dn. \qquad /8/$$

Введем функции распределения партонов

$$f^p(x,\mu^2) = \frac{1}{2\pi i}\int_{n_0-i\omega}^{n_0+i\omega}\tilde{f}^p(n,\mu^2)\,x^{-n}\,dn, \qquad /9/$$

где $p = a,\bar{a},g$, а $f^g(x,\mu^2)$ является функцией распределения глюонов. Отсутствие особенностей справа от контура интегрирования приводит к тому, что $f^p(x,\mu^2)=1$ при $x \geq 1$.

Обратное преобразование Меллина дает формулу

$$\tilde f^p(n,\mu) = \int_0^1 \frac{dx}{x}\, x^n f(x,\mu^2)\,, \qquad /10/$$

с помощью которой равенство /8/ можно записать в виде[1]

$$W_1(\omega,q^2) = \int_{1/\omega}^{1} \frac{dx}{x}\,\{E_0(q^2/\mu^2,\omega x)\sum_{p=a,\bar a}(Q_p^2-\langle Q^2\rangle) f^p(x,\mu^2) + \qquad /11/$$

$$+E_q(q^2/\mu^2,\omega x)\sum_{p=a,\bar a}\langle Q^2\rangle f^p(x,\mu^2) + E_g(q^2/\mu^2,\omega x)\langle Q^2\rangle f^g(x,\mu^2).$$

Из равенства /11/ следует, что функции $f^p(x,\mu^2)$ играют ту же роль, что и функции распределения партонов: $f^p(x,\mu^2)$ описывает отщепление партона с 4-импульсом xP от нуклона с 4-импульсом P, а функции $E(q^2/\mu^2,\omega x)$ описывают взаимодействие между партоном и виртуальным фотоном. Функции $f^p(x,\mu^2)$ удовлетворяют условиям нормировки вследствие сохранения некоторых операторов. Оператор $S\{i\bar\psi\gamma_{\mu_1}D_{\mu_2}\psi - \mathrm{Tr}\,F_{\mu_1\alpha}F^{\alpha}_{\mu_2}\}$ является тензором энергии-импульса, следовательно,

$$\sum_{p=a,\bar a,g}\tilde f^p(2,\mu^2)=1 \quad \text{или} \quad \int_0^1 x\,dx\{f^g(x,\mu^2)+\sum_a(f^a(x,\mu^2)+ \qquad /12/$$

$$+f^{\bar a}(x,\mu^2))\}=1.$$

Оператор $\bar\psi_a\gamma_\mu\psi_b$ является оператором векторного тока, и его сохранение приводит к правилу сумм

$$\int_0^1 dx\sum_a\{f^a(x,\mu^2)-f^{\bar a}(x,\mu^2)\}c_a=c_N\,, \qquad /13/$$

где c_a - сохраняющееся квантовое число партона a /электрический заряд, странность, 3-я компонента изоспина/, а c_N-нуклона.

Функции $E(q^2/\mu^2,n)$ могут быть вычислены в теории возмущений, когда инвариантный заряд $\bar g^2(q^2)$ мал на малых расстояниях, т.е. при $-q^2 \geq \mu^2$. Наиболее эффективно при этом использование методов ренормализационной

группы /РГ/[4,6]. Уравнения РГ следуют из того, что $\tilde W(n,q^2)$ не зависит ни от μ, ни от параметра λ ренормировки обычной R-операции. Уравнения упрощаются, если положить λ и μ^2 равными. Производная $dW/d(\ln\mu)$ равна нулю, отсюда следуют уравнения РГ[4,6]. Априори ничего нельзя сказать о величине $E(q^2/\mu^2, n, g(\mu^2))$ при $q^2=-\mu^2$, поэтому предпочтительнее использовать μ-схему ренормировки[8], т.е. нормировать $E_q(q^2/\mu^2,n,0)=1$.

Таким образом, в ренормируемой теории с асимптотически слабым взаимодействием $/\bar g^2(q^2) \ll 1$ при $-q^2 \gg m^2_{hadr}$ / можно использовать модифицированную партонную модель: в ней имеются функции распределения партонов, аккумулирующие вклад больших расстояний, а вклад малых расстояний может быть вычислен по теории возмущений. Необходимо подчеркнуть, что нет никакой необходимости рассматривать распределения по поперечному импульсу k_T. Если же использовать язык поперечных импульсов, то из теории возмущений вытекает, что при больших k_T распределения имеют вид $F(x,k_T) \sim \frac{\bar g(k_T^2)}{k_T^2}$ и интеграл $\int F(x,k_T)\,d^2k_T$ расходится[9]. Это означает, что требуется некоторая осторожность.

В рассматриваемом подходе поведение $F(x,k_T) \sim \frac{\bar g^2(k_T^2)}{k_T^2}$ приводит к появлению логарифмических поправок к теории свободных кварков. Появление партонов с большими k_T обусловлено взаимодействием партонов и подавлено вследствие этого фактором $\bar g^2(k_T^2)$. Это приводит к существованию довольно широкого интервала

$$-q^2 \gg m^2_{hadr}\,, \quad \bar g^2(q^2)\ln(-q^2/\mu^2) \ll 1, \qquad /15/$$

в котором обычная партонная модель хорошо работает, а также к тому, что поправки к скейлингу могут быть вычислены по теории возмущений в виде ряда по $\bar g^2(\mu^2)\ln(-q^2/\mu^2)$, который суммируется с помощью уравнений РГ.

Суммируем вышесказанное: партонные функции распределения 1/, действительно, существуют в РКТП, 2/ они не зависят от поперечного импульса k_T, но 3/ зависят от параметра ренормировки μ^2, 4/ они непосредственно связаны с матричными элементами операторов разложения на световом конусе и 5/ они подчиняются правилам сумм Фейнмана при любых μ^2 вследствие сохранения соответствующих операторов.

Мы признательны А.М.Балдину, Л.Н.Липатову, Д.В.Ширкову, Д.Стаменову, А.Н.Тавхелидзе и А.А.Владимирову за интерес к данной работе, плодотворные обсуждения и ценные замечания.

Литература

1. *А.В.Ефремов, А.В.Радюшкин. Препринт ОИЯИ, Р2-9821, Дубна, 1976.*
2. K.Wilson. Phys.Rev., 179, 1499 /1969/.
3. H.Georgi, H.D.Politzer. Phys.Rev.Lett., 36, 1281 /1976/.
4. H.Georgi, H.D.Politzer. Phys.Rev., D9, 416 /1974/.
   D.J.Gross, F.Wilczek. Phys.Rev., D9, 980 /1974/.
5. *Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков. Введение в теорию квантованных полей. Наука, М., 1973.*
6. N.Christ, B.Hasslacher, A.H.Müller. Phys.Rev., D6, 3543 /1972/.
7. *Р.П.Фейнман. Взаимодействие фотонов с адронами. Мир, М., 1975.*
8. *А.А.Владимиров. ТМФ, 25, 335 /1975/.*
9. *Л.Н.Липатов. ЯФ, 20, 181 /1974/.*

Рукопись поступила в издательский отдел
25 июня 1976 года.

Условия обмена

Препринты и сообщения ОИЯИ рассылаются бесплатно, на основе взаимного обмена, университетам, институтам, лабораториям, библиотекам и научным группам более 50 стран.

Помимо регулярной рассылки в порядке обмена, издательский отдел ежегодно выполняет около 4000 отдельных запросов на высылку препринтов и сообщений ОИЯИ. В таких запросах следует обязательно указывать индекс запрашиваемого издания.

Адреса

Письма по всем вопросам обмена публикациями, а также запросы на отдельные издания следует направлять по адресу:

101000 Москва,
Главный почтамт, п/я 79,
Издательский отдел
Объединенного института
ядерных исследований.

Адрес для посылки всех публикаций в порядке обмена, а также для бесплатной подписки на научные журналы:

101000 Москва,
Главный почтамт, п/я 79.
Научно-техническая библиотека
Объединенного института
ядерных исследований.