СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P2-99-86

Н.Г.Фадеев

ОЦЕНКА ВРЕМЕНИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СТАЛКИВАЮЩИХСЯ ЧАСТИЦ

1999

Фадеев Н.Г. Р2-99-86

Оценка времени взаимодействия сталкивающихся частиц

На основе геометрических образов инвариантности интервала в евклидовом пространстве и пространстве скоростей Лобачевского получено путем интегрирования интервала выражение для времени взаимодействия сталкивающихся частиц.

С применением принципа автомодельности, позволяющего определить неизвестную скорость, вычислены оценки взаимодействия налетающей частицы в упругих *pp*-, μ *p*- и неупругих μ*p*-реакциях в диапазоне энергий от 5 до 1000 ГэВ. Для фиксированного угла рассеяния результаты обнаруживают рост длительности взаимодействия с увеличением энергии.

Показано, что релятивистскую формулу сложения скоростей можно получить на основе функции Лобачевского, как предел соответствующего отношения *dx/dt*, без привлечения интервала, а преобразование Лоренца есть решение системы двух уравнений: уравнения для инвариантности интервала и уравнения для относительной скорости.

Новый подход к выводу известных фундаментальных соотношений обнаруживает новый способ аналитического отображения свойств пространства-времени с помощью функции Лобачевского

Работа выполнена в Лаборатории физики частиц ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1999

Перевод авторов

Fadeev N.G. P2-99-86

Estimation of the Interaction Time of the Particle Scattering Processes

The interaction time expressions for particle scattering processes have been obtained on the base of the established geometrical identity between space-time interval and Lobachevsky velocity space.

To get numerical estimation for the particle interaction time, the automodelity (scale invariance) principle was applied to define corresponding unknown functions. The results for the elastic *pp* and μ*p* and inelastic μ*p* reactions at the beam energies of 5–1000 GeV are presented. For fixed scattering angle the results reveal the obvious interaction time increase with increasing beam energy.

Also it has been shown that the relative velocity's formula was founded by using the Lobachevsky function only, and Lorentz transformation was achieved as the solution of the system of two equations: for the interval invariance and for the relative velocity.

The new way to get well-known fundamental values makes evident the new ability of analytical expression of the space-time properties with the Lobachevsky function.

The investigation has been performed at the Laboratory of Particle Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 1999

1. ВВЕДЕНИЕ

Уже в первых работах, посвященных изложению принципа относительности и выдвинутых им проблем, содержались указания на то, что геометрия Лобачевского может оказаться весьма полезной [1]. К настоящему времени в результате изучения новой геометрии выяснилось, что абстрактные положения и выводы неевклидовой теории параллельных оказались достаточно наглядными и удобными, чтобы все чаще служить «рабочим инструментом в руках физиков, изучающих микромир» [2]. Практическое применение пространства скоростей Лобачевского в анализе ядерных реакций «приводит к более глубокому проникновению в теорию относительности, наделяет теорию относительности сильными и зачастую неизвестными ей самой по себе методами, устанавливает тесную связь теории относительности с многовековой историей теории параллельных и т.п.» [2].

Однако глубинная причина, главная связь, обеспечивающая близость специальной теории относительности Эйнштейна и теории параллельных Лобачевского, остается скрытой и неуловимой. А между тем, как представляется, истина лежит, что называется, на поверхности.

Действительно, основным стержнем неевклидовой теории параллельных является функция Лобачевского $\theta = \Pi(x)$. Она устанавливает определенную зависимость между угловыми и линейными величинами и именно она обуславливает специфический характер всей геометрии Лобачевского.

Оказывается, что функция $\theta = \Pi(x)$ содержится и в определении инвариантности интервала. В свою очередь, понятие интервала и его инвариантности имеют фундаментальное значение не только для специальной теории относительности Эйнштейна, но и для всей теоретической физики в целом.

Именно функция Лобачевского является тем связующим звеном, которое обеспечивает единство и плодотворность двух теоретических подходов.

Основное содержание работы посвящено установлению связи инвариантности интервала с пространством скоростей Лобачевского и рассмотрению некоторых практических следствий обнаруженной связи, в частности: а) выводу формулы для длительности времени взаимодействия сталкивающихся частиц на основе интегрирования интервала и б) выводу формулы для относительной скорости обычным способом, как предела соответствующего отношения dx/dt.

Оказалось, что формула релятивистского сложения скоростей может быть получена на основе функции Лобачевского обычным способом в рамках классической физики без привлечения интервала, а преобразование Лоренца в этом случае непосредственно следует как решение системы двух уравнений: уравнения для инвариантности интервала и уравнения для оносительной скорости.

Известно, что закон сложения скоростей А. Эйнштейн и А. Пуанкаре независимо получили в 1905 г. из преобразований Лоренца. Современное физическое содержание преобразованиям Лоренца А. Эйнштейн придал, выв их заново из инвариантности интервала. Формально говоря, на основе логических рассуждений им было найдено решение для одного уравнения с двумя неизвестными, что в общем случае невозможно, а в данном случае, несомненно, свидетельствует о глубокой физической интуиции исследователя.

Новый вывод и другая последовательность в получении известных фундаментальных соотношений свидетельствуют о выявлении нового, скорее альтернативного, аналитического отображения свойств пространственно-временного мира с помощью функции Лобачевского. В частности, новый подход указывает на отсутствие абсолютной направленности оси времени по отношению к пространству, как это принято до сих пор, несмотря на признание необходимости отрицания постулата абсолютного времени Ньютона.

Численные оценки длительности времени взаимодействия сталкивающихся частиц можно получить по найденной формуле, используя гипотезу автомодельности [3—4]. В [4] показана конкретная и достаточно общая возможность представления гипотезы масштабной инвариантности (автомодельности) в образах пространства скоростей, позволяющая вычислить среднюю скорость частицы в процессе рассеяния. Эта скорость необходима для численных оценок времени взаимодействия.

2. СВЯЗЬ ИНТЕРВАЛА С ПРОСТРАНСТВОМ СКОРОСТЕЙ ЛОБАЧЕВСКОГО В СЛУЧАЕ СВОБОДНОЙ ЧАСТИЦЫ

Для системы координат, движущейся вдоль оси x некоторой неподвижной системы отсчета, инвариантность интервала

$$\Delta s^2 = \Delta s'^2, \tag{1}$$

$$\Delta s^2 = (c\Delta t)^2 - \Delta x^2, \tag{1.1}$$

$$\Delta s'^2 = (c\Delta\tau)^2, \tag{1.2}$$

$$(c\Delta t)^2 - \Delta x^2 = (c\Delta\tau)^2 \tag{1.3}$$

выражает собственное время $\Delta\tau$ начала координат движущейся системы через время Δt системы отсчета, относительно которой рассматривается движение [5] (c — скорость света). Под движущейся системой координат обычно понимают систему, связанную с некоторой движущейся частицей, т.е. систему покоя частицы ($\Delta x' = 0$, x' — координата в движущейся системе), а инвариантность интервала записывают в виде

$$(cdt)^2 - (v\,dt)^2 = (cd\tau)^2, \quad v = dx/dt, \tag{1.4}$$

$$dt\sqrt{1-\beta^2} = d\tau, \quad \beta = v/c, \tag{1.5}$$

где v — скорость частицы в неподвижной системе. Из (1.4) непосредственно следует, что рассматриваемый интервал вещественный или времениподобный ($cd\tau > 0$), если $\beta < 1$. Переход в (1.4—1.5) к бесконечно малым событиям обеспечивает инвариантность интервала для случая произвольного движения.

Следует отметить, что инвариантность интервала, выраженная в форме (1.4), не содержит в явном виде координат и указывает на эквивалентность замены четверки чисел ($\bar{r}$, t), характеризующих событие, на четверку чисел ($\bar{v}$, t), относящихся к тому же событию. Уже это обстоятельство указывает на связь интервала с пространством, каждая точка которого есть скорость.

Обратим внимание еще на то, что соотношения (1.3) и (1.4) можно рассматривать как теорему Пифагора для прямоугольного треугольника с гипотенузой $c\Delta t$ и катетами $\Delta x = v\Delta t$ и $c\Delta\tau$ (рис.1*а*). Острый угол θ_L между катетом $v\Delta t$ и гипотенузой, очевидно, равен

$$\cos\theta_L = v\Delta t / c\Delta t = \beta = \operatorname{th}\rho, \tag{2}$$

где ρ — быстрота (в единицах c), соответствующая скорости β. Отсюда немедленно получаем выражения

$$\sin\theta_L = c\Delta\tau / c\Delta t = \sqrt{1-\beta^2} = 1/\operatorname{ch}\rho, \tag{2.1}$$

$$\operatorname{tg}\frac{\theta_L}{2} = \frac{1-\cos\theta_L}{\sin\theta_L} = e^{-\rho} \tag{2.2}$$

и выражение для основной формулы Лобачевского [2,6]:

$$\theta_L = 2\operatorname{arctg} e^{-\rho} \equiv \Pi(\rho). \tag{3}$$

Угол θ_L называется углом параллельности, и, следуя Лобачевскому, обозначают $\Pi(\rho/k)$ (в (3) $k = c = 1$). Таким образом, инвариантность интервала (1), представленная в виде прямоугольного треугольника в обычном (евклидовом) пространстве, немедленно обнаруживает в своем определении функцию Лобачевского.

Важно отметить, как это следует из (2) и (3), что для любой скорости β существует определенный угол $\theta_L = \Pi(\rho)$, под которым направлен световой луч $c\Delta t$, исходящий из любой точки прямой, вдоль которой движется частица, и принятой за начало отсчета. Поскольку плоскость светового луча не фиксирована, то для рассматриваемого интервала равноправны любые треугольники, гипотенузы которых лежат на поверхности светового конуса, образованного вращением луча вокруг направления движения частицы (вокруг оси x).

Геометрический образ инвариантности интервала в евклидовом пространстве представляется полезным для ясного выражения различия в определении собственного времени $d\tau$ и времени dt в неподвижной системе: cdt есть световой луч в покоящейся системе, образующий гипотенузу треугольника, а $cd\tau$ — световой луч в движущейся системе, образующий катет того же треугольника на рис.1*а*. Следовательно, время в движущейся системе всегда меньше времени в системе покоя.

В пространстве скоростей Лобачевского интервалу (1.4) соответствует прямоугольный треугольник, изображенный на рис.1*б*, с углом параллельности $\theta_L = \Pi(\rho)$. Сторонами этого треугольника являются быстроты, соответствующие тем скоростям, которые образуют стороны треугольника на рис.1*а*. Поскольку быстрота для скорости света бесконечна, то соответствующие этой скорости длины сторон треугольника бесконечны и параллельны — угол между ними равен нулю.

Обычно последовательное изложение геометрии Лобачевского начинается с уточнения понятия параллельности и введения определения угла параллельности (например, см. [2,6]), т.е. с изложения непривычных свойств прямоугольного треугольника, изображенного на рис.1*б*. Однако ни в начале, ни при дальнейшем изложении учения Лобачевского и его приложений не отмечается, что этот треугольник имеет непосредственное отношение к инвариантности интервала и является его геометрическим образом в неевклидовом пространстве. Поэтому можно заключить, что, отказываясь от пятого постулата, вводя угол параллельности и создавая свою непротиворечивую геометрию, Лобачевский предвосхитил современную теорию, основанную на постоянстве скорости света и инвариантности интервала.

Для дальнейшего изложения важно отметить работу Н.А. Черникова [7], в которой он в 1964 г. дал геометрическое истолкование применительно к пространству Лобачевского связи энергии (массы движения m_{oa}) и импульса p_{oa} частицы с положительной массой покоя m (обозначения сохранены из [7], но положено $c = 1$):

$$m_{oa}^2 - p_{oa}^2 = m^2 \tag{4}$$

и показал, что дуги орициклов m, m_{oa}, p_{oa} составляют на орисфере прямоугольный треугольник, подобный изображенному на рис.1*а*.

Обоснованием этого является то, что в стереометрии Лобачевского содержится также и планиметрия Евклида, которая реализуется на поверхности, называемой орисферой [2]. Для дальнейшего важно то обстоятельство, что орисфера не является плоскостью в пространстве Лобачевского, но геометрия на этой поверхности евклидова. Поэтому соотношение (4) выражается на орисфере прямоугольным треугольником с углом параллельности (3).

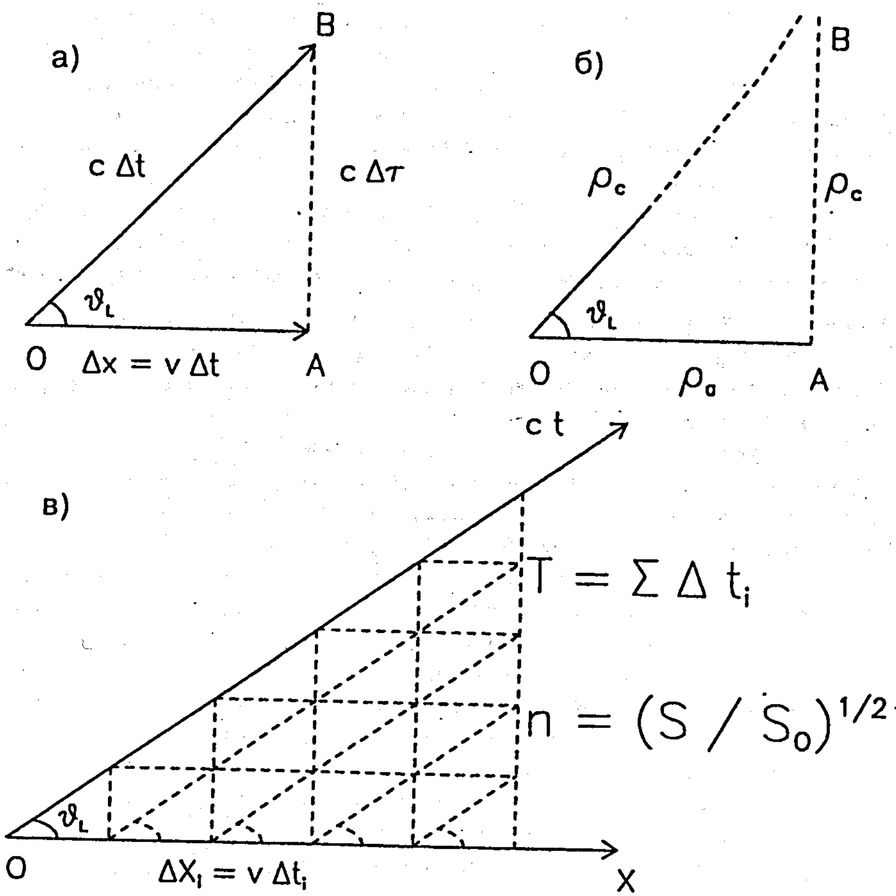


Рис.1. Геометрические образы инвариантности интервала для свободного движения частицы: *а)* — в евклидовом пространстве, *б)* — в пространстве Лобачевского, *в)* — конечный интервал в евклидовом пространстве как сумма малых интервалов с фиксированной длительностью собственного времени

Очевидно, что евклидовы геометрические образы, выражающие импульсно-энергетическую связь с массой (4) и инвриантность интервала (1.4), различаются лишь в единицах измерения. Надлежащим выбором единиц измерения можно из треугольника на орисфере, соответствующего импульсно-энергетической связи, получить подобный ему треугольник (опять же на орисфере, т.е. в пространстве Лобачевского), соответствующий инвариантности интервала.

Для этого положим, что масса частицы, с которой связана подвижная система координат, известна т.е., известен импульс частицы p в неподвижной системе. Тогда длины сторон треугольника на рис.1*а*, соответствующие некоторому моменту времени t, можно измерить в единицах $\lambda = h/p$ (волн де-Бройля, h — постоянная Планка):

$$v\Delta t = n_v\lambda, \quad c\Delta t = n_c\lambda, \quad c\Delta\tau = n_\tau\lambda, \tag{5}$$

где n_v, n_c, n_τ — волновые числа, необязательно целые, характеризующие в момент времени t длины сторон в выбранном масштабе λ. Учитывая инвариантность интервала (1.3) и определение угла параллельности (2) нетрудно получить связь между числами n_v, n_c, n_τ:

$$n_c^2 - n_v^2 = n_\tau^2, \quad n_c = n_\tau \operatorname{ch}\rho, \quad n_v = n_\tau \operatorname{sh}\rho, \tag{6}$$

аналогичную импульсно-энергетической связи:

$$E^2 - p^2 = m^2, \quad E = m \operatorname{ch}\rho, \quad p = m \operatorname{sh}\rho. \tag{6.1}$$

Следовательно, из треугольника на орисфере, стороны которого измерены в единицах массы покоя (6.1), умножением всех длин его сторон на число $n_v h/p^2$, можно получить подобный ему треугольник, длины сторон которого (6) в единицах λ будут соответствовать интервалу (1.3).

Главное различие между числами n_v, n_c, n_τ и E, p, m состоит в том, что в выбранных системах отсчета при постоянной скорости частицы β числа n_v, n_c, n_τ, как следует из (5), зависят от выбранного момента t (или τ, т.к. t и τ связаны соотношением (1.5)), тогда как E, p, m в данном случае — не зависят.

Геометрическая интерпретация инвариантности интервала в евклидовом и неевклидовом пространстве оказывается также полезной и при переходе от бесконечно малых к конечным интервалам при интегрировании выражения (1.5). Соответствующие инвариантности интервала геометрические фигуры подводят к основной мысли о том, что если каким-то образом зафиксировать длину малого интервала $c\Delta\tau = n_\tau\lambda = \text{const}$ (т.е. выбрать $n_\tau = \text{const}$, поскольку

λ — известна), то для некоторого конечного интервала конечное собственное время $\Delta T'$ и конечное время наблюдения ΔT за свободно движущейся (равномерно и прямолинейно) частицей можно представить в виде

$$\Delta T' = \sum \Delta\tau = n_s \Delta\tau, \tag{7}$$

$$\Delta T = \sum \Delta t = n_s \Delta t, \tag{7.1}$$

т.е. в виде произведения конечного числа сдвигов n_s начала координат неподвижной системы по направлению движения (вдоль оси x) на длительность времени $\Delta\tau$ или Δt, соответствующих фиксированному значению малого интервала (см рис.1*в*). Другими словами, все время наблюдения ΔT за движущейся частицей из одной неподвижной системы можно разбить на малые времена Δt конечного числа неподвижных систем, каждая из которых сдвинута друг относительно друга таким образом, что собственные времена $\Delta\tau$ всех систем одинаковы — инвариантны относительно сдвига начала координат в выбранном конечном множестве систем. Поскольку наблюдение ведется за свободно движущейся частицей, то все системы сдвинуты друг относительно друга по оси x на одинаковое расстояние $\Delta x = v\Delta t$.

На выбор собственного времени $\Delta\tau$ (числа $n_\tau = \text{const}$) нужно наложить еще условие, заключающееся в том, чтобы число n_s (число сдвигов) было целым. Тогда в рассматриваемом случае свободного движения частицы n_s можно определить, например, через отношение площади треугольника S, соответствующего конечному интервалу, к доле площади ΔS выбранного малого, «эталонного» интервала (см. рис. 1*в*):

$$n_s = \sqrt{S / \kappa\Delta S}, \tag{8}$$

где доля κ ($\kappa \le 1$) может быть определена из требования целочисленности n_s.

Возникает вопрос, каким образом фиксировать n_τ или как выбирать малый интервал, удовлетворяющий этим условиям?

Для этого рассмотрим выражения для площадей фигур на рис.1*а* и *б*. Площадь $\Delta S_{\Delta E}$ евклидова треугольника на рис.1*а*, очевидно, есть

$$\Delta S_{\Delta E} = \frac{1}{2}\, v\Delta t c\Delta\tau = \frac{1}{2}\lambda^2 n_\tau^2 \operatorname{sh}\rho. \tag{9}$$

Неизвестная величина здесь — число n_τ, явно зависящее от момента времени измерения. Площадь треугольника в пространстве скоростей Лобачевского (рис. 1*б*) определяется выражением [2]

$$\Delta S_{\Delta L} = c^2(\pi - (A+B+C)) = c^2(\pi/2 - \theta_L), \tag{10}$$

где $(A+B+C)$ — сумма углов неевклидова треугольника, в рассматриваемом случае определяется только скоростью частицы ($\cos\theta_L = \beta$).

Уравнения (9) и (10) содержат по одному размерному параметру — λ и c, соответственно, определяющих размерности площадей фигур. Сами же фигуры являются различными геометрическими образами одного и того же соотношения (1.4) — инвариантности интервала. Как подчеркивалось выше, евклидов треугольник на рис.1*а* можно рассматривать как прямоугольный треугольник на орисфере в пространстве Лобачевского. Разделив длины всех его сторон на λ и умножив их на c, получим на орисфере подобный треугольник с длинами сторон $n_v c, n_c c, n_\tau c$ и соответствующей площадью $\Delta S_{\Delta O}$:

$$\Delta S_{\Delta O} = \frac{1}{2} c^2 n_\tau^2 \operatorname{sh}\rho. \tag{11}$$

Отсюда видно, что n_τ можно определить, если потребовать, чтобы площадь $\Delta S_{\Delta O}$ треугольника на орисфере, измеренная в единицах c, равнялась или составляла долю $\kappa(\kappa \le 1)$ площади $\Delta S_{\Delta L}$ треугольника на плоскости в пространстве скоростей:

$$\Delta S_{\Delta O} = \kappa \Delta S_{\Delta L}. \tag{12}$$

Условие (12) немедленно приводит к выражению для n_τ:

$$n_\tau = \sqrt{\frac{\kappa \Delta S_{\Delta L}}{1/2c^2 \operatorname{sh}\rho}}, \tag{13}$$

или

$$n_\tau = \sqrt{\frac{\kappa(\pi - 2\theta_L)}{\operatorname{sh}\rho}}, \tag{13.1}$$

а возвращаясь к (5) и (6), находим:

$$\Delta\tau = n_\tau \lambda / c, \tag{13.2}$$

$$\Delta t = n_\tau \lambda / c \operatorname{ch}\rho, \tag{13.3}$$

где n_τ определяется из (13.1).

Очевидно, что для численных оценок величин n_v, n_c, n_τ и соответствующих времен $\Delta\tau$, Δt коэффициент κ можно положить равным единице (см. рис.3*б*—*г*). Точное его значение можно определить, как упоминалось, из требования целочисленности отношения площадей, что требует задания каким-то образом величины конечного интервала. В случае свободного движения частицы с постоянной скоростью другой возможности определения полного интервала, кроме задания конечного времени ΔT (или $\Delta T'$), не имеется. Но и задача по определению этих времен — задача интегрирования интервала — в этом случае не возникает.

В случае же движения частицы с переменной по величине и (или) направлению скоростью, как, например, в случае рассеяния частиц, такие экспериментально измеряемые величины, как переданный 4-импульс в глубоконеупругих реакциях, или, что то же, но более наглядно — величина угла упругого рассеяния в той или иной системе — могут служить признаком, свидетельствующим об окончании взаимодействия. Поэтому вопрос о длительности времени взаимодействия, в результате которого частица отклонилась на некоторый угол, представляется правомерным. Но в этом случае наталкиваемся на проблему релятивистского описания системы двух и более частиц (см., например, [2]).

Именно для этого практического случая условие (12) является ключевым и потому важным уравнением. Оно позволяет выбрать масштаб собственного времени не только в случае свободного движения частицы, но и в случае криволинейного движения — движения под действием сил.

3. СВЯЗЬ ИНТЕРВАЛА С ПРОСТРАНСТВОМ СКОРОСТЕЙ В СЛУЧАЕ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕЙ ЧАСТИЦЫ

Рассмотрим теперь случай криволинейного движения системы координат, связанной с частицей, т.е. когда частица участвует во взаимодействии.

Для простоты будем рассматривать частицы, участвующие в таких взаимодействиях, в результате которых масса частицы не изменяется. Это прежде всего упругие каналы, глубоконеупругие реакции (ГНР) рассеяния лептонов на нуклонах и другие, в указанном смысле похожие на ГНР. Общим признаком выбранного класса реакций является известный (измеренный) переданный 4-импульс сталкивающихся частиц. Некоторые идеи о том, как включить в общую схему другие взаимодействия (*hh*, *hA*, *AA*), содержатся в работе [4]. В этой же работе [4] показано общее для данных реакций их представление в пространстве скоростей Лобачевского, которое будем здесь использовать.

Прежде всего отметим, что при рассеянии частиц сохраняется 4-тензор углового момента системы двух налетающих частиц. Поэтому и годографы скоростей сталкивающихся частиц в пространстве Лобачевского (например, лептона и адронной массы в ГНР) и их орбиты должны лежать в одной плоскости — плоскости рассеяния.

Поскольку инвариантность интервала в малом выполняется для произвольной скорости [5], то при движении частицы по плоской кривой геометрической фигурой, соответствующей инвариантности интервала, будет криволинейный, косоугольный (без прямого угла) треугольник (см. рис.2*а*). Криволинейный треугольник является более общим случаем геометрического выражения инвариантности интервала в евклидовом пространстве. Покажем, какие углы θ_1^s и θ_2^s составляют световые лучи $c\Delta t$ и $c\Delta\tau$ (на рис.2*а* — линии, состоящие из точек) с направлением движения частицы, когда за время $\Delta t = t_2 - t_1$ она отклоняется на малый угол θ (рис.2*а*).

Для этого определим пути, пройденные частицей $|\bar{v}|\,\Delta t = \int_{t_1}^{t_2} |v|\,dt$ и светом $c\Delta t$, как длины дуг L и L_c:

$$L = |\bar{v}|\,\Delta t = R\theta, \quad L_c = c\Delta t = R\theta_c = R\theta / |\bar{\beta}|, \tag{14}$$

где $|v|$ — модуль скорости v, $|\bar{v}|$, $|\bar{\beta}| = |\bar{v}|/c$ — средний за Δt модуль скорости; R — радиус кривизны; θ_c — угол, соответствующий дуге с длиной светового луча $c\Delta t$ и с тем же радиусом кривизны R ($\theta_c = \theta / |\bar{\beta}|$, т.к. $|\bar{v}|\,\Delta t/(c\Delta t) = |\bar{\beta}|$). Тогда

$$c\Delta\tau = c\Delta t\sqrt{1-\bar{\beta}^2} = \sqrt{1-\bar{\beta}^2}\, R\theta / |\bar{\beta}|. \tag{14.1}$$

По теореме косинусов для углов θ_1^s и θ_2^s в треугольнике, составленном из рассматриваемых лучей и хорды дуги L (длина хорды $l = \int_{t_1}^{t_2} v\,dt = \bar{v}\Delta t = 2R\sin\theta/2$, $\bar{v}$ — средняя за Δt скорость), получим

$$\cos(\theta_1^s + \theta/2) = \frac{\left(\dfrac{\sin\theta/2}{\theta/2}\right)^2 + 1}{\dfrac{\sin\theta/2}{\theta/2}}\,\frac{|\bar{\beta}|}{2}, \tag{15}$$

$$\cos(\theta_2^s + \theta/2) = \frac{\left(\dfrac{\sin\theta/2}{\theta/2}\right)^2 - 1}{\dfrac{\sin\theta/2}{\theta/2}}\,\frac{|\bar{\beta}|}{2}. \tag{15.1}$$

Отсюда видно, что при отсутствии рассеяния ($\theta = 0$) углы $\theta_1^s = \theta_L$ и $\theta_2^s = \pi/2$, т.е. криволинейный косоугольный треугольник переходит в знакомый прямоугольник с углом параллельности θ_L. Поведение отношения средней скорости к среднему модулю совпадает с зависимостью от угла отношения длины хорды к длине дуги: $l/L = \bar{v}/|\bar{v}| = \, = \sin(\theta/2)/(\theta/2) \to 1$ при $\theta \to 0$, т.е. при $\Delta t \to 0$. Из (15) также видно, что при малых Δt инвариантность интервала, выраженную в виде соотношения (14.1) (первого равенства), можно рассматривать для прямоугольного треугольника, составленного из хорды (вместо дуги) и соответствующих световых лучей. Тогда угол наклона луча $c\Delta t$ к хорде $\bar{v}\Delta t$ будет: $\cos\bar{\theta}_L = \bar{\beta}$. То есть угол параллельности $\bar{\theta}_L$ в этом случае соответствует средней скорости $\bar{\beta}$, **постоянной** за время Δt и **направленной** по хорде.

И в случае криволинейного движения соответствующие геометрические образы, выражающее инвариантность интервала, подсказывают способ, как выполнить интегрирование интервала, и физический смысл такого интегрирования. Все время наблюдения ΔT за движущиеся частицей из не-

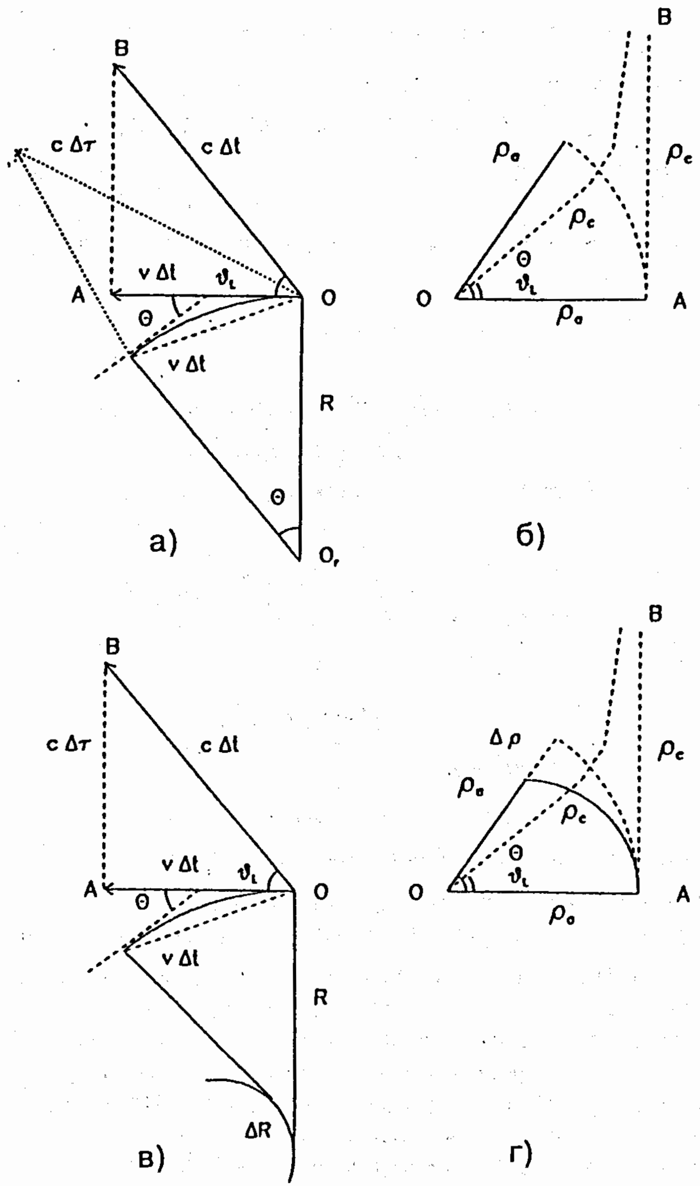


Рис.2. Геометрические образцы инвариантности интервала для криволинейного движения частицы в случае упругого рассеяния: а) — в евклидовом пространстве, б) — в пространстве Лобачевского; и в случае неупругого рассеяния: в) — в евклидовом пространстве, г) — в пространстве Лобачевского

подвижной системы отсчета можно заменить наблюдением из конечного числа других неподвижных систем, в каждой из которых время наблюдения составляет Δt_i (Δt_i не обязательно равно Δt_j), а координаты начала каждой последующей системы соответствуют перемещению (по дуге) частицы в предыдущей системе и могут быть получены из координат начала предыдущей путем сдвига (по хорде) на длину хорды и поворота на угол θ. Причем множество неподвижных систем может быть выбрано так, чтобы собственные времена Δτ в каждой из них оказались бы, как того требует инвариантность, одинаковыми. Поскольку в каждой системе движение частицы можно рассматривать как движение по хорде с постоянной средней скоростью, то все системы являются инерциальными.

Другими словами, весь участок плоской кривой, при движении по которой частица испытывает взаимодействие, можно разбить на дуги с такими хордами $\bar{v}_i\Delta t_i$, что все треугольники, построенные на основе инвариантности интервала, будут иметь одинаковую длину стороны, соответствующей элементу собственного времени $c\Delta\tau$. При таком разбиении полное собственное время $\Delta T'$ частицы будет произведением конечного числа сдвигов и поворотов исходной системы координат на элемент собственного времени Δτ, а все время наблюдения ΔT — суммой конечного числа слагаемых Δt_i. Следовательно, задача интегрирования интервала сводится к задаче поиска конечного множества инерциальных систем, определенным образом ориентированных друг относительно друга.

Основной смысл этих рассуждений заключается в предложении о разбиении всей области интегрирования по времени интервала (1.5) на конечное число n_t таких ее частей $\Delta t_i = t_2 - t_1 (t_2 > t_1)$, причем не обязательно равновеликих, каждая из которых соответствовала бы некоторому фиксированному значению длительности собственного времени Δτ, одинаковому (инвариантному) для всего выбранного множества n_t неподвижных систем.

Для свободного движения частицы, которое в случае взаимодействия является начальным состоянием, такой выбор сделан: $c\Delta\tau = n_\tau\lambda$ (см. (13)—(13.1)). Поэтому с учетом предложенного интеграл от правой части (1.5) можно представить в виде

$$\Delta T' = \int_{T'_{t_o}}^{T'_{t_f}} d\tau = n_t \int_{T'_{t_1}}^{T'_{t_2}} d\tau = n_t\Delta\tau_t = n_t n_\tau \lambda / c, \qquad (16)$$

а от левой:

$$\int_{t_o}^{t_f} dt\sqrt{1-\beta^2} = \sum_{i=1}^{n_t} \int_{t_1}^{t_2} dt/\,\mathrm{ch}\,\rho = \sum_{i=1}^{n_t} \Delta t_i/\,\mathrm{ch}\,\bar{\rho}_t = \Delta T/\,\mathrm{ch}\,\bar{\rho}_T, \qquad (16.1)$$

и следовательно,

$$\Delta T = n_t n_\tau \lambda / c \operatorname{ch} \bar{\rho}_T, \tag{17}$$

причем все время $\Delta T = t_f - t_0$ можно разбить на n_t таких интервалов Δt_i, для каждого из которых выполняется условие

$$\Delta\tau_t = \int_{t_1}^{t_2} dt\sqrt{1-\beta^2} = \int_{t_1}^{t_2} dt/\operatorname{ch}\rho = \Delta t_i/\operatorname{ch}\bar{\rho}_t = n_\tau\lambda/c = \text{const}, \tag{17.1}$$

где $\bar{\rho}_t$ и $\bar{\rho}_T$ — средние значения быстроты (скорости) частицы на интервале времени Δt_i и полном интервале ΔT, соответственно. Величины n_t, κ и $\bar{\rho}_T$ в (17) остаются неизвестными.

Для дальнейших рассуждений воспользуемся представлением процесса рассеяния в пространстве скоростей Лобачевского. Отметим два момента этого представления, существенных для определения неизвестных величин.

Первый заключается в том, что любому процессу рассеяния — как упругому, так и неупругому — соответствует некоторая геометрическая фигура в плоскости рассеяния. Форма фигуры определяется выбором системы отсчета, состояниями частицы до и после взаимодействия и годографом скорости частицы при переходе из начального состояния в конечное — т.е. некоторой линией, характеризующей изменение скорости частицы в процессе взаимодействия.

Однако современная теория взаимодействия частиц определить эту линию пока не может. В [4] показано, что на основе гипотезы масштабной инвариантности (или автомодельности) она может быть определена. Результаты этой работы будут использованы для численных оценок в следующем разделе. Пока для наших рассуждений важен сам факт признания необходимости существования этой линии, а не ее конкретная форма.

Обозначим эту линию через $\rho(\theta_i)$ — как функцию быстроты от текущего значения угла рассеяния θ_i. Очевидно, что при $\theta_i = 0$ и при $\theta_i = \theta$ (θ — полный угол рассеяния) функция $\rho(\theta_i)$ должна принимать значения быстроты частицы в начальном и конечном состояниях, соответственно. Этими же состояниями определяется и длительность времени взаимодействия ΔT в неподвижной системе. Поэтому представляется очевидным, что угол рассеяния θ_i, в свою очередь, является неизвестной функцией времени t. Во всяком случае, можно полагать, что годограф скорости есть сложная функция времени — $\rho(\theta_i(t))$.

Если выбрана система центра масс, то процессу рассеяния будет соответствовать в пространстве скоростей плоская фигура в виде сектора с одинаковыми по длине боковыми сторонами при упругом рассеянии (рис. 2*б*) и с разными по длине сторонами при неупругом рассеянии (рис. 2*г*).

Таким образом, в выбранной системе отсчета (центра масс) равномерному и прямолинейному движению частицы можно сопоставить в пространстве скоростей прямоугольный треугольник с углом параллельности (3), а криволинейному движению — сектор, угол раствора которого равен углу рассеяния θ.

Второй существенный для наших рассуждений момент представления взаимодействия в пространстве Лобачевского состоит в том, что углы между векторами скоростей частиц в евклидовом пространстве равны соответствующим углам в пространстве Лобачевского [2]. Хотя пространство скоростей не совпадает с пространством положений частиц, но всякое изменение положения частицы, характеризуемое изменением направления и (или) величины скорости частицы в евклидовом пространстве, всегда имеет соответствующее отображение в пространстве скоростей, что и фиксируется состояниями частиц до и после взаимодействия.

Возвращаясь к определению интересующих нас величин напомним, что фиксированный промежуток собственного времени определен через долю площади неевклидова треугольника $\Delta S_{\Delta L}$, соответствующего начальному состоянию частицы (см.(13) и (12)). Очевидно, что всю площадь сектора S_{SL}, соответствующего углу рассеяния θ, можно представить в виде суммы n_s одинаковых площадей ΔS_{SL} малых секторов в общем случае с разными углами $\Delta\theta_i$, сумма которых составляет полный угол θ.

В пространстве скоростей площадь сектора ΔS_{SL} с углом раствора $\Delta\theta_i = \theta_2 - \theta_1$ можно записать в виде

$$\Delta S_{SL} = c^2 \int_{\theta_1}^{\theta_2} (\operatorname{ch}\rho(\theta_i) - 1)d\theta_i = c^2\Delta\theta_i(\operatorname{ch}\bar{\rho}_\theta - 1), \tag{18}$$

где $\bar{\rho}_\theta$ — среднее значение быстроты частицы в интервале $\Delta\theta_i$.

Будем выбирать величины углов $\Delta\theta_i$ таким образом, чтобы площади соответствующих им секторов были одинаковы и равнялись выбранной доле площади неевклидова треугольника $\Delta S_{\Delta L}$, т.е. равенство (12) запишем в виде

$$\Delta S_{\Delta O} = \kappa\Delta S_{\Delta L} = \Delta S_{SL}. \tag{19}$$

Подчеркнем, что фиксация масштаба собственного времени теперь (см.(13)) производится через выбранную постоянную площадь «эталонного» сектора, составляющего некоторую долю известной площади неевклидова треугольника. Углы растворов таких секторов можно найти из (19):

$$\Delta\theta_i = \kappa(\pi/2 - \theta_L)/(\operatorname{ch}\bar{\rho}_\theta - 1), \tag{20}$$

откуда видно, что углы зависят не только от начальной скорости, но и от промежуточной средней скорости $\bar{\rho}_\theta$, определяемой неизвестным взимодействием. Поэтому растворы углов при одинаковой площади секторов могут быть разными.

Изменение угла частицы на величину $\Delta\theta_i = \theta_2 - \theta_1$ происходит за промежуток времени $\Delta t_\theta = t_{\theta_2} - t_{\theta_1}$, которому соответствует собственное время $c\Delta\tau_\theta = n_\tau\lambda$, фиксированное выбранной площадью малого сектора. Указанные промежутки времен связаны инвариантностью интервала:

$$\Delta\tau_\theta = n_\tau\lambda / c = \int_{t_{\theta_1}}^{t_{\theta_2}} dt\sqrt{1-\beta^2} = \int_{t_{\theta_1}}^{t_{\theta_2}} dt / \operatorname{ch}\rho = \Delta t_\theta \operatorname{ch}\bar{\rho}_\theta. \tag{21}$$

Так как угол рассеяния является неизвестной функцией времени, то здесь использовано определение среднего значения сложной функции: $\bar{\rho}_\theta = \rho(\theta) = \rho(\theta(t))$ — т.е. скорость (быстрота), усредненная по времени на промежутке Δt_θ, равна скорости (быстроте), усредненной по углу, изменение которого произошло за то же время на интервале $\Delta\theta_i$. Сравнивая (21) и (17.1) находим $\Delta t_\theta = \Delta t_i$, т.е. находим искомый способ разбиения области интегрирования интервала по времени, а именно: при разбиении всей площади сектора в пространстве Лобачевского на n_s равных частей, а следовательно, и всей области интегрирования по времени на n_s (необязательно равных) частей Δt_θ, будем иметь для каждой части одинаковый элемент собственного времени $\Delta\tau_t = \Delta\tau_\theta = = n_\tau\lambda / c = \text{const}$. Из (21) получаем

$$\Delta t_\theta = n_\tau\lambda / c \operatorname{ch}\bar{\rho}_\theta. \tag{22}$$

Следовательно, при разбиении всей площади сектора на n_s равных частей будем иметь очевидные выражения как для полной длительности собственного времени $\Delta T'$:

$$\Delta T' = n_s\Delta\tau = n_s n_\tau\lambda / c, \tag{23}$$

так и для полной длительности времени в неподвижной системе ΔT:

$$\Delta T = \sum^{n_s} \Delta t_\theta = n_\tau\lambda / c \sum^{n_s} \operatorname{ch}\bar{\rho}_\theta = n_s n_\tau\lambda / c \operatorname{ch}\bar{\rho}, \tag{24}$$

где $\bar{\rho}$ — средняя быстрота на всем интервале угла θ. Сравнивая (17) и (24) получаем

$$\bar{\rho}_T = \bar{\rho}, \tag{25}$$

естественный результат, не зависящий от способа разбиения области интегрирования: скорость (быстрота), усредненная по всему времени процесса взаимодействия, равна скорости (быстроте), усредненной по всему углу рассеяния.

Значение нормировочного коэффициента κ можно получить из требования целочисленности n_s. Учитывая, что площадь малого сектора выбирается равной доле площади неевклидового треугольника (см.(19)), для n_s можно написать

$$n_{so} = S_{SL} \div \Delta S_{\Delta L}, \tag{26}$$

$$n_s \equiv n_{so} + 1 = S_{SL} / (\kappa\Delta S_{\Delta L}), \tag{26.1}$$

где знаком «÷» обозначено деление нацело (без дробной части), n_{so} — целая часть отношения всей площади сектора к площади треугольника в пространстве Лобачевского.

Поскольку по определению $\kappa \le 1$, то для любых сколь угодно малых углов рассеяния (малых передач) всегда найдется $\kappa > 0$ такое, что $n_\tau > 0$ (см.(13)) и следовательно, $\Delta\tau > 0$ и $\Delta t > 0$ — т.е. рассеяние всегда происходит во времени и в пространстве ($\bar{v}\Delta t \neq 0$).

Как следует из (24)—(26), если известны начальное и конечное состояния рассеянной частицы и ее средняя скорость в процессе рассеяния, то можно вычислить длительность времени рассеяния.

4. ЧИСЛЕННЫЕ ОЦЕНКИ ДЛИТЕЛЬНОСТИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Для определения неизвестной функции $\rho(\theta)$ воспользуемся гипотезой автомодельности, на основе которой можно определить промежуточное состояние взаимодействующей частицы [4].

Следует отметить, что в недавно опубликовнной работе [8] доказано, что годограф скорости планеты представляет собой окружность в пространстве Лобачевского. Этот вывод, полученный в нерелятивистском приближении, согласуется с результатами работы [4], полученными для релятивистского случая, в частности, для упругого рассеяния, когда годографом скорости является дуга окружности (в c-системе; система отсчета, используемая в [8], при условии, что масса Солнца много больше массы планеты, есть тоже c-система).

Ограничимся интересующим нас конечным результатом, который на основе [4], можно записать в виде

$$\operatorname{th}\rho_\theta = \frac{-d\cos\theta + \sqrt{u^2 + d^2\cos^2\theta - 1}}{u^2 + d^2\cos^2\theta}, \tag{27}$$

где

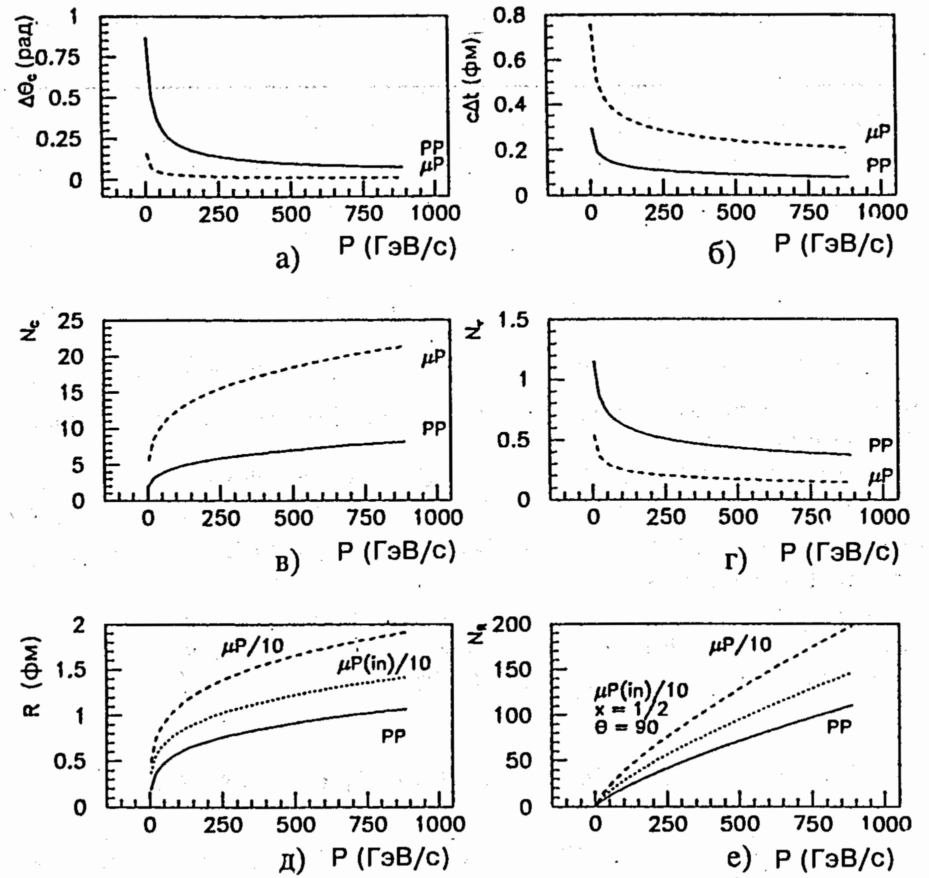


Рис.3. Импульсная зависимость некоторых физических величин при фиксированном значении собственного времени налетающей частицы: *а*) — угла раствора «эталонного» сектора; *б*) — элемента времени dt; *в*), *г*) — волновых чисел n_c, n_τ; *д*) — среднего радиуса кривизны; *е*) — волнового числа среднего радиуса кривизны (упругое pp — сплошная линия, упругое μp — пунктир, неупругое μp — линия из точек)

$$u = B/(1 - A\ \mathrm{ch}\ \rho_c), \quad d = A\ \mathrm{sh}\ \rho_c/(1 - A\ \mathrm{ch}\ \rho_c), \tag{27.1}$$

$$A = \mathrm{ch}\ \rho_c - \frac{\mathrm{sh}\ \rho_c}{\mathrm{sh}\ \rho_0}\mathrm{ch}\ \rho_0 - b/a, \quad B = \frac{\mathrm{sh}\ \rho_c}{\mathrm{sh}\ \rho_0}(\mathrm{ch}\ \rho_0 + b/a), \tag{27.2}$$

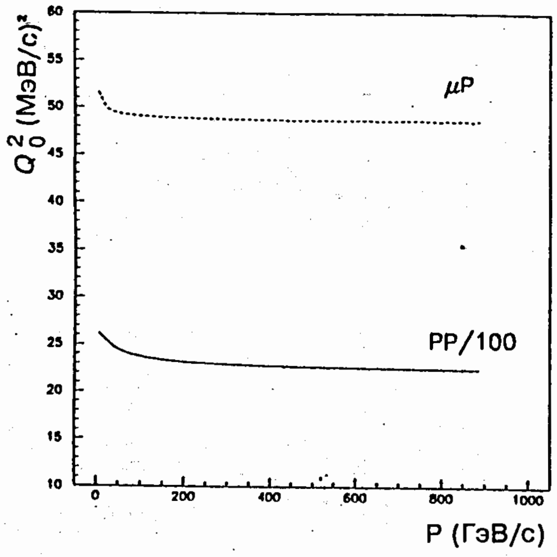


Рис.4. Импульсная зависимость квадрата переданного 4-импульса Q_0^2, соответствующего «эталонному» углу рассеяния в упругих μp (пунктир)- и pp (сплошная линия)-взаимодействиях

$$a = Q^2/(2m^2), \quad b = \nu/m. \tag{27.3}$$

Здесь использованы обозначения, принятые для глубоконеупругих реакций: Q^2 — квадрат переданного 4-импульса частицы с массой m; ν — переданная энергия; ρ_o и ρ_c — начальные быстроты частицы в лабораторной (где покоится другая частица — мишень) и в c-системе, соответственно; θ — текущий угол рассеяния в c-системе.

Отметим, что для оценки времени длительности взаимодействия по формуле (24) с применением (27) требуется, таким образом, знание (измерение) обычных динамических величин: полной энергии s, квадрата переданного 4-импульса Q^2 и бьеркенского $x = Q^2/2m_b\nu$ (m_b — масса мишени).

Все вычисления проводились для налетающей частицы в упругих pp- и μp- и неупругих μp-столкновениях в c-системе при энергиях в лаб. системе от 5 до 1000 ГэВ. Нормировочный коэффициент κ в данных оценочных расчетах был принят равным 1, что, в основном, могло влиять на результат лишь при низких энергиях и при малых передачах (малых углах рассеяния).

Для иллюстрации возможностей рассматриваемого подхода на рис.3—4 приведены результаты расчетов, характеризующие численные значения некоторых физических величин, вычисление которых стало возможным на основе предложенного способа фиксирования масштаба собственного времени (см. (12) и (19)). Результаты приведены в зависимости от лабораторного импульса налетающей частицы.

Порядок величин и энергетическая зависимость результатов на рис.3—4 качественно согласуются с ожидаемыми. Несколько «крутая» зависимость Q_0^2 в области малых энергий, по-видимому, связана с тем, что коэффициент κ положен равным единице. Следует ожидать, что при малых энергиях и малых передачах $\kappa \leq 1$, и следовательно (см.(20)), величина угла и с ним величина Q_0^2 должны уменьшиться.

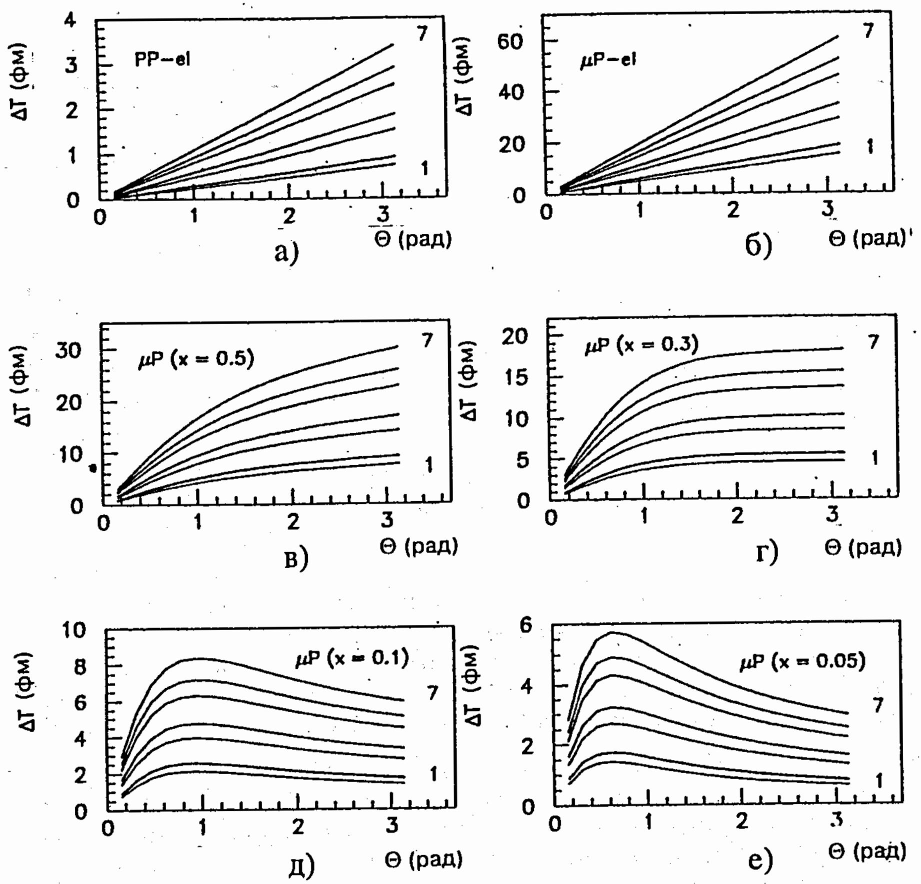


Рис.5. Длительность времени взаимодействия налетающей частицы в c-системе в зависимости от угла рассеяния (в c-системе) для упругих pp (*а*)-, μp (*б*)- и неупругих μp (*в—е*)-реакций. Результаты приведены для импульсов налетающей частицы в лаб. системе 5, 10, 50, 100, 300, 500 и 1000 ГэВ/с

На рис.5 приведены результаты оценки длительности взаимодействия в c-системе в зависимости от угла рассеяния (в c-системе) для упругих pp (рис.5а)-, μp (рис.5*б*)- и неупругих μp (рис.5*в—е*)-реакций. Результаты приведены для импульсов налетающей частицы в лаб. системе 5, 10, 50, 100, 300, 500 и 1000 ГэВ/с.

Данные рис.5 показывают, что для фиксированного угла рассеяния длительность взаимодействия налетающей частицы увеличивается с ростом ее энергии.

5. ОТНОСИТЕЛЬНАЯ СКОРОСТЬ И ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЛОРЕНЦА

Аргументом в пользу изложенных выше рассуждений может быть получение некоторого известного соотношения в рамках нового подхода. В настоящем разделе, используя функцию Лобачевского, получим формулу для относительной скорости обычным способом, как предел соответствующего отношения.

Пусть относительно неподвижной системы движутся вдоль оси x две частицы с постоянными скоростями v_0 и v. Для определенности будем считать, что скорость второй больше скорости первой ($v > v_0$) и что с первой частицей связана система отсчета. Как обычно, начало отсчета времени выберем в момент, когда обе системы координат совпадают. Спрашивается, какова скорость v' второй частицы относительно первой?

Как известно [5], правильный ответ на этот вопрос был получен в результате дифференцирования преобразований Лоренца, а сами преобразования Лоренца были выведены из инвариантности интервала:

$$(cdt)^2 - dx^2 = (cdt')^2 - dx'^2 \qquad (28)$$

где штрихами отмечены величины, относящиеся к движущейся системе.

Оказывается, что релятивистское выражение для относительной скорости можно получить другим способом на основе функции Лобачевского, не учитывая инвариантности интервала (28) и не привлекая преобразований Лоренца.

Прежде чем приступить к этому выводу, напомним известную аналогию релятивистского сложения скоростей в евклидовом пространстве и быстрот в пространстве Лобачевского:

$$\beta_{v_0} = v_0/c = \operatorname{th}\rho_{v_0}; \quad \beta_v = v/c = \operatorname{th}\rho_v; \quad \beta_{v'} = v'/c = \operatorname{th}\rho_{v'}. \qquad (29)$$

В пространстве скоростей $\rho_{v'} = \rho_v - \rho_{v_0}$, тогда:

$$v'/c = \frac{dx'}{cdt'} = \operatorname{th}\rho_{v'} = \frac{\operatorname{th}\rho_v - \operatorname{th}\rho_{v_0}}{1 - \operatorname{th}\rho_v \operatorname{th}\rho_{v_0}} = \frac{v - v_0}{c(1 - vv_0/c^2)}. \qquad (30)$$

Рассматривая уравнения (28) и (30) как систему двух уравнений относительно двух неизвестных dx' и dt', нетрудно найти ее решение:

$$dx' = \frac{dx - v_0 dt}{\sqrt{1 - (v_0/c)^2}} \quad dt' = \frac{dt - v_0 dx/c^2}{\sqrt{1 - (v_0/c)^2}}. \qquad (31)$$

Так как все скорости постоянные и начало отсчета времени $t = t' = 0$ выбрано в момент, когда обе системы совпадали, то вместо разностей dx, dt, dx', dt' будем иметь x, t, x', t', и полученное решение будет иметь известную форму преобразований Лоренца.

Как видно из приведенного, преобразование Лоренца можно получить совместным решением системы двух уравнений: уравнения для инвариантности интервала и уравнения для относительной скорости. В данном случае уравнение (30) для относительной скорости, по существу, получено на основе свойства аддитивности быстроты применительно к пространству Лобачевского. Но и полученные в теории относительности необычные и неожиданные для классической механиики следствия, вытекающие из преобразования Лоренца, остаются для нее до сих пор не ясными и не раскрытыми, включая формулу сложения скоростей, да и само преобразование Лоренца.

То обстоятельство, что правая часть (30) содержит «нештрихованные» величины, включая скорость света, которая не зависит от выбора системы отсчета, может служить указанием на то, что v' можно определить в неподвижной системе в обычном, евклидовом пространстве.

Дадим ответ на поставленный выше вопрос, следуя за рассуждениями классической механики [9] и привлекая связь скорости частицы с углом параллельности — с функцией Лобачевского:

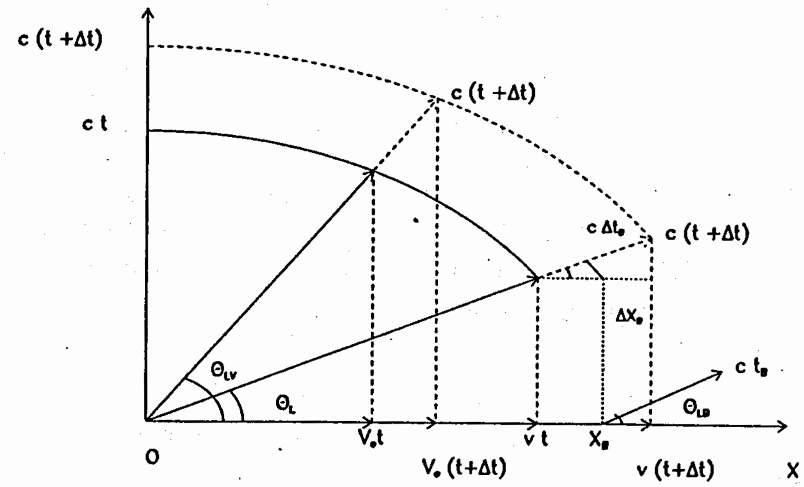
$$v_0/c = \cos\theta_{LV}, \quad v/c = \cos\theta_L, \quad v'/c = \cos\theta'_L. \tag{32}$$

Уже из определения скорости $\beta = v/c = dx/(cdt)$ видно, что два отрезка dx и cdt можно представить расположенными друг относительно друга под таким углом θ_L, косинус которого равняется отношению длин этих отрезков: $\beta = \cos\theta_L$, т.е. угол θ_L — угол параллельности. Следовательно, для любой скорости всегда существует угол θ_L (относительно направления движения), под которым можно направить световой луч cdt или ct.

Рассмотрим положения частиц на оси x в моменты времени t и $t+\Delta t$ в неподвижной системе (см. рис.6). Очевидно, этим моментам времени соответствуют точки на оси х со значениями $v_0 t$ и $v_0(t+\Delta t)$ для первой частицы, с которой связана движущаяся система, и точки vt и $v(t+\Delta t)$ для второй частицы. Но так как мы ищем производную по отношению к движущейся системе, то при этом из измененного положения второй частицы $v(t+\Delta t)$ следует вычесть не первоначальное ее положение vt, а некоторое x_B, которое расположено относительно измененного положения движущейся системы $v_0(t+\Delta t)$ так же, как vt расположено относительно первоначального положения $v_0 t$ движущейся системы [9] (см. рис.6):

$$x_B = v_0(t+\Delta t) + (vt - v_0 t) = v_0\Delta t + vt, \tag{33}$$

$$\Delta x_b = v(t+\Delta t) - x_B = \Delta t(v - v_0) = c\Delta t(\cos\theta_L - \cos\theta_{LV}). \tag{33.1}$$



$$X_B = V_0(t + \Delta t) + (v\,t - V_0\,t)$$
$$\Delta X_B = v\,(t + \Delta t) - X_B = c\,\Delta t\,(\cos\Theta_L - \cos\Theta_{LV})$$
$$c\,\Delta t_B = c\,\Delta t - (X_B - v\,t)\cos\Theta_L =$$
$$= c\,\Delta t\,(1 - \cos\Theta_L\cos\Theta_{LV})$$
$$v_B / c = \Delta X_B / c\,\Delta t_B = \cos\Theta_{LB}$$

Рис.6. Диаграмма положения двух частиц, движущихся со скоростями v_0 и v, и соответствующих их скоростям световых лучей в моменты времени t и $t+\Delta t$ в неподвижной системе координат. С частицей, имеющей скорость v_0, связана движущаяся система отсчета

Из (33) видно, что x_B получается из точки vt путем влечения ее движущейся системой так, как если бы она была связана с движущейся системой неизменно [9]. (Чтобы подчеркнуть, что приведенные выше два положения взяты из учебника [9], точка отсчета смещения x_B, величина смещения Δx_B и др. отмечены индексом 'B' — Бухгольц).

В классической механике (см., например, [9]) v' определяется через отношение смещения Δx_B ко всему времени Δt, что, естественно, не совпадает с релятивистской формулой (30), потому что Δx_B составляет лишь часть всего смещения $v\Delta t = x_B - vt + \Delta x_B$. Следовательно, требуется поправка на время смещения.

Так как начало координат сместили в точку x_B, то начало отсчета времени в этой точке — момент испускания из нее светового сигнала, по-видимому, следует выбрать с учетом принципа Гюйгенса [10], т.е. тогда, когда фронт светового луча, соответствующего скорости частицы v (испущенного под углом θ_L из начала неподвижной системы), сместится вдоль оси x на величину $x_B - vt$ за некоторое время Δt_f внутри рассматриваемого приращения Δt ($\Delta t_f < \Delta t$) . Очевидно, это время составит величину (см. рис.6):

$$c\Delta t_f = (x_B - vt)\cos\theta_L. \tag{34}$$

Тогда оставшееся время $\Delta t_B = \Delta t - \Delta t_f$ можно считать временем, затраченным частицей на смещение Δx_B:

$$c\Delta t_B = c\Delta t - c\Delta t_f = c\Delta t(1 - \cos\theta_L \cos\theta_{LV}). \tag{34.1}$$

Окончательно для v' имеем

$$v'/c = \lim_{\Delta t_B \to 0} \frac{\Delta x_B}{c\Delta t_B} = \frac{\cos\theta_L - \cos\theta_{LV}}{1 - \cos\theta_L \cos\theta_{LV}} = \frac{v - v_0}{c(1 - v v_0/c^2)}, \tag{35}$$

что в точности совпадает с (30).

Если начало координат неподвижной системы выбрать в точке, в которой частица, движущаяся с бóльшей скоростью v, «догнала» частицу, движущуюся с меньшей скоростью v_0, то координата $x_B = v_0\Delta t$ будет всегда совпадать с началом движущейся системы — системы покоя первой частицы. Выражение (35) в этом случае отвечает на поставленный выше вопрос.

Из приведенных рассуждений и полученного результата видно, что непоследовательность классической механики в определении относительной скорости заключается лишь в недооценке времени смещения, что легко устраняется привлечением функции Лобачевского и принципа Гюйгенса. Как было показано выше, имея правильную формулу сложения скоростей, преобразование Лоренца можно получить из решения системы двух уравнении в рамках классической физики. Представляется поэтому, что теория параллельных Лобачевского является составной частью релятивистской механики, основы которой лишь начали формироваться почти столетие спустя после первого сообщения об открытии новой геометрии.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулируем основные результаты и выводы.

1. Показано, что связь теории относительности Эйнштейна с теорией параллельных Лобачевского обусловлена присутствием функции Лобачевского в определении инвариантности интервала.

2. На основе геометрических образов интервала в евклидовом пространстве и пространстве скоростей Лобачевского найдено общее выражение для инеграла вдоль мировой линии, характеризующего длительность взаимодействия сталкивающихся частиц и содержащего один неизвестный параметр — среднюю скорость частицы в процессе взаимодействия.

На основе применения гипотезы масштабной инвариантности (автомодельности), позволяющей определить среднюю скорость, вычислены оценки длительности времени взаимодействия налетающей частицы в упругих pp-, μp- и неупругих μp-реакциях при энергиях 5, 10, 50, 100, 300, 500, 1000 ГэВ. Результаты вычислений обнаруживают рост длительности времени взаимодействия с увеличением энергии.

3. На основе функции Лобачевского получена обычным способом, как предел соответствующего отношения, релятивистская формула для относительной скорости. Показано, что пребразование Лоренца есть решение системы двух уравнений: уравнения для инвариантности интервала и для уравнения относительной скорости.

4. Новый подход к выводу известных фундаментальных соотношений обнаруживают новый способ аналитического отображения свойств пространства-времени с помощью функции Лобачевского. Он указывает на альтернативное описание пространства-времени без абсолютной направленности оси времени (ортогональной к пространственной): заданной точке (dx, dt), или, что то же, заданной скорости частицы $\beta = dx/(cdt)$, всегда существует световой конус, ось которого ориентирована по направлению движения частицы dx, а световой луч cdt под углом параллельности Лобачевского: $\cos\theta_L = \beta$.

5. Предложенные идеи открывают новые возможности в поисках решения проблемы релятивистского описания системы двух и более взаимодействующих частиц.

Автор выражает благодарность А.М.Балдину и Н.А.Черникову за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Котельников А.П. — Принцип относительности и геометрия Лобачевского. — В сб.: «In memoriam N.I.Lobachevski», v.2, Казань, 1926.
2. Черников Н.А. — ЭЧАЯ, 1973, т.4, вып.3, с.733; Сообщение ОИЯИ Р2-97-27, Дубна, 1997.
3. Балдин А.М. — ЭЧАЯ, 1977, т.8, вып.3, с.429;
   Балдин А.М., Балдин А.А. — ЭЧАЯ, 1998, т.29, вып.3, с.577.
4. Фадеев Н.Г. — Краткие сообщения ОИЯИ №1(75)-96, с.11; В сб.: Труды XI Международного семинара «Гравитационная энергия и гравитационные волны», ОИЯИ, Р2-97-401, Дубна, 1998, с.43.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. — Теория поля, М.: ГИФМЛ, т.2, 1962, с.17.
6. Ефимов Н.В. — Высшая геометрия, М.: «Наука», 1978, с.107.
7. Черников Н.А. — В сб.: «Международная зимняя школа теоретической физики при ОИЯИ», Дубна, 1964, т.3, с. 151.
8. Черников Н.А. —Сообщение ОИЯИ Р2-98-247, Дубна, 1998.
9. Бухгольц Н.Н. — Основной курс теоретической механики, М.: Гостехиздат, 1945, т.1, с.119.
10. Фриш С.Э., Тиморева А.В. — Курс общей физики, М.: Гостехиздат, т.3, 1957, с.32.