

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

98-36

P2-98-36

О.А.Займидорога

СУПЕРПОЗИЦИЯ
СОБСТВЕННЫХ СОСТОЯНИЙ НЕЙТРИНО
И ОСЦИЛЛЯЦИИ ДИРАКА — МАЙОРАНА

Направлено в журнал «Ядерная физика»

1998

*Светлой памяти Бруно Понтекорво
посвящая*

Подход Майорана с зарядово-сопряженной волновой функцией в теории Дирака, по-видимому, наиболее адекватен эволюции нейтрального фермиона. Лоренц-преобразование майорановского спинора с зарядовым сопряжением образует неприводимое представление лоренц-группы с комплексно-сопряженной парой (двухкомпонентных) спиноров [1]. При этом каждой компоненте спинора отвечает свой член в лагранжиане. Возникающие две массы в майорановском подходе (в отличие от одной дираковской массы) нарушают четность и фермионное число. Вследствие чего этот подход игнорировался многие годы. Открытие несохранения четности в слабых взаимодействиях [2] и возможность нарушения лептонного числа в калибровочной теории Великого объединения [3] вызвали новый интерес к теории Майорана.

Проблема осцилляций нейтрино возникла [4] по аналогии с кварковым сектором, где есть экспериментально установленный факт несовпадения собственных состояний слабого взаимодействия кварков с собственными состояниями массового оператора [5]. Если этот факт является фундаментально значимым, то он не может зависеть от природы конкретных объектов, а только от параметров группы симметрии [6]. Поэтому собственные состояния слабого взаимодействия нейтрино также могут быть выражены в терминах массовых собственных состояний.

Смешивание состояний нейтрино возможно, если состояния нейтрино являются собственными состояниями и могут интерферировать, и, следовательно, когерентны [7].

В данной работе рассмотрено смешивание и эволюция собственных состояний нейтрино и антинейтрино и показано, что их суперпонируемые состояния являются майорановским состоянием нейтрино. В работе [8] была рассмотрена возможность осцилляций в предположении, что нейтрино есть майорановские частицы, в то время как в данной работе показано, что это свойство обусловлено образованием состояния суперпозиции нейтрино и антинейтрино в процессе эволюции.

Рассмотрим процесс образования суперпонируемых состояний квантовой системы и выясним их свойства. Пусть имеем два взаимодействующих квантовых объекта с одинаковыми квантовыми числами и гамильтонианом H

$$i\hbar \frac{\partial S_1}{\partial t} = HS_1 + aS_2 \quad \text{и} \quad i\hbar \frac{\partial S_2}{\partial t} = HS_2 + aS_1. \quad (1)$$

После сложения и вычитания двух уравнений (1) получим

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} (S_1 + S_2) &= (H + a) \cdot (S_1 + S_2), \\ i\hbar \frac{\partial}{\partial t} (S_1 - S_2) &= (H - a) \cdot (S_1 - S_2). \end{aligned} \quad (2)$$

Из (2) следует, что амплитуды состояний S_1 и S_2 изменяются во времени. Помимо этих состояний появляется их линейная комбинация $S_1 + S_2$ и $S_1 - S_2$. Если в момент $t = 0$ система была в состоянии S_1 , то амплитуды S_1 и S_2 будут меняться по закону

$$S_1(t) = \exp(-iHt/\hbar) \cdot \cos(at/\hbar);$$

$$S_2(t) = \exp(-iHt/\hbar) \cdot \sin(at/\hbar).$$

Система из двух объектов будет непрерывно двигаться от состояния S_1 к состоянию S_2 и обратно, образуя новые собственные состояния $(S_1 + S_2)$ и $(S_1 - S_2)$, имеющие разные собственные значения $(H + a, H - a)$.

Теперь рассмотрим два состояния, обладающих различными квантовыми числами. Ярким примером является система (K^0, \bar{K}^0) . В промежуточных состояниях существуют их состояния суперпозиции, не имеющие странности.

Таким образом, важное свойство образования суперпонируемых состояний в том, что взаимодействие между нейтральными объектами равных масс с разными квантовыми числами нарушает соответствующие законы сохранения в процессе эволюции. Смешивания не будет, если взаимодействие запрещено, вследствие выполнения закона сохранения, например, невозможны осцилляции протона и антипротона из-за сохранения электрического заряда. Для нейтрино это взаимодействие должно играть ту же роль, какую слабое взаимодействие играет для (K^0, \bar{K}^0) -системы.

Если собственные состояния нейтрино слабого взаимодействия не совпадают с массовыми собственными состояниями, то они могут быть представлены следующим образом:

$$v_i = \sum_j U_{ij}^* v_j. \quad (3)$$

При этом собственные состояния по массе, входящие в (3), должны интерферировать. Изменение во времени может быть описано когерентной суммой

$$v_i(t) = \sum_{j=1}^N \exp((-i\sqrt{p^2 + m_j^2})t) U_{ij}^* v_j,$$

в которой только линейная комбинация членов будет соответствовать определенному слабому собственному состоянию. Из-за внутренне присущей расходимости волн де Бройля $v = \frac{dE}{dp} = \frac{p}{\sqrt{p^2 + m^2}}$ матрица смешивания может

содержать только собственные состояния и их линейную суперпозицию. Из всех возможных состояний в (3) только собственные состояния нейтрино и антинейтрино сохраняют интерференционную картину. Если уравнением движения нейтрального фермиона, каким является нейтрино, описываемого двухкомпонентными спинорами, является уравнение Дирака, то для $\psi = \begin{pmatrix} \varphi \\ \chi \end{pmatrix}$ и при $m_\nu \neq 0$ получим два уравнения, связанных массовым членом:

$$\vec{\sigma} \cdot \vec{P} \varphi = E\varphi - m\chi; \quad \vec{\sigma} \cdot \vec{P} \chi = -E\chi + m\varphi. \quad (4)$$

Так как $\vec{\sigma} \cdot \vec{P}$ является оператором хелисити, то эти два уравнения описывают частицу и античастицу (нейтрино и антинейтрино). Как видно, спинор отрицательной хелисити содержит примесь положительно-определенного

спинора и эта доля $\sim \left(\frac{m_\nu}{E_\nu}\right)^2$ растет для нейтрино малой энергии. Так,

например, в процессе бета-распада с уменьшением энергии нейтрино растет доля распадов, содержащих оба состояния хелисити одновременно. В этом случае не только поведение конца бета-спектра чувствительно к массе m_ν , но и его форма. В работах [9,10] рассчитана форма спектра для массы нейтрино, не равного нулю, но без учета вклада спинора положительной хелисити. Физические состояния, описываемые уравнением эволюции нейтрино, представляют собой линейную суперпозицию состояний, соответствующих определенным собственным состояниям. Таким образом, два нейтральных вырожденных уровня нейтрино и антинейтрино определенного флейвора под действием слабого взаимодействия образуют линейную суперпозицию состояний нейтрино и антинейтрино. Эта система будет непрерывно двигаться от нейтрино левоспирального к правоспиральному состоянию антинейтрино и наоборот. Нейтрино определенного флейвора, образованное при $t = 0$, в соответствии с (1) и (2) будет линейной суперпозицией нейтрино левой спиральности и антинейтрино правой спиральности. Эти два состояния не будут иметь определенного состояния спиральности, так как они являются линейной комбинацией левой и правой спиральности. Однако эти состояния могут быть собственными состояниями хелисити $\vec{\sigma} \cdot \vec{P} / |\vec{P}|$. Для нулевой массы состояния хелисити и спиральные состояния совпадают.

Для нейтрино дираковского типа при осуществлении перехода нейтрино в антинейтрино в гамильтониан будет входить относительный вклад лептонного заряженного тока правой спиральности, который является стерильным в электрослабой теории. В работе [11] показано, что вероятность перехода нейтрино в антинейтрино для дираковских $\nu - \bar{\nu}$ -полей определяет присутствие правого тока в гамильтониане. Для случая отсутствия правого лептонного тока этот переход предполагает прямое несохранение лептонного числа и несохранение фермионного числа. Переход нейтрино в антинейтрино дираковского типа едва ли экспериментально наблюдаем.

Для нейтрино майорановского типа в процессе образования суперпонируемого состояния зарядово-сопряженная волновая функция Майорана, состоящая из левоспирального спинора и его зарядово-сопряженного правоспирального спинора, образует объект, имеющий только две независимые компоненты, и осуществляет переход от левого к правому спинору. В самом

деле $\psi^C = \psi^*$, то для $\psi^M = \begin{pmatrix} \varphi \\ \sigma_2 \varphi^* \end{pmatrix}$ имеем

$$\psi^C = \gamma_2 \psi^* = \begin{pmatrix} 0 & -\sigma_2 \\ \sigma_2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \chi^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sigma_2 \chi^* \\ 0 \end{pmatrix},$$

что и доказывает переход к правоспиральному антинейтрино. Спинор Майорана может служить основой для описания оригинального спинора Дирака, выраженного через линейную комбинацию двух майорановских спиноров [12]:

$$\psi^D = \psi^M + \psi^{\bar{M}} \quad \text{и} \quad (\psi^D)^C = \psi^M - \psi^{\bar{M}}, \quad (5)$$

где $\psi^{\bar{M}} = -(\psi^M)^C$.

В соответствии с (5) произвольный дираковский спинор может быть разложен в пару майорановских спиноров в форме

$$\psi^D = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \varphi \\ i\sigma_2 \varphi^* \end{pmatrix} + \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \chi \\ i\sigma_2 \chi^* \end{pmatrix}. \quad (6)$$

При этом каждый майорановский спинор имеет свой собственный лагранжиан со своей массой, в то время как дираковские спиноры имеют одну массу. При таком разложении дираковский лагранжиан принимает форму

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^D = & \frac{i}{2} \varphi^+ \gamma_\mu \partial_\mu \varphi + \frac{m_1}{2} \varphi^T i \sigma_2 \varphi - \frac{m_1}{2} \varphi^+ i \sigma_2 \varphi^* + \\ & + \frac{i}{2} \chi^+ \gamma_\mu \partial_\mu \chi + \frac{m_2}{2} \chi^T i \sigma_2 \chi - \frac{m_2}{2} \chi^+ i \sigma_2 \chi^*. \end{aligned} \quad (7)$$

Подход Майорана с зарядово-сопряженной волновой функцией адекватен описанию процесса образования суперпонируемых состояний нейтрального фермиона и, в частности, нейтрино. Смешивание двух вырожденных уровней нейтрино из-за суперпозиции в вакууме приводит к расщеплению уровней. Этот переход в соответствии с (6,7) переводит левые нейтрино в правые антинейтрино.

$$\nu^D = \frac{\nu_1^M + \nu_2^{\bar{M}}}{\sqrt{2}} \quad \text{и} \quad \bar{\nu}^D = \frac{\nu_1^M - \nu_2^{\bar{M}}}{\sqrt{2}}.$$

Если оба состояния ν_1^M и $\nu_2^{\bar{M}}$ стабильны ($\Gamma_1 = \Gamma_2 = 0$), тогда после времени

$t = \frac{\pi}{\delta m^2}$ нейтринный поток будет содержать антинейтрино. После еще одного

периода времени пучок антинейтрино изменит спиральность и будет содержать нейтрино. В экспериментах этого типа можно определить разность масс $\delta m_{\nu_1, \nu_2}^2$. Этот переход нарушает лептонное число на две единицы и состояния ν_1 и ν_2 не имеют определенной спиральности, но являются собственными состояниями CP-четности. Если состояния ν_1^M и $\nu_2^{\bar{M}}$ будут нестабильны, тогда

под действием слабого взаимодействия они будут смешиваться, и их распад будет идти с нарушением CP-четности. Вероятность таких осцилляций будет подавляться экспоненциальным фактором [13]:

$$\begin{aligned} P_{\nu_D \leftrightarrow \bar{\nu}_D} = & \frac{1}{4} \{ \exp(-\Gamma_1 t) + \exp(-\Gamma_2 t) \pm \\ & \pm 2 \exp[-(\Gamma_1 + \Gamma_2)t/2] \cdot \cos(\delta m_{1,2}^2 \cdot t) \}. \end{aligned}$$

Разница масс $\delta m_{1,2}$ не зависит от моды распада, и так как для ν_1, ν_2 -распадов фазовый объем мал, то для усиления этих переходов, следует ожидать, что $(\Gamma_1 + \Gamma_2) \geq \delta m_{1,2}$. В соответствии с принципом суперпозиции дираковское состояние ν эволюционирует к $\bar{\nu}$ путем образования суперпонируемых состояний ν_1^M и $\nu_2^{\bar{M}}$, которые являются майорановскими частицами. Прежде чем перейти к экспериментальным следствиям, сформулируем выводы.

1. Нейтрино по своей природе могут быть как дираковскими, так и майорановскими частицами в зависимости от момента эволюции их состояний и образования состояний суперпозиции. Вследствие этого образуются новые CP-определенные физические состояния нейтрино майорановского типа любого флейвора $\nu_1^c, \nu_2^c, \nu_3^c, \nu_4^c \dots$ в процессах осцилляций $\nu_e \rightarrow \bar{\nu}_e, \nu_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu, \nu_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu \dots$ Зарядово-сопряженная волновая функция Майорана наиболее пол-

но отвечает принципу суперпозиции и образованию промежуточных суперпонируемых состояний.

2. Образование состояний суперпозиции накладывает определенные условия на возможные билинейные формы лоренц-инвариантных членов лагранжиана. Так член $\psi^C \bar{\psi}$ создает два нейтрино вследствие образования промежуточного состояния суперпозиции, в то время как дираковский оператор $\bar{\psi}\psi$ образует нейтрино и уничтожает антинейтрино.

3. Вследствие образования состояния суперпозиции нейтрино и антинейтрино лептонное число нарушается на две единицы в процессе осцилляции.

4. Для массивного нейтрино с уменьшением энергии нейтрино растет доля состояний антинейтрино во всех процессах с участием нейтрино,

пропорциональная $\left(\frac{m_\nu}{E_\nu}\right)^2$. Возможность регистрации осцилляций зависит от

разницы масс майорановских нейтрино ν_1^M и ν_2^M . Целью является измерение потока нейтрино противоположного знака на разных расстояниях от источника. Разница масс может быть прямо измерена в этом случае. Для выполнения такого эксперимента детектор должен регистрировать оба знака лептона. Так как массы m_1 и m_2 майорановских частиц практически вырождены из-за CP-сохраняющей амплитуды состояния суперпозиции, то квадрат разницы масс $\delta m_{\nu_1, \nu_2}^2$ может быть мал. Если разница масс $\sim (10^{-1} - 10^{-3}) \text{ эВ}^2$,

то эти осцилляции могут изучаться в лаборатории с высокоинтенсивным источником нейтрино, расположенным на большом расстоянии от детектора. Другую возможность представляют солнечные нейтрино. Поток антинейтрино от Солнца не предсказывается ни одной солнечной моделью.

Если нейтрино, рожденное в ядре Солнца, из-за того или иного взаимодействия не потеряет возможность интерферировать с собственными состояниями, то с неизбежностью произойдет образование промежуточного состояния суперпозиции по пути к Земле. Поэтому определенная доля будет ответственна за дефицит потока солнечных нейтрино из-за осцилляций нейтрино в антинейтрино. Ниже приведено сравнение экспериментальных данных с расчетом, учитывающим осцилляции в процессе образования суперпозиции, и будет получена оценка разности квадрата масс ν_1^M - и ν_2^M -нейтрино.

Расчет спектра солнечных нейтрино был сделан, следуя работе [14]. На рис. 1а представлен этот спектр с вкладом отдельных солнечных источников. Эффективное сечение с учетом осцилляций $\nu \rightarrow \bar{\nu}$ было рассчитано следующим образом:

$$\sigma(\nu_e/\bar{\nu}_e) = \int \sigma(E_\nu, \nu_e) P(\bar{\nu}_e/L, \nu_e) dE_\nu \text{ и}$$

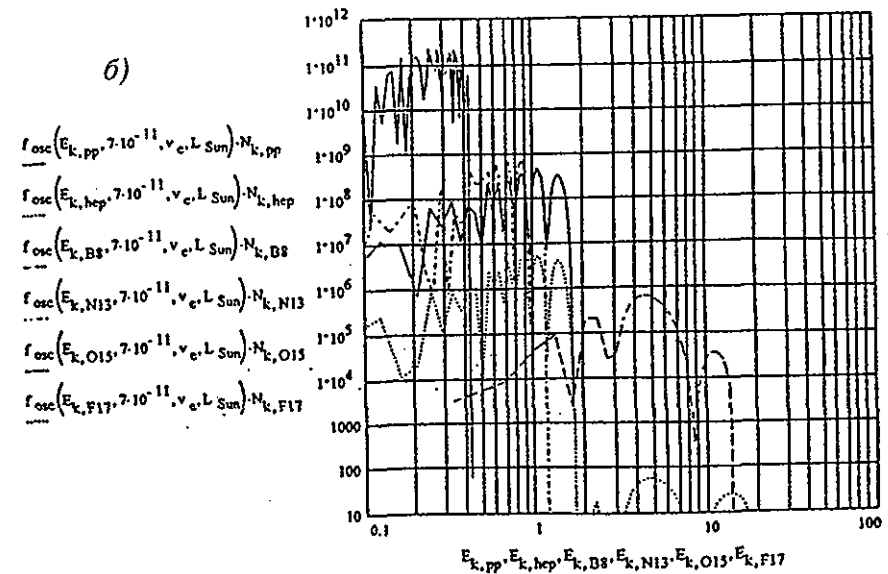
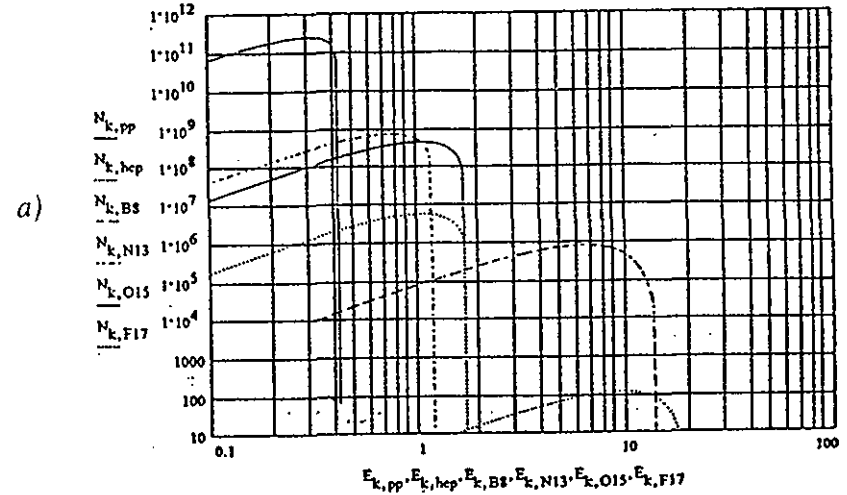


Рис.1. а) Спектр нейтрино от Солнца по Бакалу; б) спектр нейтрино от Солнца с учетом осцилляций Дирака — Майорана

$$P(E_\nu, \delta m_{\nu_1, \nu_2}^2, L) = \frac{1}{2} \left[1 + \cos \left(\frac{\delta m_{\nu_1, \nu_2}^2 \cdot L}{2E_\nu} \right) \right],$$

где L — расстояние от Солнца до Земли, $\delta m^2 = m_{\nu_1}^2 - m_{\nu_2}^2$. Спектр солнечных нейтрино с учетом этих осцилляций приведен на рис. 16. Результаты экспериментов на установках Сейдж, Галлэкс, Камиоканде и Хоумстейк [15—18], нормированные на ожидаемый расчетный поток в зависимости от $\delta m_{\nu_1, \nu_2}^2$, представлены на рис. 2. Из сопоставления этих данных видно, что квадрат разницы масс ν_1^M, ν_2^M -нейтрино составляет величину $\delta m_{\nu_1, \nu_2}^2 \cong 7 \cdot 10^{-11} \text{ эВ}^2$. Малая величина квадрата разности масс ν_1, ν_2 -нейтрино может объяснить отрицательные результаты, проведенных экспериментов на ускорителях, реакторах, так как источник нейтрино и детектор находятся внутри длины осцилляции. Длина этих осцилляций Дирака — Майорана составляет половину расстояния от Солнца до Земли. Из существующих детекторов только уста-

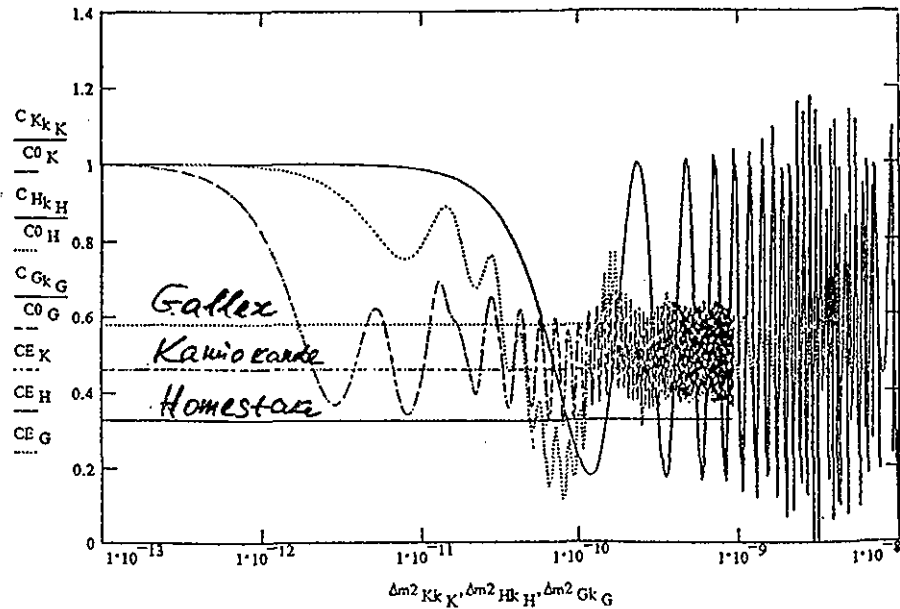


Рис.2. Отношение интенсивностей нейтрино вследствие осцилляций Дирака — Майорана к потоку без осцилляций в зависимости от $\delta m_{\nu_1, \nu_2}^2$ для четырех экспериментов

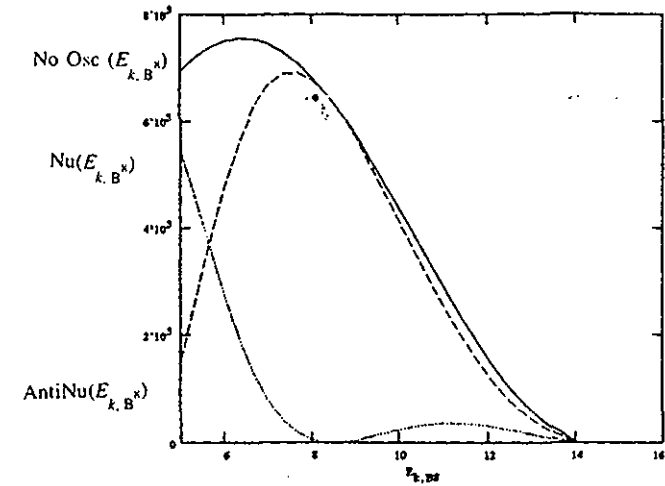


Рис.3. Спектр антинейтрино до и после осцилляций Дирака — Майорана для борных нейтрино

новка Камиоканде может регистрировать события антинейтрино от Солнца. Для $E_\nu \geq 5,5$ МэВ сечение ($\bar{\nu}e$) в 9 раз меньше (νe)-упругого рассеяния [19], и поэтому не ($\bar{\nu}e$), а антинейтринные события от реакции $\bar{\nu}p \rightarrow n + e^+$ могут давать вклад в фоновые события, не зависящие от направления на Солнце. Спектр $\bar{\nu}_e$ до и после осцилляций Дирака — Майорана приведен на рис. 3. Полный поток антинейтрино в области энергии больше 5,5 МэВ составляет $3,1 \cdot 10^6$, т.е. 70% от потока нейтрино. Для вновь создающегося детектора Борексина [20] в лаборатории Гран Сассо в Италии, наполненного жидким сцинтиллятором, для энергетического окна 0,2—0,8 МэВ число событий упругого рассеяния нейтрино на электроны составит 58,8 соб/день при отсутствии осцилляций. Для осцилляций $\nu \rightarrow \bar{\nu}$ и разницы масс $7 \cdot 10^{-11} \text{ эВ}^2$ число событий упругого рассеяния нейтрино на электроны составит 50,8 соб/день и антинейтрино на электроны — 3,2 соб/день. Для $E_\nu \geq 1,8$ МэВ со-

BOREXINO

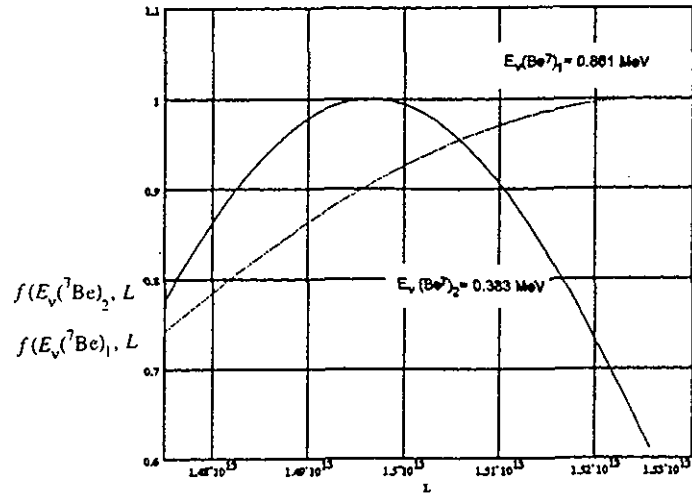


Рис.4. Интенсивность упругого рассеяния нейтрино на электроне в зависимости от расстояния от Солнца

BOREXINO

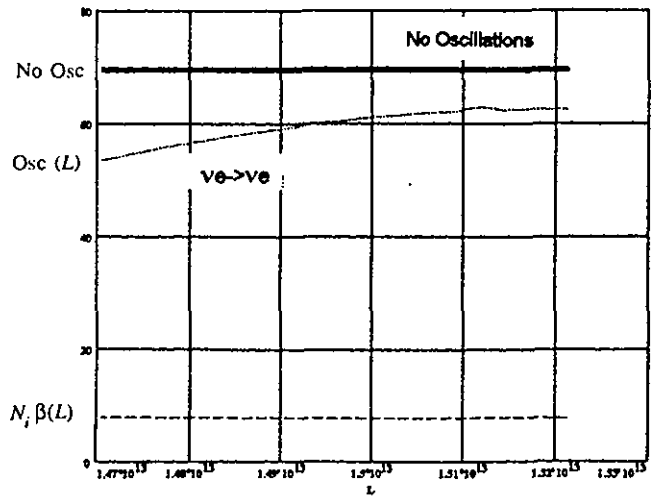


Рис.5. Годичные вариации интенсивности нейтринного сигнала от ${}^7\text{Be}$ -источника нейтрино на Солнце

бытий обратного бета-распада ($\bar{\nu}_p \rightarrow n + e^+$) будет 11,9 соб/день. Таким образом, сигнатурой явления осциллирующий нейтрино в антинейтрино есть наличие сигнала от антинейтрино и, в частности, обратного бета-распада.

На рис. 4 приведена интенсивность упругого рассеяния нейтрино на электроне в зависимости от расстояния до Солнца, а рис. 5 — вариации интенсивности нейтринного сигнала от ${}^7\text{Be}$ -источника нейтрино на Солнце. Из этого видно, что монохроматическая линия ${}^7\text{Be}$ $E_\nu = 831$ кэВ в течение года изменяет на 30% свою интенсивность. Таким образом, регистрация сигнала антинейтрино от Солнца или годичные вариации потока нейтрино от ${}^7\text{Be}$ -источника с учетом вариации из-за движения Земли по орбите могут являться свидетельством осциллирующий нейтрино в антинейтрино.

Автор выражает благодарность О.Ю.Смирнову за помощь в проведении вычислений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ziman J — Element of Advanced Quantum Theory, Cambridge Press, 1969.
2. Kabir P. (ed) — The development of Weak Interaction Theory, New York, 1963.
3. Frampton P.H., Glashow S.L., Yildiz A. — First Workshop on Grandunification, Math. Sci. Press, Massachusetts, 1980.
4. Понтекорво Б.Н. — ЖЭТФ, 1958, т.34, с.247.
5. Cabibo N. — Phys. Rev. Lett., 1953, v.10, p.532.
6. Займидорога О.А. — Лекции по физике нейтрино. Научный центр Ландау, Комо, Италия, 1996.
7. Zaimidoroга O.A. — JINR Rapid Comm., 1995, v.6(74), p.91.
8. Gribov V.N., Pontecorvo B.M. — Phys. Lett., 1969, v.B28, p.493.
9. Recalo M. — JETF Lett., 1978, v.27, p.555.
10. Shrock R. — Phys. Lett., 1980, v.B96, p.159.
11. Bahcall J., Primakoff N. — Phys. Rev., 1978, v.D18, p.3463. Shechter J., Valle J. — Phys. Rev., 1981, v.D23, p.1666.
12. Mannheim P. — Int. Jour. of Theor. Phys., 1984, v.23, p.644.
13. Okun L.B. — Leptons and Quarks. North-Holland Publishing Company, 1987.
14. Bahcall J., Pinsonneault — Rev. Mod. Phys., 1992, v.64, p.911.
15. Abazov A. et al. — Nucl. Phys., 1991, v.B19, p.84.
16. Kirsten T. et al. — Nucl. Phys., 1991, v.B19, p.77.
17. Suzuki Y. et al. — Nucl. Phys., 1995, v.B38, p.54.
18. Davis R. — Phys. Rev. Lett., 1964, v.12, p.300.

19. Barbieri R., Fiorentini G., Mezzorani G., Moretti M. — Phys. Lett., 1991, v.B259, p.119.
20. Alimonti G. et al. — Nucl. Phys., 1993, v.B32, p.332.

Рукопись поступила в издательский отдел
4 марта 1998 года.