

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



3636/2-76

13/72 - 76  
P2 - 9884

C 346.55  
B-676

М.К.Волков, Д.И.Казаков, В.Н.Первушин

ПОЛУЛЕПТОННЫЙ РАСПАД КАОНА

**1976**

P2 - 9884

М.К.Волков, Д.И.Казаков, В.Н.Первушин

ПОЛУЛЕПТОННЫЙ РАСПАД КАОНА

## I. Введение

Как известно, теория поля с кирально-симметричным лагранжианом хорошо описывает низкоэнергетическую физику мезонов в "древесном" приближении. Вполне разумным оказывается и следующее, "однопетлевое" приближение для получения низкоэнергетических разложений амплитуд различных процессов (см. работы<sup>/1-3/</sup> и ссылки в работе<sup>/1 /</sup>). Напомним, что "однопетлевое" приближение дает не просто поправки к первому шагу теории возмущений - к борновским членам, а содержит много существенно новой информации, которой принципиально нет в борновском приближении. Это относится к таким величинам, как электромагнитные радиусы мезонов, поляризуемости мезонов, длины рассеяния высших парциальных волн, структурные константы распадов мезонов. Оценки всех этих физических величин обсуждались в работах<sup>/1-3/</sup>. Формфактор полупертоновых распадов каонов также вполне удовлетворительно с точки зрения современных экспериментальных данных<sup>/4/</sup> описывается однопетлевым приближением в квантовой киральной теории, как будет видно из нижеизложенного.

Кратко напомним, почему в киральной теории поля сказывается разумным использование теории возмущений при низких энергиях (меньших 1 ГэВ), несмотря на присутствие в теории сильной константы связи. В киральной теории возникает внутренний энергетический масштаб, равный  $4\pi F_\pi \sim 1,2 \text{ ГэВ}$ , где  $F_\pi = 92 \text{ МэВ}$  - параметр распада пиона. Все остальные величины

с размерностью энергии всегда делится на эту величину. При рассмотрении низких энергий и чисто пионных взаимодействий мы получаем малые величины, по которым строится теория возмущений. Эти величины имеют вид  $g^2/(4\pi F_\pi)^2$  или  $m_\pi^2/(4\pi F_\pi)^2$ . Однако при рассмотрении мезон-барионных взаимодействий в теории появляется параметр, близкий к единице  $M_B^2/(4\pi F_\pi)^2$ , где  $M_B$  - масса бариона. Учет динамических симметрий при построении кирального лагранжиана приводит к тому, что первые порядки разложения амплитуд по степеням энергии начинают совпадать с первыми порядками теории возмущений по константе связи, даже если она не мала. Этот факт хорошо установлен в случае "древесного" приближения<sup>/5/</sup>. Однако, поскольку в однопетлевок" приближении происходит полная компенсация расходимостей в барионных петлях, сильные вершины в петлевых диаграммах оказываются в том же энергетическом режиме, что и в "древесных" диаграммах. Поэтому и на них можно распространить упомянутые выше утверждения.

Заметим еще, что, как и при рассмотрении пионных распадов<sup>/3/</sup>, при изучении формфактора полуплептонного распада каона все физические величины в основном определяются вкладами от барионных петель, а вкладами мезонных петель можно пренебречь. Поэтому основное внимание в этой статье будет уделено рассмотрению барионных вкладов в формфактор. Ввиду упомянутой выше полной компенсации ультрафиолетовых расходимостей здесь можно ограничиться использованием обычных методов теории поля.

При оценке вкладов в формфактор от мезонных петель возникают ультрафиолетовые расходимости, не устранимые методами ренормируемых теорий поля. Поэтому мы вынуждены будем использовать в этих оценках суперпропагаторный метод.

## § 2. Вклад в формфактор каона от барионных диаграмм

При описании полуплептонного распада каона в рамках квантовой киральной теории нам, вообще говоря, будет необходим неполиномиальный лагранжиан взаимодействия, симметричный относительно группы  $SU(3) \times SU(3)$ <sup>/6/</sup>. Массовые члены мезонов вводятся по схеме Гелл-Манна-Оакса-Ренера<sup>/7/</sup>. Однако при вычислении вкладов от барионных диаграмм можно ограничиться рассмотрением низших порядков нелинейных лагранжианов, описывающих сильное взаимодействие. Неполиномиальность кирального лагранжиана понадобится нам лишь при построении суперпропагатора во время оценки вкладов от мезонных петель.

Лагранжианы, необходимые для построения борновского и однопетлевого барионного приближения процесса  $K^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \bar{\nu}$ , имеют вид

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{ca} = & -iL_p^{(c)} \left\{ \cos\theta \left[ \sqrt{2} (\pi^+ \gamma_\mu \pi^0 - \pi^0 \gamma_\mu \pi^+) - K^+ \gamma_\mu \bar{K}^0 + \bar{K}^0 \gamma_\mu K^+ \right] + \right. \\ & + \sin\theta \left[ K^0 \gamma_\mu \pi^+ - \pi^+ \gamma_\mu K^0 + \frac{1}{\sqrt{2}} (K^+ \gamma_\mu \pi^0 - \pi^0 \gamma_\mu K^+) + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} (K^+ \gamma_\mu \eta - \eta \gamma_\mu K^+) \right] \left. \right\} + \\ & + L_p^{(c)} \left\{ \cos\theta \left[ \bar{\Sigma}^+ \gamma_\mu \Sigma^+ + \sqrt{2} (\bar{\Sigma}^+ \gamma_\mu \Sigma^0 - \bar{\Sigma}^0 \gamma_\mu \Sigma^+) \right] + \right. \\ & + \sin\theta \left[ \bar{\Sigma}^0 \gamma_\mu \Sigma^+ - \bar{\Sigma}^+ \gamma_\mu \Sigma^0 - \frac{1}{\sqrt{2}} (\bar{\Sigma}^0 \gamma_\mu \Sigma^+ + \bar{\Sigma}^+ \gamma_\mu \Sigma^0) - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} (\bar{\Lambda} \gamma_\mu \rho + \right. \\ & \left. \left. \bar{\Sigma}^- \gamma_\mu \Lambda) \right] \left. \right\} \end{aligned}$$

$$\mathcal{L}_1 = g \pi^c \left[ \bar{p} \cdot p - \bar{n} \cdot n + (2d-1) (\bar{\Sigma}^+ \cdot \Sigma^- - \bar{\Sigma}^0 \cdot \Sigma^0) + \frac{2d}{3} (\bar{\Sigma}^+ \cdot \Lambda + \bar{\Lambda} \cdot \Sigma^+) \right. \\ \left. + 2(1-d) (\bar{\Sigma}^+ \cdot \Sigma^+ - \bar{\Sigma}^- \cdot \Sigma^-) \right],$$

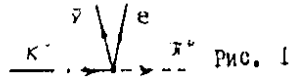
$$\mathcal{L}_2 = g k^+ \left[ \sqrt{2}(2d-1) \bar{n} \cdot \Sigma^- + (2d-1) \bar{p} \cdot \Sigma^- - \frac{3-2d}{3} \bar{p} \cdot \Lambda + \sqrt{2} \bar{\Sigma}^+ \cdot \Sigma^+ - \bar{\Sigma}^0 \cdot \Sigma^0 + \frac{4d-1}{3} \bar{\Lambda} \cdot \Sigma^+ \right].$$

Здесь  $L_{\mu}^{(\pm)} = \frac{G}{\sqrt{2}} \bar{\nu} \gamma_{\mu} (1 \pm \gamma^5) e$ ,  $\alpha$  - параметр смешивания ( $d=2/3$ ),  $G$  и  $g$  - константы слабого и сильного взаимодействий,  $\theta$  - угол Кабибо, ( $\cdot \equiv \gamma^5$ ).

В борновском приближении для амплитуды распада имеем выражение (см. рис. 1)

$$f^B = \frac{1}{\sqrt{2}} (p_K + p_{\pi})_{\mu} \Pi_{\mu}^{(\pm)}, \quad \Pi_{\mu}^{(\pm)} = \frac{g \hbar n \partial_c}{\sqrt{p_K^0 p_{\pi}^0}} \delta^4(p_K - p_{\pi} - q) \bar{u}_{\nu} \gamma_{\mu} (1 \pm \gamma^5) u_{\nu}$$

где  $p_K$  и  $p_{\pi}$  - импульсы каона и пиона соответственно.



Вклад от полной совокупности всех треугольных барионных диаграмм равен

$$f_{K \rightarrow \pi e \bar{\nu}}^A = \sqrt{2} \frac{g^2}{(2\pi)^4} \Pi_{\mu}^{(\pm)} \left\{ J^{\mu}(2n, \Sigma) + 2 \left( \frac{10}{3} d^2 - 4d + 1 \right) J^{\mu}(2\Sigma, n) + \right. \\ \left. + (2d-1)^2 J^{\mu}(2\Sigma, \Sigma) + 2 \left( 1 - \frac{2}{3} d^2 \right) J^{\mu}(2\Sigma, \Sigma) \right\}, \quad (1)$$

где

$$J^{\mu}(2n, \Sigma) = - \int d^4k \frac{\text{Sp} \left\{ \gamma^{\mu} (\hat{k} + M_n) \gamma^{\nu} (\hat{k} + \hat{p}_{\pi} + M_n) \gamma^{\rho} (\hat{k} + \hat{p}_K + M_{\Sigma}) \right\}}{(M_n^2 - k^2) (M_n^2 - (k + p_{\pi})^2) (M_{\Sigma}^2 - (k + p_K)^2) (2)},$$

см. рис. 2.

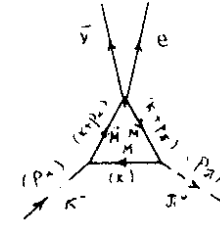


Рис. 2

В том же порядке теории возмущений ( $Gg^2 \approx G(g_A \frac{M_{\Sigma}}{F_{\pi}})^2$ ,  $g_A = 1,25$ ) присутствуют петлевые диаграммы, изображенные на рис. 3. Как мы увидим ниже,

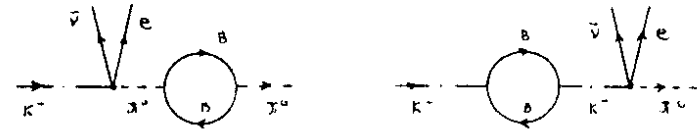


Рис. 3

ультрафиолетовые расходимости, соответствующие диаграммам, изображенным на рис. 3, полностью сокращаются с расходимостями треугольных диаграмм, и для полной совокупности барионных диаграмм этого порядка мы получаем конечное выражение.

Вклад в амплитуду распада каона от диаграмм рис. 3 равен

$$f_{K \rightarrow \pi e \bar{\nu}}^O = -\sqrt{2} \frac{g^2}{(2\pi)^4} (p_K + p_{\pi})_{\mu} \Pi_{\mu}^{(\pm)} \left\{ \sum_1^3 c_i I(M_i, M_i, p_K) + \right. \\ \left. + \sum_1^2 d_i I(M_i, \bar{M}_i, p_K) \right\}, \quad (3)$$

где

$$M_1 + M_1 = M_n, \quad M_2 = \bar{M}_2 = M_{\Sigma}, \quad M_3 = M_2 = \bar{M}_1 = M_{\Sigma}, \\ c_1 = 1, \quad c_2 = (2d-1)^2, \quad c_3 = \frac{4}{3} (4d^2 - 6d + 3), \\ d_1 = \frac{1}{3} (20d^2 - 24d + 9), \quad d_2 = \frac{1}{3} (8d^2 - 12d + 9),$$

$$I(M_i, \bar{M}_i, p^2) = \frac{1}{2(m^2 - p^2)} \int d^4k \frac{\text{Sp} \left\{ \gamma^{\mu} (\hat{M}_i + \hat{k}) \gamma^{\nu} (\hat{\bar{M}}_i + \hat{k} + \hat{p}) \right\}}{(M_i^2 - k^2) (\bar{M}_i^2 - (k + p)^2)} \Big|_{p^2 = m^2}.$$

Интегралы (2) и (4) можно выразить через один и тот же расходящийся интеграл  $R(M, \bar{M}, p^2)$  и различные конечные части. Интеграл  $R$  имеет вид

$$R(M, \bar{M}, p^2) = \int \frac{d^4 k}{(M^2 - k^2)(\bar{M}^2 - (p+k)^2)} \quad (5)$$

Сейчас мы покажем, что все расходящиеся интегралы типа (5), содержащиеся в выражениях (1) и (3), взаимно сокращаются. Оставшиеся конечные выражения можно вычислить точно, но для простоты мы приведем здесь выражения, соответствующие разложению этих функций по малым величинам  $\gamma$ ,  $\delta$  и  $\frac{q^2}{M^2}$  с точностью до второго порядка по ним:

$$\gamma = \frac{\bar{M} - M}{M}, \quad \delta = \frac{m_K^2}{M^2} \quad \left( \frac{m_K^2}{M^2} \ll 0 \right). \quad (6)$$

Интегралы (2) и (4) выражаются через величины (5) и (6) следующим образом:

$$\begin{aligned} J^{\pi}(2M, \bar{M}) &= i\pi^2 (p_K + p_\pi)^{\mu} \left\{ \gamma \left( 1 - \frac{2\delta}{3} + \frac{\delta + q^2/M^2}{12} \right) + \frac{q^2}{M^2} \left( 1 - \gamma + \frac{\delta}{10} \right) + \right. \\ &+ \left. \frac{2}{i\pi^2} R(M, \bar{M}, m_K^2) \right\} \cdot \pi^{\nu} (p_K - p_\pi)^{\nu} \left\{ \frac{\delta(2+\delta)}{3} \left( 1 - \gamma + \frac{q^2}{10M^2} \right) - \delta \left( 1 - \frac{2\delta}{3} + \frac{\delta + q^2/M^2}{12} \right) - \right. \\ &- \left. \frac{\delta}{3} \left( 1 - \gamma + \frac{\delta + q^2/M^2}{10} \right) \right\}, \\ I(M, \bar{M}, p_K^2) &= R(M, \bar{M}, m_K^2) + \frac{i\pi^2}{6} (\delta - \delta^2) \left( 1 - \gamma + \frac{\delta}{5} \right), \\ I(M, \bar{M}, p_\pi^2) &\approx R(M, \bar{M}, m_\pi^2). \end{aligned}$$

Заметим теперь, что коэффициенты  $c_i$  и  $d_i$  в выражении (3) можно разделить таким образом, что к каждой функции  $J^{\pi}(2M, \bar{M})$  добавится выражение из (3) вида

$$- (p_K + p_\pi)^{\mu} \left[ I(M, \bar{M}, p_K^2) + I(M, \bar{M}, p_\pi^2) \right].$$

Обозначая полную функцию сиволок  $\bar{J}^{\pi}(2M, \bar{M})$  и используя соотношение

$$2R(M, \bar{M}, m_K^2) = R(M, \bar{M}, m_K^2) + R(M, \bar{M}, m_\pi^2) - \frac{i\pi^2}{6} \left[ \delta(2+\delta)(3-2\delta) - 2(1-\gamma+\frac{\delta}{10}) \right];$$

окончательно получаем для однопетлевого вклада барионных диаграмм в амплитуду распада каона конечное выражение

$$\begin{aligned} f_{K \rightarrow \pi^0 e^+ \nu}^{\Delta} &= \sqrt{2} \frac{g^2}{(2\pi)^4} \Pi_{\gamma}^{(-)} \left\{ \bar{J}^{\pi}(2M, \bar{M}) + 2 \left( \frac{10}{3} \alpha^2 - 4\alpha + 1 \right) \bar{J}^{\pi}(2M, \bar{M}) + \right. \\ &+ \left. (2\alpha - 1)^2 \bar{J}^{\pi}(2M, \bar{M}) + 2 \left( 1 - \frac{2}{3} \alpha^2 \right) \bar{J}^{\pi}(2M, \bar{M}) \right\}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \bar{J}^{\pi}(2M, \bar{M}) &= \frac{i\pi^2}{3} (p_K + p_\pi)^{\mu} \left\{ -\gamma^2 \left( 1 - \frac{\delta}{2} \right) + \frac{q^2}{M^2} \left( 1 - \frac{3}{4} \delta + \frac{\delta}{10} \right) \right\} - \\ &- \frac{i\pi^2}{3} (p_K - p_\pi)^{\mu} \left\{ \delta + \gamma \left( 1 - \frac{3}{4} \delta - \delta \right) + \frac{q^2}{M^2} \left( \frac{\delta}{10} - \frac{\delta}{5} + \frac{\delta \gamma}{4} \right) \right\}. \end{aligned}$$

Объединяя полученное выражение с борновским членом и подставляя численные значения величин  $\bar{J}^{\pi}(2M, \bar{M})$ , получаем

$$\begin{aligned} f_{+}^{\pi} + f_{-}^{\Delta, 0} &= i \frac{\Pi_{\gamma}^{(-)}}{\sqrt{2}} \left\{ (p_K + p_\pi)^{\mu} \left[ 1 + \frac{2}{3} \frac{g^2}{(4\pi)^2} (-0,06 + 1,43 \frac{q^2}{M^2}) \right] - \right. \\ &- \left. (p_K - p_\pi)^{\mu} \frac{2}{3} \frac{g^2}{(4\pi)^2} (0,21 - 0,025 \frac{q^2}{M^2}) \right\} - i \frac{\Pi_{\gamma}^{(-)}}{\sqrt{2}} \left\{ (p_K + p_\pi)^{\mu} f_{+} + (p_K - p_\pi)^{\mu} f_{-} \right\}. \end{aligned}$$

Имея в виду, что  $\frac{g^2}{(4\pi)^2} \approx 14,7$ , получаем для коэффициентов выражения \*)

$$\begin{aligned} f_{+}(q^2) &= 0,95 + 0,024 \frac{q^2}{M^2}, \\ f_{-}(q^2) &= -0,63 + 0,0004 \frac{q^2}{M^2}, \\ f_{0}(q^2) &= f_{+}(q^2) + \frac{q^2}{m_K^2 - m_\pi^2} f_{-}(q^2) = 0,95 - 0,029 \frac{q^2}{m_K^2}. \end{aligned} \quad (7)$$

\*) В случае точной  $SU(3) \times SU(3)$  симметрии  $f_{+}^{(0)} = 1$ ,  $f_{-}^{(0)} = 0$ .

Откуда следует, что

$$\sum = \frac{f_-(0)}{f_+(0)} = -0,66 ; \lambda_+ = 0,025 ; \lambda_0 = -0,03 . (P)$$

### 3. Вклады мезонных петлевых диаграмм

Рассмотрим теперь вклад в формфактор каона от взаимодействия мезонов. Лагранжиан мезон-мезонного взаимодействия, инвариантный относительно группы  $SU(3) \times SU(3)$  и лагранжиан слабого взаимодействия, дающий вклад в рассматриваемый процесс, соответственно равны <sup>\*</sup>)

$$\mathcal{L}_{\text{мез}} = \frac{1}{2} \omega_\mu^i \omega^{\mu i} + \mathcal{L}_{\text{масс}} ,$$

$$\mathcal{L}_{\text{св}} = -i \bar{L}_\mu^{(i)} \gamma_n \theta_\mu^j \theta_\mu^{4+i5} ,$$

где  $\omega_\mu^i$  и  $\theta_\mu^i$  есть формы Картана группы  $SU(3) \times SU(3)$ , имеющие вид <sup>/6/</sup>:

$$\omega_\mu^i = \sum_{n=0}^{\infty} \partial_\mu \phi^k (\eta^{\mu n})_k^i \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} ,$$

$$\theta_\mu^i = \sum_{n=3}^{\infty} \phi^j f_{jk}^i \partial_\mu \phi^e (\eta^{\mu n})_e^i \frac{(-1)^n}{(2n+2)!} .$$

Здесь  $(\eta^0)_k^i = \delta_{ik}$ ,  $\eta_k^i = -f_{em}^i f_{jk}^m \phi^e \phi^j$ ,  $f_{jk}^i$  - структурные постоянные группы  $SU(3)$ , а поля  $\phi^i$  - компоненты мезонного октета. При рассмотрении вклада мезонов, в отличие от вклада барионов, расходимости в однопетлевых диаграммах уже не компенсируются, и для их устранения мы будем

<sup>x)</sup> Подробное обсуждение лагранжиана взаимодействия и массового члена см. в <sup>/6/</sup>.

использовать суперпропаторный метод. При этом однопетлевой диаграмме будет ставиться в соответствие конечное выражение, полученное при учете вклада всех порядков нелинейного лагранжиана. Однако в силу чрезвычайной сложности выражения для суперпропатора в случае группы  $SU(3)$  мы не будем явным образом подставлять суперпропатор в однопетлевые диаграммы, а воспользуемся следующим приемом: 1. Введем вспомогательную регуляризацию и вычислим все однопетлевые диаграммы, оставив параметр регуляризации конечным; 2. На примере наиболее простой диаграммы в данной теории вычислим, чему эффективно должен быть равен этот параметр регуляризации, чтобы регуляризованный ответ для данной диаграммы совпал с ответом, полученным суперпропаторным методом. В качестве такой промежуточной регуляризации мы использовали размерную регуляризацию <sup>/1/</sup>, что обеспечивало нам киральную инвариантность на всех этапах вычислений.

Диаграммы, дающие вклад в формфактор каона в однопетлевом приближении, представлены на рис. 4.

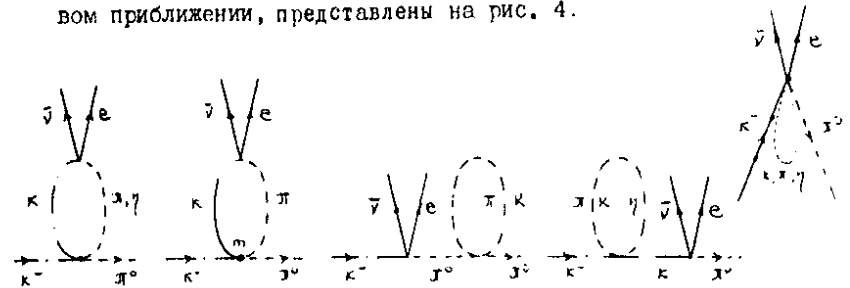


Рис. 4

Вклад в амплитуду распада каона от этих диаграмм равен

$$f_{K \rightarrow \pi^0 \nu \bar{\nu}}^H = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{3!} \frac{1}{(4\pi F_\pi)^2} \Pi_\mu^{(-)} \left\{ \bar{J}_\mu^{a+\delta} + \frac{1}{2} \bar{J}_\mu^{b,2} + \bar{J}_\mu^g \right\},$$

где

$$\bar{J}_\mu^{a+\delta} = -\frac{1}{i\pi^2} \int dk (2k-q)_\mu \left[ \frac{1}{2} (p_\pi + p_K)(2k-q) + \frac{1}{2} (k-p_\pi)(p_K+q-k) + 2(p_\pi - q + k)(p_K + q) + (2k-q)(p_\pi + p_K) + (k-p_\pi)(k-q-p_K) - 3m_\pi^2 \right] \\ - \frac{1}{i\pi^2} \int dk (2k-q)_\mu \left[ \frac{3}{2} (2k-q)(p_\pi + p_K) - \frac{3}{2} (k-q-p_K)(k-p_\pi) \right] \\ \frac{1}{i\pi^2} \int dk (2k-q)_\mu \left[ \frac{3}{2} (2k-q)(p_\pi + p_K) - \frac{3}{2} (k-q-p_K)(k-p_\pi) \right] \\ \frac{1}{(m_K^2 - k^2)(m_\pi^2 - (k-q)^2)},$$

$$\frac{1}{2} \bar{J}_\mu^{b,2} = (p_K + p_\pi)_\mu \left\{ \frac{1}{m_\pi^2 - p_\pi^2} \left[ \frac{2}{i\pi^2} \int \frac{dk (k+p_\pi)^2}{(k^2 - m_\pi^2)}, \frac{1}{i\pi^2} \int \frac{dk (k+p_\pi)^2}{(k^2 - m_K^2)} \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{m_K^2 - p_K^2} \left[ \frac{3/4}{i\pi^2} \int \frac{dk (k+p_\pi)^2}{k^2 - m_\pi^2} + \frac{5/2}{i\pi^2} \int \frac{dk (k+p_\pi)^2}{k^2 - m_K^2} + \frac{3/4}{i\pi^2} \int \frac{dk (k+p_\pi)^2}{k^2 - m_\pi^2} \right] \right\},$$

$$\bar{J}_\mu^g = \frac{1}{i\pi^2} \int dk \left\{ \frac{(\frac{4}{3} p_\pi + \frac{5}{2} p_K)_\mu}{k^2 - m_\pi^2} + \frac{(6 p_\pi + 8 p_K)_\mu}{k^2 - m_K^2} + \frac{(\frac{3}{2} p_\pi + \frac{2}{2} p_K)_\mu}{k^2 - m_\pi^2} \right\}.$$

Далее, согласно сформулированному выше приёму, вычисляем эти интегралы, пользуясь методом размерной регуляризации. Мы не будем приводить здесь полученные выражения полностью,

так как для наших целей нам нужны лишь первые члены разложения формфактора по  $q^2$  (см. формулу (7)). Переходя на массовую поверхность по  $p_\pi$  и  $p_K$ , в интересующем нас приближении получим:

$$f^H = f^B \left\{ (p_K + p_\pi)_\mu \left( \frac{m_K}{4\pi F_\pi} \right)^2 \left[ -\left( \frac{\epsilon}{\delta} - \frac{3}{2} \ln \frac{4}{3} \right) + \frac{q^2}{m_K^2} \left( \frac{1}{4\delta} + \frac{\epsilon}{24} - 3 + 10 \ln \frac{4}{3} \right) \right] + (p_K - p_\pi)_\mu \left( \frac{m_K}{4\pi F_\pi} \right)^2 \left[ \frac{1}{2\delta} + 2 \left( \ln \frac{4}{3} - 7 - \frac{1}{6} \right) \right] \right\},$$

где  $\epsilon = \frac{4-d}{2}$ ,  $d$  - размерность пространства<sup>/9/</sup>. Отсюда, имея в виду, что  $\left( \frac{m_K}{4\pi F_\pi} \right)^2 \approx 0,18$  и  $\frac{m_\pi^2}{m_K^2} \approx \frac{m_\pi^2}{m_K^2 - m_\pi^2} \approx 0,08$ , получаем для мезонного вклада в формфактор выражения:

$$f_+^H(q^2) = -0,035 + \left( \frac{0,0036}{\epsilon} + 0,0012 \right) \frac{q^2}{m_\pi^2},$$

$$f_-^H(q^2) = \frac{0,0907}{\epsilon} + 0,042,$$

(9)

$$f_0^H(q^2) = f_+^H(q^2) + \frac{q^2}{m_K^2 - m_\pi^2} f_-^H(q^2) = -0,035 + \left( \frac{0,0108}{\epsilon} + 0,0045 \right) \frac{q^2}{m_\pi^2}.$$

Оценим теперь согласно сформулированному выше правилу, чему эффективно равно  $1/\epsilon$ . Для этого достаточно вычислить одну скалярную петлю без производных двумя способами: с размерной регуляризацией,

$$\frac{1}{i\pi^2} \int \frac{d^d k}{(m_K^2 - k^2)^2} = \frac{\Gamma(\epsilon)}{(-i\mu_K^2)^\epsilon} \equiv \left( \frac{1}{\epsilon} \right)_{\mu_K},$$

и с регуляризацией с помощью суперпропагаторного метода<sup>/10/</sup>,



$$\frac{(2\pi)^4}{i^2} \int d^4x \left[ \Delta_{m_\kappa}^{\epsilon}(x) \right] \sum_{n=0}^{2,02} c(n) \left[ \frac{\Delta_{m_\kappa}^{\epsilon}(x)}{F_{\kappa}^2} \right]^{2n} =$$

$$= \left[ \ln \left( \frac{4\pi F_{\kappa}}{m_{\kappa}} \right)^2 - 1 - 2c - \frac{1}{2} c'(n) \Big|_{n=0} \right] + O \left( \frac{1}{F_{\kappa}^2} \right),$$

где  $\Delta_{m_\kappa}^{\epsilon}$  - пропагатор скалярного поля массы  $m_\kappa$ ,  $c$  - постоянная Эйлера (о вычислении суперпропагатора смотри подробнее работы [10], [11]), и затем приравнять оба эти выражения

$$\left( \frac{1}{\Sigma} \right)_{m_\kappa} = \ln \left( \frac{4\pi F_{\kappa}}{m_{\kappa}} \right)^2 - 1 - 2c - \frac{1}{2} c'(n) \Big|_{n=0},$$

Из-за технических трудностей мы не будем вычислять коэффициент  $c(n)$  в  $SU(3) \times SU(2)$  теории. При рассмотрении упрощенного варианта редукции этой теории на группу  $SU(2) \times SU(2)$  калибровочная инвариантность теории разрушается и коэффициенты для разных диаграмм становятся разными. Оценка  $\left( \frac{1}{\Sigma} \right)_{m_\kappa}$  по  $K$ - $\gamma$  диаграмме, имеющей относительно большой вклад по сравнению с  $K$ - $\gamma$  диаграммой, приводит к выражениям:

$$c(n) = \frac{2n+3}{3(2n+1)}, \quad \text{и} \quad \left( \frac{1}{\Sigma} \right)_{m_\kappa} \approx -0,7.$$

Для различных диаграмм  $\left( \frac{1}{\Sigma} \right)_{m_\kappa}$  колеблется в пределах

$$-1,5 < \left( \frac{1}{\Sigma} \right)_{m_\kappa} < -0,7,$$

(10)

что приблизительно определяет ошибку нашей оценки мезонного вклада.

Подставляя значения (10) в формулы (9), получим

$$-0,035 - 0,0042 \frac{q^2}{m_\pi^2} < f_+^M(q^2) < -0,035 - 0,0013 \frac{q^2}{m_\pi^2},$$

$$-0,0945 < f_-^M(q^2) < -0,0219,$$

$$-0,035 - 0,012 \frac{q^2}{m_\pi^2} < f_0^M(q^2) < -0,035 - 0,003 \frac{q^2}{m_\pi^2}. \quad (11)$$

Сравнивая (11) с формулами (7), мы видим, что вклад мезонов составляет примерно 10% и менее от вклада барионов, поэтому в пределах рассматриваемой нами 30%-ной точности этим вкладом можно пренебречь (см. [3]).

#### § 4. Обсуждение результатов

Значения формфактора  $K_{L3}$ -распада, получаемые в однопетлевом приближении (формулы (7,8)), находятся в удовлетворительном согласии с недавними экспериментальными данными (см. [4])

$$\lambda_+^{K\pi} = 0,025 \pm 0,007; \quad \lambda_-^{K\pi} = -0,017 \pm 0,011$$

или

$$\lambda_+^{K\pi} = 0,025 \pm 0,007; \quad \lambda_-^{K\pi} = -1,3.$$

При этом основной вклад в формфактор дают барионные диаграммы. Есть основания полагать, что, несмотря на сильную константу связи, теория возмущений в области низких энергий будет справедлива [11] и следующие порядки дадут лишь небольшие поправки к формулам (7,8).

В заключение авторы выражают свою благодарность Д.И. Блохинцеву за постоянный интерес к работе и С.С. Герштейну за стимулирующие обсуждения.

## Литература

- I. М.К. Волков, В.Н. Первушин. ЭЧАЯ, 6, 632 (1975);  
Препринт ОИЯИ, P2-9390, Дубна, 1975.
2. М.К. Volkov, V.N. Pervushin. Nuovo Cimento, 27A, 277 (1975).
3. М.К. Волков, В.Н. Первушин. ЯФ, 22, 366 (1975).
4. H. Braun et al. Nucl. Phys., B89, 210 (1975).
5. R. Dashen, W. Weinstein. Phys. Rev., 183, 1261 (1969).
6. P. Cürsey and M. Sardoğlu. Nuovo Cimento, 7A, 584 (1974);  
9A, 263 (1972).
7. H. Gell-Mann, R. J. Oakes and B. Renner. Phys. Rev.,  
175, 2195 (1968).
8. Д.В. Волков. ЭЧАЯ, 4, 3 (1973).
9. G't Hooft, M. Veltman. Nucl. Phys., B44, 189 (1972).
10. М.К. Volkov. Ann. Phys., 49, 202 (1968).
- II. М.К. Волков, Д.И. Казаков, В.Н. Первушин. Препринт ОИЯИ,  
E2-9170, Дубна, 1975; ТМФ, 28, 46 (1976).

Рукопись поступила в издательский отдел

17 июня 1976 года.