ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2-97-412

Е.Н.Букина[1], В.М.Дубовик, В.Е.Кузнецов[2]

АНАПОЛЬ ИЛИ ТОРОИДНЫЙ ДИПОЛЬ?

Направлено в журнал «Успехи физических наук»

[1]E-mail:bukina@thsun1.jinr.ru
[2]E-mail:valya@nu.jinr.ru

1997

1. Введение

Изучение электромагнитных свойств релятивистских феноменологических формфакторов, возникающих при явно ковариантных параметризациях векторных и псевдовекторных квантовых токов встречает известные трудности, которые наиболее подробно проанализированы в известной монографии [1]. К тому же, в рамках классической электродинамики точное разложение по мультипольным моментам и их средним $2n$–степенным радиусам электромагнитного тока было найдено лишь в начале 70-х годов [2] в связи с обнаружением третьего семейства моментов. На основе этого уточненного аппарата классических мультипольных разложений были написаны общие формулы неявно ковариантной параметризации релятивистских диагональных и недиагональных по массам квантовых токов для частиц с произвольными спинами [3]. В результате вопрос сопоставления нековариантных и ковариантных разложений был, в принципе, решен. Однако при использовании биспинорных представлений проблема усложняется тем, что эти представления допускают определенную свободу в выборе базисных ковариантов, с помощью которых осуществляется параметризация [1], и в литературе до сих пор имеется путаница [2], отсутствие четкой терминологии, а некоторые, широко применяемые параметризации токов содержат кинематические особенности. Ярким примером этому являются анапольные параметризации тока, использующие известный в квантовой теории поля проектор $k_\mu k_\nu - k^2 g_{\mu\nu}$.

Подчеркнем, что из всего набора возможных представлений феноменологического тока, построенного путем перемножения элементов алгебры Клиффорда в представлении γ–матриц на импульсы частиц начального и конечного состояния так, чтобы ток удовлетворял определенным требованиям симметрии (C,P,T) и условию сохранения, лишь одно содержит формфакторы, находящиеся в одно-однозначном соответствии с мультипольными распределениями тока: зарядовым, магнитным и условно тороидным. Это может быть установлено лишь в специальной лоренцевой системе отсчета (для недиагональных по массам токов, как показано в [3] — в собственной системе отсчета распада (с.с.), см. также [5]). Ситуация с токами биспинорных частиц со спином 1/2 была сжато представлена в приложении к итоговой работе [3].

Ввиду того, что токи биспинорных частиц являются фундаментальными для всех видов взаимодействий, а электрон остается наиболее применяемой пробной частицей, то проблема наглядного (в той мере, в которой это вообще допускает релятивистская квантовая физика) представления

[1]Напомним, что спин — величина, возникающая в (нерелятивистском!) уравнении Паули, а (релятивистское) уравнение Дирака имеет характер проектора, связывающего "лишние" компоненты и уничтожающего вклад с нулевым спином.

[2]Например, неправильно идентифицируются средние радиусы или их путают с моментами [4].

структуры сильно и слабо взаимодействующих частиц и их переходов по-прежнему актуальна.

В этой работе в разделе 2 мы подробно проанализируем все возможные параметризации переходного по массам векторного тока биспинорных частиц, а в разделе 3 — псевдовекторного тока. В заключении мы обсудим решение проблемы выбора параметризации псевдовекторного тока и условность идентификации P-неинвариантного формфактора с тороидным дипольным моментом. В приложении приведены технические детали перехода от биспинорного представления к спинорному для недиагонального по массам тока в с.с.

2. Мультипольные явно ковариантные параметризации векторного тока частиц со спином $\frac{1}{2}$

В этом разделе дана явно ковариантная параметризация матричных элементов электромагнитного тока частиц со спинами $j_1 = j_2 = 1/2$ и массами (см., напр., [8], p. 474, и [1], p. 267) $m_1 = m_2, m_1 \neq m_2$ для случая одинаковых четностей начальной и конечной частиц. При этом использованы такие базисные векторы, разложение по которым дает мультипольную параметризацию, т.е. каждый из определенных таким образом формфакторов перехода,и только он,определяет соответствующий мультипольный момент перехода и (или) все его средние радиусы распределения, определенные в подходящей системе отсчета. Такой способ параметризации позволяет избежать внесения кинематических особенностей. Будем использовать следующее представление γ - матриц (см., например, [9]):

$$\boldsymbol{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ -\boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix}; \quad \gamma_0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad \gamma_5 = -i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3 = -\begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.1)$$

Уравнение Дирака в этом представлении выглядит следующим образом:

$$(\hat{p} - m)u = \overline{u}(\hat{p} - m) = 0, \quad \overline{u} = u^{+}\gamma_0.$$

Введена нормировка биспиноров: $\overline{u}(p)u(p) = 1$ и следующие обозначения: $\sigma_{\mu\nu} = 1/2(\gamma_\mu\gamma_\nu - \gamma_\nu\gamma_\mu)$, $\gamma_\mu\gamma_\nu + \gamma_\nu\gamma_\mu = 2g_{\mu\nu}$, $g_{00} = 1$, $g_{ii} = -1$, $\hat{k} \equiv k_\lambda\gamma_\lambda$.

Различные формы явно ковариантной параметризации сохраняющегося переходного векторного тока могут быть заданы виде [3]

$$J_\mu^{(V)}(k_\lambda) = \frac{e\eta}{(2\pi)^3}\bar{u}_2\Big[(k_\lambda^2\gamma_\mu - \hat{k}k_\mu)F_{1m_1m_2}(k_\lambda^2) + \frac{1}{m}\sigma_{\mu\nu}k_\nu F_{2m_1m_2}(k_\lambda^2)\Big]u_1 \quad (2.2)$$

$$= \frac{e\eta}{(2\pi)^3}\bar{u}_2\Big[\frac{k_\lambda^2 P_\mu - (k_\lambda P_\lambda)k_\mu}{m(1 - k_\lambda^2/m^2)}F_{3m_1m_2}(k_\lambda^2) + \frac{1}{m}\sigma_{\mu\nu}k_\nu F_{4m_1m_2}(k_\lambda^2)\Big]u_1 \quad (2.3)$$

$$= \frac{e\eta}{(2\pi)^3}\bar{u}_2\Big[\frac{k_\lambda^2 P_\mu - (k_\lambda P_\lambda)k_\mu}{m(1 - k_\lambda^2/m^2)}F_{5m_1m_2}(k_\lambda^2) + (k_\lambda^2\gamma_\mu - \hat{k}k_\mu)F_{6m_1m_2}(k_\lambda^2)\Big]u_1 \quad (2.4)$$

$$= \frac{e\eta}{(2\pi)^3}\bar{u}_2\Big[\frac{k_\lambda^2 P_\mu - (k_\lambda P_\lambda)k_\mu}{m(1 - k_\lambda^2/m^2)}F^{(e)}_{m_1m_2}(k_\lambda^2) + \frac{i\varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}P_\nu k_\alpha\gamma_\beta\gamma_5}{m(1 - k_\lambda^2/m^2)}F^{(m)}_{m_1m_2}(k_\lambda^2)\Big]u_1. \quad (2.5)$$

Здесь $m = m_1 + m_2$, $\Delta m = m_1 - m_2$, $P_\mu = p_{1\mu} + p_{2\mu}$, $k_\mu = p_{1\mu} - p_{2\mu}$, $\eta = \sqrt{1 - \Delta m^2/m^2}$ — нормировочная константа, $F_{m_1m_2}(k_\lambda^2)$ — формфакторы, а множитель $(1 - k_\lambda^2/m^2)^{-1}$ компенсирует лоренцевское сокращение ковариантов высокой размерности [1], [10]. Соответствующие параметризации (см., например, сноску в работе [8] на стр. 570) тока единственной частицы ($m_1 = m_2 = m_0$) получаются из (2.2) - (2.5) заменой векторов $k_\lambda^2\gamma_\mu - kk_\mu$ и $k_\lambda^2 P_\mu - (k_\lambda P_\lambda)k_\mu$ на γ_μ и P_μ соответственно.

Весьма удобная методика определения моментов распределения плотностей заряда и тока была предложена в работе [11]. Распределения вводятся с помощью состояний, которые являются в импульсном пространстве волновыми пакетами $g(\boldsymbol{p})$. Приводимый момент l-го порядка распределения ($l = a + b + c$) записывается (в ковариантной форме) в виде [3]

$$M_\mu^{abc} = \frac{1}{N!}\int d^3p_2 g^*(\boldsymbol{p}_2)\int d^3p g(\boldsymbol{p})\int d^3\{x_1^a x_2^b x_3^c\}_s^{(0)} < p_2|J_\mu(\boldsymbol{x}, t)|p_1 >, \quad (2.6)$$

где $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3)$, а символом $\{x_1^a x_2^b x_3^c\}_s^{(0)}$ обозначен гармонический полином l-го порядка. Моменты вычисляются для произвольных пакетов, и рассматриваемую частицу можно считать покоящейся, если перейти к пределу $|g(\boldsymbol{p})|^2 \to \delta(\boldsymbol{p})$. Члены, характеризующие структуру волнового пакета, а не структуру частицы, не представляют в данном случае интереса и могут быть опущены. Любой член, содержащий производные от $g(\boldsymbol{p})$, относится к этому типу. Феноменологические формфакторы, введенные в состав тока $J_\mu(\boldsymbol{x}, t)$, могут быть отнормированы таким образом на мультипольные моменты.

Нетрудно убедиться, перейдя в с.с.к двумерным спинорам (см. приложение) и используя формулы нормировки формфакторов на мультипольные моменты, что ни в одной из параметризаций (2.2)-(2.4) формфакторы не соответствуют однозначно определенным мультипольным распределениям. Так, в случае (2.2) магнитный момент частицы, определенный в б.с., оказывается равным (при $k_\lambda^2\gamma_\mu - \hat{k}k_\mu \to \gamma_\mu$)

$$\mathtt{m} = (e/2m_0)[F_{10}(0) + F_2(0)],$$

---

[3] Здесь и ниже в матричных элементах спиновые индексы в целях сокращения опущены. Заметим также, что формула носит чисто символический смысл, поскольку из физических соображений 3–ток подразделяется на продольные и поперечные части и реально применяемый базис разложения имеет вид гармонических векторных функций (см., например, [3]), а не гармонического полинома.

в то время как заряд

$$q = eF_{10}(0),$$

а среднеквадратичный радиус заряда частицы

$$\overline{r_q^2} = 6e\Big[\frac{d}{dk_\mu^2}F_{10}(0) + \frac{1}{m_0^2}F_2(0)\Big],$$

т.е. содержит вклад формфактора, который принято называть аномальным магнитным.

Аналогично в случае (2.4)

$$\overline{r_q^2} = 6e\Big[F_5(0) + \frac{1}{m_0^2}F_6(0)\Big].$$

Эта двойственность природы формфактора F_2 можно трактовать с помощью классической наглядной модели электрона: именно считать, что на расстояниях порядка комптоновской длины волны электрона он имеет двойной заряженный слой, причем его оболочки вращаются относительно друг друга. Можно показать, пользуясь соотношениями (независимые из них первые два)

$$\overline{u}_2\left\{k_\lambda^2\sigma_{\mu\nu}k_\nu + m(k_\lambda^2\gamma_\mu - \hat{k}k_\mu) - [k_\lambda^2 P_\mu - (k_\lambda P_\lambda)k_\mu]\right\}u_1 = 0,$$

$$\overline{u}_2\{ik^2\varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}P_\nu k_\lambda\gamma_\sigma\gamma_5 + m[k_\lambda^2 P_\mu - (k_\lambda P_\lambda)k_\mu] + (k_\lambda^2 - m^2)(k_\lambda^2\gamma_\mu - \hat{k}k_\mu)\}u_1 = 0,$$

$$\overline{u}_2\left\{(m^2 - k_\lambda^2)\sigma_{\mu\nu}k_\nu + mi\varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}P_\nu k_\lambda\gamma_\sigma\gamma_5 + [k_\lambda^2 P_\mu - (k_\lambda P_\lambda)k_\mu]\right\}u_1 = 0,$$

$$\overline{u}_2\{i\varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}P_\nu k_\lambda\gamma_\sigma\gamma_5 + m\sigma_{\mu\nu}k_\nu + (k_\lambda^2\gamma_\mu - \hat{k}k_\mu)\}u_1 = 0,$$

что все формы параметризации (2.2)-(2.5) сводятся одна к другой, и при этом все формфакторы оказываются свободными от кинематических сингулярностей и подавлений, кроме F_6:

$$F^{(e)}_{m_1m_2} = F_{1m_1m_2} + F_{2m_1m_2} = F_{3m_1m_2} + F_{4m_1m_2} = F_{5m_1m_2} + F_{6m_1m_2};$$
$$F^{(m)}_{m_1m_2} = (k_\lambda^2/m^2)F_{1m_1m_2} + F_{2m_1m_2} = F_{4m_1m_2} = (k_\lambda^2/m^2)F_{6m_1m_2}.$$

Поэтому в параметризации (2.4) формфактор F_6 должен быть пропорционален $1/k_\lambda^2$, чтобы имело место M1-излучение. Однако из всех параметризаций только последняя (2.5) является мультипольной в указанном выше смысле [11].

3. Мультипольные явно ковариантные параметризации псевдовекторного тока частиц со спином $\frac{1}{2}$. О свойствах анаполя

Однако явно ковариантные параметризации аксиального электромагнитного тока перехода (с изменением четности частиц) с использованием различных наборов базисных векторов оказываются физически неэквивалентными. Для примера разберем мультипольную и "анапольную" [12], [13] параметризации этого тока. Обе они могут рассматриваться как при $m_1 = m_2$, так и при $m_1 \neq m_2$. В анапольной параметризации

$$J_\mu^{(A)}(k_\lambda) = \frac{e}{(2\pi)^3}\sqrt{\frac{m^2 - \Delta m^2}{m^2 - k_\lambda^2}}\,\overline{u}_2\Big\{\frac{1}{m}\sigma_{\mu\nu}k_\nu G_{1m_1m_2}(k_\lambda^2) + \frac{1}{m^2}(k_\lambda^2\gamma_\mu - \hat{k}k_\mu)G_{2m_1m_2}(k_\lambda^2)\Big\}\gamma_5 u_1 \qquad (3.1)$$

формфактор G_1 принято называть дипольным электрическим (зарядовым), а G_2 - анапольным. Однако ни один из этих формфакторов не соответствует определенному мультипольному распределению. Так, собственный переходной зарядовый диполь определяется как величиной G_1, так и величиной G_2:

$$d = i\frac{e}{m}[G_{1m_1m_2}(\Delta m^2) - \frac{\Delta m}{m}G_{2m_1m_2}(\Delta m^2)]. \qquad (3.2)$$

Из формулы (3.2) видно, что только в статическом случае ($\Delta m = 0$) формфактор $G_{1m_1m_2}$ можно назвать дипольным зарядовым. Анапольный член в токе $J_\mu^{(A)}$ обладает тем существенным отличием от зарядовых и магнитных, что он не дает вклад в излучение, а определяет "контактное" взаимодействие [12], [13] и [14]. Действительно, первое его слагаемое, содержащее поперечную часть, пропорционально k_λ^2 и равно нулю для реальных фотонов, а второе — пропорционально k_μ, т.е. чисто продольно. Излучающая (поперечная) составляющая анапольной части тока (3.1), например, в с.с. равна

$$\frac{e}{(2\pi)^3}\frac{\sqrt{m^2 - \Delta m^2}}{m^3}k_\lambda^2\sigma_\perp G_{2m_1m_2}(k_\lambda^2);$$
$$\boldsymbol{\sigma}_\perp = \boldsymbol{\sigma} - \mathbf{k}(\boldsymbol{k\sigma})/\boldsymbol{k}^2. \qquad (3.3)$$

Таким образом, в соответствии с анапольной параметризацией (3.1) ток $J_\mu^{(A)}(k_\lambda)$ содержит только один формфактор $G_{1m_1m_2}$, определяющий излучение $E1$-типа. Это означает, что интенсивность электрического дипольного перехода как функция частоты ω (в с.с. $\omega = \Delta m$) может содержать только нечетные степени ω начиная с ω^3. Явно ковариантная мультипольная параметризация аксиального тока $J_\mu^{(A)}$ соответствует неявно ковариантной.

Это означает, что только зарядовые моменты (в данном случае диполь), вычисленные, конечно, в с.с., являются коэффициентами при базисных векторах, трехмерная часть которых (в с.с.) имеет как продольную, так и поперечную части. Все же средние радиусы зарядового дипольного распределения, т.е. фактически весь дипольный зарядовый формфактор за вычетом его значения при $k^2_{c.c.} = 0$, стоит при базисном векторе, трехмерная часть которого (в с.с.) чисто продольная [3]. В соответствии с этим в [3] было найдено, что мультипольная параметризация $J^{(A)}_\mu$ имеет вид

$$J^{(A)}_\mu(k_\lambda) = \frac{e}{(2\pi)^3}\sqrt{\frac{m^2-\Delta m^2}{m^2-k^2_\lambda}}\,\overline{u}_2\Big\{\frac{1}{m}\sigma_{\mu\nu}k_\nu G^{(d)}_{m_1m_2}(\Delta m^2)$$
$$-\frac{k^2_\lambda P_\mu-(k_\lambda P_\lambda)k_\mu}{m(k^2_\lambda-\Delta m^2)}\Big[G^{(d)}_{m_1m_2}(k^2_\lambda)-G^{(d)}_{m_1m_2}(\Delta m^2)\Big]$$
$$+\frac{1}{m^2}\varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}P_\nu k_\lambda\gamma_\sigma\gamma_5 G^{(T)}_{m_1m_2}(k^2_\lambda)\Big\}\gamma_5 u_1. \qquad (3.4)$$

В этом выражении $G^{(d)}_{m_1m_2}(k^2_\lambda)$ — дипольный зарядовый формфактор, $G^{(d)}_{m_1m_2}(\Delta m^2)$ — дипольный зарядовый момент (в единицах e/m), а $G^{(T)}_{m_1m_2}(k^2_\lambda)$ — тороидный дипольный формфактор (в единицах e/m^2). Данная параметризация мультипольная, т.е. дипольный зарядовый момент определяется только коэффициентом при первом базисном векторе, все его средние радиусы — формфакторами при втором базисном векторе и только ими, а дипольный тороидный момент и все его средние радиусы определяются только тороидными формфакторами:

$$\left.\begin{aligned} d &= (e/m)G^{(d)}_{m_1m_2}(\Delta m^2);\\ r^2_d &= (10e/m)\tfrac{d}{dk^2_\lambda}G^{(d)}_{m_1m_2}(\Delta m^2);\\ T &= (e/m^2)G^{T}_{m_1m_2}(\Delta m^2).\end{aligned}\right\} \qquad (3.5)$$

Далее, пользуясь первыми двумя из обобщенных тождеств Гордона

$$\overline{u}_2\{\Delta m\sigma_{\mu\nu}k_\nu+(k^2_\lambda\gamma_\mu-\hat{k}k_\mu)+i\varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}P_\nu k_\lambda\gamma_\sigma\gamma_5\}\gamma_5u_1=0,$$

$$\overline{u}_2\{k^2_\lambda\sigma_{\mu\nu}k_\nu+\Delta m(k^2_\lambda\gamma_\mu-\hat{k}k_\mu)+[k^2_\lambda P_\mu-k_\lambda P_\lambda k_\mu]\}\gamma_5u_1=0,$$

$$\overline{u}_2\{ik^2\varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}P_\nu k_\lambda\gamma_\sigma\gamma_5+(\Delta m^2-k^2)(k^2_\lambda\gamma_\mu-\hat{k}k_\mu)+\Delta m[k^2_\lambda P_\mu-k_\lambda P_\lambda k_\mu]\}\gamma_5u_1=0,$$

$$\overline{u}_2\{-i\Delta m\varepsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}P_\nu k_\lambda\gamma_\sigma\gamma_5+(k^2-\Delta m^2)\sigma_{\mu\nu}k_\nu+[k^2_\lambda P_\mu-k_\lambda P_\lambda k_\mu]\}\gamma_5u_1=0,$$

можно показать, что имеется связь между формфакторами

$$G_{1m_1m_2}(k^2_\lambda)=G^{(d)}_{m_1m_2}(k^2_\lambda)+\frac{\Delta m}{m}G^{T}_{m_1m_2}(k^2_\lambda)+$$
$$+\frac{\Delta m^2}{k^2_\lambda-\Delta m^2}[G^{(d)}_{m_1m_2}(k^2_\lambda)-G^{(d)}_{m_1m_2}(\Delta m^2)]; \qquad (3.6)$$

$$G_{2m_1m_2}(k^2_\lambda)=G^{(T)}_{m_1m_2}(k^2_\lambda)+\frac{m\Delta m}{k^2-\Delta m^2}[G^{(d)}_{m_1m_2}(k^2_\lambda)-G^{(d)}_{m_1m_2}(\Delta m^2)]. \qquad (3.7)$$

С формальной точки зрения видим, что в статическом пределе ($\Delta m\to 0$) обе параметризации совпадают: $G_{1m_0m_0}(k^2_\lambda)=G^{(d)}_{m_0m_0}(k^2_\lambda)$ и $G_{2m_0m_0}(k^2_\lambda)=G^{(T)}_{m_0m_0}(k^2_\lambda)$. Однако известно, что точка $k^2_\lambda=0$ для формфакторов спинорных частиц является нефизической ввиду того, что излучение фотона свободной спинорной частицей запрещено законом сохранения момента - импульса. Приравнивание же $G_{2m_0m_0}(0)=G^{(T)}_{m_0m_0}(0)$ в точке $\boldsymbol{k}^2=0$ оказывается также бессмысленным ввиду вырождения базиса, построенного на ортах $\boldsymbol{\sigma}$ и $\boldsymbol{k}$. Действительно, третий орт $\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{\sigma}$, по которому направлены эти диполи в пределе $\boldsymbol{k}^2\to 0$, становится неопределенным ввиду изотропности вектора $\boldsymbol{k}$ в этой точке (далее см. заключение). Из-за соотношений между формфакторами (3.6), (3.7), казалось бы, следует, что все формфакторы свободны от кинематических особенностей. При этом, поскольку d и T дают вклад в излучение одного и того же типа $E1$ (которое определяется одним числом - интенсивностью), нет необходимости вводить два вида излучателей, и анапольная параметризация даже предпочтительнее. В соответствии с ней вероятность $E1$-излучения $W(E1)$ пропорциональна $|G_{1m_1m_2}(0)|^2$:

$$W(E1)\sim\omega^3|G_{1m_1m_2}(0)|^2, \qquad (3.8)$$

т.е. является нечетной функцией частоты ω, так как

$$G_1(0)=\sum_n\frac{(-\omega^2)^n}{n!}G_1^{(n)}(\omega^2),$$

где $G_1^{(n)}(w^2)$ - числа, пропорциональные средним радиусам данного распределения. Однако из (3.7) легко видеть, что при наличии излучателей $G^{(d)}$ и $G^{(T)}$, из-за их интерференции вероятность излучения $W(E1)$ — полином всех (как четных, так и нечетных) степеней ω начиная с ω^3. Действительно, используя (3.7) и (3.8), находим, что вероятность $W(E1)$ пропорциональна полиному

$$W(E1)\sim\omega^3\{|G^{(d)}(\omega^2)|^2+2(\omega m)Re[G^{(d)}(\omega^2)G^{(T)}(0)]+(\omega^2/m^2)|G^{(T)}(0)|^2\}$$

в соответствии с общей формулой для интенсивности мультипольного излучения. Заметим, что все введенные формфакторы действительны, если рассматриваемый ток CP-инвариантен. Таким образом, применение для параметризации анапольного вектора $(k^2_\lambda\gamma_\mu-\hat{k}k_\mu)\gamma_5$ вносит подавление, приводящее к невозможности правильного аналитического продолжения формфакторов G_1 и G_2 по одной из масс. Анаполь действительно оправдывает свое название, так как не является представителем ни одного из семейств мультипольных моментов, но есть сумма дипольных зарядового и тороидного моментов. При этом интенсивность их излучения подогнана таким образом, что в сумме эти источники полностью "гасят" друг друга. Анапольная конфигурация относится к неизлучающим источникам, что мы неоднократно подчеркивали (см., например [6]). Однако непригодность его для параметризации тока определяется не этим обстоятельством, а наличием у него кинематического фактора k_λ^2, подавляющего его излучение. Это утверждение, очевидно, справедливо, не только для перехода $j_1 = j_2 = 1/2$, но и в общем случае анапольной параметризации тока перехода частиц с произвольными спинами [12].

4. Заключение

Пора ответить на главный вопрос, поставленный в заглавии статьи. Повторим еще раз общее утверждение, что идентификация по классическим нерелятивистским мультипольным моментам возможна лишь в специальных системах отсчета. Само понятие мультипольного момента какой-либо классической электромагнитной системы, например дипольного зарядового момента системы заряженных частиц, определяется в системе покоя этой системы. При этом распределение дипольного зарядового момента в пространстве волновых векторов, формфактор, оказывается функцией $\boldsymbol{k}^2$. При явно ковариантных параметризациях релятивистских квантовых токов аргументом формфактора, естественно, является уже инвариантный параметр k_μ^2. Параметр $\boldsymbol{k}^2$ может выражаться через инварианты только в специальных лоренцевых системах отсчета, например в брейтовской системе (б.с.)

$$\boldsymbol{k}^2_{\text{б.с.}} = -k_\mu^2 + (m\Delta m/m')^2.$$

(Здесь $m' = \sqrt{P_\mu^2}$ — инвариантная масса "системы", состоящей из частицы в начальном и частицы в конечном состояниях.) Тогда для тока единственной частицы ($\Delta m = 0$) $\boldsymbol{k}^2_{\text{б.с.}} = -k_\mu^2$. Таким образом, в статическом случае ($\Delta m = 0$) возможно приравнивание формфакторов при $\boldsymbol{k}^2_{\text{б.с.}} = 0$, введенных путем неявно ковариантной параметризации, соответствующим собственным мультипольным моментам частицы, что согласуется с обычной нормировкой формфакторов явно ковариантной параметризации, если, конечно, они мультипольные.

Посмотрим как обстоят дела с ана-польной (не-польной, не-мультипольной, см. [3], приложение 3, а также [16], термин "анаполь") параметризацией. Псевдовекторный ток (отдельной) частицы в точке $k_\mu^2 = 0$ приобретает вид

$$J_\mu^{(A)}(k_\lambda) = \frac{1}{(2\pi)^3}\frac{e}{2m_0}\overline{u}_2\Big\{\sigma_{\mu\nu}k_\nu G_1(0) - k_\mu G_2(0)\Big\}\gamma_5 u_1, \qquad (4.1)$$

где анаполь фактически исчезает. Действительно, в данной параметризации его базисный вектор сводится к изотропному 4−вектору k_μ и величина $G_2(0)$, стоящая при этом продольном векторе, утрачивает свой физический смысл [4].

Итак, предложенный нами выбор мультипольной параметризации псевдовекторного тока биспинорных частиц наследует схему решения, найденную Р. Саксом для векторного тока, путем замены вектора $\imath\varepsilon_{\mu\nu\lambda\rho}P_\nu k_\lambda\gamma_\rho\gamma_5$ на псевдовектор $\imath\varepsilon_{\mu\nu\lambda\rho}P_\nu k_\lambda\gamma_\rho$. Однако далее, наше построение псевдовекторной параметризации (3.4) в духе мультипольной классической параметризации кажется на первый взгляд неоправданно усложненной с точки зрения только релятивистской симметрии. В действительности же только она позволяет отразить в ковариантной записи фундаментальную особенность электрической поперечной части тока — ее связь с зарядовыми моментами, выражающуюся на языке мультипольных распределений в единственно допустимом виде [3]

$$E_{lm}(k^2,\, t) = \dot{Q}_{lm}(0,\, t) + \boldsymbol{k}^2 T_{lm}(k^2,\, t), \qquad (4.2)$$

где $E_{lm}(k^2, t)$ — электрические поперечные формфакторы, $\dot{Q}_{lm}(0, t)$ — производные по времени от зарядовых формфакторов, $T_{lm}(k^2, t)$ — тороидные формфакторы [5].

И эта связь, как подчеркивалось в [3], в разделе 8, есть, в конечном итоге, прямое отражение существования в природе только электрических зарядов и отсутствие магнитных. Используя точные формулы (4.28) и (4.29), нетрудно убедиться, что в нашей квантовой релятивистской параметризации (3.4) эта связь соблюдена. Для этого выделим в 3−векторной компоненте (4.28) поперечную часть и сложим ее с тороидной (4.29) так, как они фигурируют в (3.4), получаем

$$-\imath G^{(d)}\frac{\boldsymbol{k}\times[\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{\sigma}]}{\boldsymbol{k}^2} + G^{(T)}\,\boldsymbol{k}\times[\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{\sigma}] \Rightarrow \left(\dot{d} + \boldsymbol{k}^2 T\right)\,\hat{\boldsymbol{k}}\times[\hat{\boldsymbol{k}}\times\boldsymbol{\sigma}]. \qquad (4.3)$$

А при продольном векторе $(k^2P_\mu - (kP)\,k_\mu)\gamma_5$ стоят все $2n$−степенные радиусы зарядового дипольного распределения, которые в сумме с продольной частью, входящей в состав вектора $G^{(d)}\boldsymbol{\sigma}$, образуют продольный электрический формфактор, что видно в с.с. на примере квантовых спинорных частиц.

Однако классическая интерпретация P-, T-, C - несохраняющихся релятивистских токов содержит дополнительные (к обсужденным выше) трудности в рамках общей парадигмы о возможности восстановления пространственной структуры квантовой частицы с локальным точечным взаимодействием путем фурье-преобразования ее феноменологических формфакторов, задаваемых в пространстве волновых 4−векторов. Начнем с

[4] Отметим, что построение феноменологических токов и их взаимодействий для случая, когда базис включает изотропный вектор, было проведено в работах И.В. Полубаринова [17].

[5] Для низкосимметричных систем часто используется приближение $E_{lm}(\boldsymbol{k}^2, t) \approx \dot{Q}_{lm}(0, t)$, обычно именуемое теоремой Зигерта.

того тривиального замечания, что минимальное электромагнитное взаимодействие, введенное в уравнение Дирака, приводит не только к появлению в нем магнитного вектор-потенциала и кулоновского, но и наделяет частицу зарядом и нормальным магнитным моментом. Действительно, редукция минимального взаимодействия частицы в биспинорном представлении к спинорному в специальной системе отсчета (б.с. или с.с.) имеет вид

$$F_{10}(k^2)\bar{u}_2\gamma_\mu u_1 A_\mu \Rightarrow F_{10}(k^2)(\phi_2^+\phi_1\Phi - \frac{1}{m_0}\phi_2^+\boldsymbol{\sigma}\phi_1\boldsymbol{B}), \quad F_{10}(0) = e. \tag{4.4}$$

Второй из вкладов во взаимодействие легко поддается классической интерпретации. Действительно, мы видим взаимодействие намагниченности частицы, распределение которой задается неизвестным нам a priori формфактором $F_{10}(k^2)$ с внешним магнитным полем $\boldsymbol{B}$ [6]. Для анапольного же взаимодействия по тем же рецептам получаем в с.с. (другие системы здесь не подходят !):

$$G_{20}(k^2)\bar{u}_2(k^2\gamma_\mu + 2m_0k_\mu)\gamma_5 u_1 A_\mu \Rightarrow -G_{20}(k^2)\phi_2^+\left(0, \boldsymbol{k}\times[\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{\sigma}]\boldsymbol{A}\right)\phi_1. \tag{4.5}$$

Как интерпретировать последнее выражение? Если бы оператор $\boldsymbol{k} \to -\imath\boldsymbol{\nabla}$ действовал бы во “внутреннем пространстве” частицы, в котором может быть задан эффективный внутренний ток [18], создающий магнитное поле фермиона, то оператор $\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{\sigma}$ вообще соответствовал бы не тороидному (анапольному) моменту, а полоидальному [19]. Поскольку, однако, производные действуют во внешнем пространстве, то их следует перебросить на вектор-потенциал. Тогда возникает взаимодействие спина частицы с $\operatorname{rot}\boldsymbol{B}$, что, с одной стороны, соответствует каноническому виду взаимодействия классического тороидного момента с внешним полем, но, с другой стороны, из-за разной пространственной четности этого момента и спина вынуждает говорить о несохранении четности и приводит к псевдоскалярности энергии взаимодействия (4.5). Конечно, в рамках стандартной теории на уровне кварков часть этих вопросов снимается. Однако переход от квантовых токов к классическим часто совершается некорректным образом ввиду вышеизложенных трудностей.

Рассмотрим одну конкретную схему такого перехода. Вид оператора P-нечетной части тока в (4.5) говорит о том, что этот ток сохраняющийся, т.е. $\operatorname{div}\boldsymbol{J}^{(A)} = 0$ и интегральная запись, соответствующая этому сохранению, приводит к следующим равенствам:

$$\int d^3x\boldsymbol{J}^{(A)} = \boldsymbol{J}^{(A)}(k=0) = 0. \tag{4.6}$$

[6] По скудности наших математических средств мы не можем найти точного решения (квантовых) уравнений Максвелла - Дирака (Швингера - Дайсона) и вынуждены далее восстанавливать вид $F_{10}(k^2)$, пользуясь теорией возмущений.

Далее для упрощения идентификации взаимодействия совершим эффективную замену $G_{20}(k^2)\boldsymbol{\sigma} \to \boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{b}$ — постоянный псевдовектор, т.е. будем считать частицу точечной. Если бы мы рассматривали ток, а не псевдоток, то могли бы далее воспользоваться для нахождения создаваемого им поля (потенциала) уравнением Пуассона для внешнего источника. Совершим эту натяжку и напишем его решение в виде

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}) = \int \frac{d^3x'\boldsymbol{J}^{(A)}(x')}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}'|} = [(\boldsymbol{b}\boldsymbol{\nabla})\boldsymbol{\nabla} - \boldsymbol{b}\Delta]\frac{1}{x}. \tag{4.7}$$

Ввиду условия сохранения тока для вектор-потенциала выполняется калибровка $\operatorname{div}\boldsymbol{A} = 0$. Если отбросить первое слагаемое в последнем из равенств, то в качестве решения обратной задачи — нахождение вида (точечного в данном случае) источника по виду его потенциала — можно прийти к следующему выражению [7]:

$$\boldsymbol{a} = -\pi\int d^3x x^2\boldsymbol{J}^{(A)}(x).$$

Нахождение его таким способом, т.е. за счет замены калибровки, некорректно, поскольку любое изменение первоначальной калибровки приведет к изменению исходного выражения для квантового тока, его непоперечности (а эти свойства жестко связаны у $\boldsymbol{A}$ и $\boldsymbol{J}^{(A)}$) в (4.7), и он уже, вообще говоря, может не соответствовать ни анаполю, ни тороидному диполю. Корректное решение прямой задачи, нахождение вектор-потенциала для точечного тороидного источника впервые было проведено в [22] (см. также [21], p.161) и имеет вид

$$\boldsymbol{A} = \left.\frac{3\boldsymbol{x}(\boldsymbol{x}\boldsymbol{T}) - \boldsymbol{x}^2\boldsymbol{T}}{x^5}\right|_{x\neq 0} + \frac{8\pi}{3}\boldsymbol{T}\delta(\boldsymbol{x}).$$

Из этой формулы следует, что точечный тороидный диполь порождает продольно - поперечный [23], [24] (free-field) потенциал Франца - Эренберга - Сидэя - Бома - Ааронова той же конфигурации, что и магнитное поле, порождаемое точечным магнитным диполем, и электрическое, порождаемое точечным зарядовым диполем. При этом исходный классический точечный ток, создаваемый тороидным диполем, действительно соответствует симметрии квантового тока в (4.5). Именно в силу обсужденных условностей процедура нахождения классического образа статического анаполя (для описания нестатической электромагнитной системы, как мы показали, вообще не годится) в “Физической энциклопедии” [16]

[7] Такое выражение для тороидного диполя было действительно выведено корректным образом в рамках классического электромагнетизма и впервые опубликовано в [20] (см. также [21], арр. B).

анаполь сразу отождествляется с тороидным дипольным моментом, имеющим общее определение:

$$\boldsymbol{T} = \frac{1}{10}\int [\boldsymbol{x}(\boldsymbol{x}\boldsymbol{J}) - 2\boldsymbol{x}^2\boldsymbol{J}]d^3x,$$

хотя, с чем был согласен изобретатель анаполя Я.Б. Зельдович, строго говоря, эти величины разные [8].

В следующей работе мы продемонстрируем непригодность немультипольной параметризации на примере расчета асимметрии слабоэлектромагнитных распадов гиперонов.

Приложение. Соотношения между сохраняющимися феноменологическими токами в биспинорном и спинорном представлениях

Для дальнейшей работы нам понадобятся также следующие величины, заданные в с.с. ($\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \Delta m, \quad k^2 = \Delta m^2 - \boldsymbol{k}^2, \quad r = \sqrt{m^2 - k^2}$) [5]:

$$\boldsymbol{p}_1 = \frac{\boldsymbol{k}}{2}\Big[1 + \frac{m\,\Delta m}{k^2}(1 - \frac{r}{m})\Big]; \tag{4.8}$$

$$\boldsymbol{p}_2 = -\frac{\boldsymbol{k}}{2}\Big[1 - \frac{m\,\Delta m}{k^2}(1 - \frac{r}{m})\Big]; \tag{4.9}$$

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2k^2}\Big[\Delta m\big(m\Delta m + k^2\big) + \big(k^2 - \Delta m\big)r\Big]; \tag{4.10}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{2k^2}\Big[\Delta m\big(m\Delta m - k^2\big) + \big(k^2 - \Delta m^2\big)r\Big]; \tag{4.11}$$

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{p}_2 = \boldsymbol{k}\frac{m\,\Delta m}{k^2}\Big(1 - \frac{r}{m}\Big); \tag{4.12}$$

$$P_0 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = r + \frac{m\,\Delta m^2}{k^2}\Big(1 - \frac{r}{m}\Big); \tag{4.13}$$

$$\varepsilon_1\varepsilon_2 = \frac{1}{4}\Big[m^2 + \Delta m^2 - k^2 - \frac{\Delta m^4}{k^2} - \frac{2m^2\Delta m^2}{k^2}\Big(1 - \frac{\Delta m^2}{k^2}\Big)\Big(1 - \frac{r}{m}\Big)\Big]; \tag{4.14}$$

$$\varepsilon_1\varepsilon_2 - \boldsymbol{p}_1\boldsymbol{p}_2 = \frac{1}{4}\Big[m^2 + \Delta m^2 - 2k^2\Big] = \frac{1}{2}\Big[m_1^2 + m_2^2 - k^2\Big]; \tag{4.15}$$

$$W_1 := m_1 + \varepsilon_1; \qquad W_2 := m_2 + \varepsilon_2; \tag{4.16}$$

[8] Заметим, что одно из свойств анаполя — его неспособность излучать, которая видна непосредственно, но на уровне конфигураций электромагнитных систем может быть интерпретирована лишь с помощью (4.2) и (4.3) — само по себе плодотворно и ведет к решению общей проблемы конструирования неизлучающих систем [25].

$$W_1W_2 = -\frac{\Delta m^2}{2} + \frac{m^2}{2}\Big[1 - \frac{k^2}{2m^2} + \frac{\Delta m^4}{k^4} - \frac{\Delta m^4}{2m^2k^2} + \frac{r}{m}\Big(1 - \frac{\Delta m^4}{k^4}\Big)\Big]; \tag{4.17}$$

$$\boldsymbol{p}_1\boldsymbol{p}_2 = \frac{1}{2}\Big[\frac{k^2}{2} - \frac{\Delta m^4}{2k^2} - \frac{m^2\Delta m^2}{k^2}\Big(1 - \frac{\Delta m^2}{k^2}\Big)\Big(1 - \frac{r}{m}\Big)\Big]; \tag{4.18}$$

$$W_1W_2 - \boldsymbol{p}_1\boldsymbol{p}_2 = \frac{1}{2}\Big\{m^2 - \Delta m^2 - k^2 + m^2\Big[\frac{\Delta m^2}{k^2} + \frac{r}{m}\Big(1 - \frac{\Delta m^2}{k^2}\Big)\Big]\Big\}; \tag{4.19}$$

$$W_1W_2 + \boldsymbol{p}_1\boldsymbol{p}_2 = \frac{1}{2}\Big\{2m^2 - \frac{\Delta m^4}{k^2} - m^2\left(1 + 2\frac{\Delta m^2}{k^2}\right)\left(1 - \frac{\Delta m^2}{k^2}\right)\left(1 - \frac{r}{m}\right)\Big\}; \tag{4.20}$$

$$W_2\boldsymbol{p}_1 + W_1\boldsymbol{p}_2 = -\frac{\boldsymbol{k}}{2}\Delta m\Big[1 + \frac{\Delta m^2}{k^2} - \frac{2m^2\,\Delta m^2}{k^4}\Big(1 - \frac{r}{m}\Big)\Big]; \tag{4.21}$$

$$\boldsymbol{p}_1W_2 - \boldsymbol{p}_2W_1 = \frac{\boldsymbol{k}}{2}m\Big[1 + \frac{r}{m} - \frac{\Delta m^2}{k^2}\Big(1 - \frac{r}{m}\Big)\Big]; \tag{4.22}$$

$$\sqrt{4m_1m_2W_1W_2} = \frac{m\sqrt{m_1m_2}}{2k^2}\Big[k^2 - \Delta m^2 + \big(k^2 + \Delta m^2\big)\frac{r}{m}\Big]. \tag{4.23}$$

Для установления связи явно ковариантного тока с его мультипольной параметризацией нам необходимо записать недиагональные по массам матричные элементы от базисных дираковских операторов в их эквивалентном паулиевском виде. Выпишем еще раз базисные матрицы в блочном виде

$$\boldsymbol{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ -\boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \qquad \gamma_0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \qquad \gamma_5 = -\begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix},$$

$$\sigma^{0i} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix}, \qquad \sigma_{ij} = -i\epsilon_{ijk}\begin{pmatrix} \sigma_k & 0 \\ 0 & \sigma_k \end{pmatrix}; \tag{4.24}$$

$$u_1 = \begin{pmatrix} \left(\frac{W_1}{2m_1}\right)^{1/2}\phi_1 \\ \left(\frac{W_1}{2m_1}\right)^{-1/2}(\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{p}_1)\phi_1 \end{pmatrix}, \quad \bar{u}_2 = \left(\left(\frac{W_2}{2m_2}\right)^{1/2}\phi_2^+, \left(\frac{W_2}{2m_2}\right)^{-1/2}(\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{p}_2)\phi_2^+\right).$$

Для блочного оператора общего вида размерностью 4×4

$$\hat{\Gamma}^D = \begin{pmatrix} \hat{\Gamma}_1 & \hat{\Gamma}_2 \\ \hat{\Gamma}_3 & \hat{\Gamma}_4 \end{pmatrix}, \tag{4.25}$$

матричный элемент между состояниями 1 и 2 расписывается в следующем виде [15]:

$$\overline{u}_2\hat{\Gamma}^D u_1 \Rightarrow \sqrt{\frac{W_1W_2}{4m_1m_2}}\Big[\hat{\Gamma}_1 + \hat{\Gamma}_2\frac{\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{p}_1}{W_1} - \frac{\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{p}_2}{W_2}\hat{\Gamma}_3 - \frac{\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{p}_2}{W_2}\hat{\Gamma}_4\frac{\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{p}_1}{W_1}\Big].$$

Спинорные обкладки в правой части мы здесь и далее опускаем. Теперь для нужных нам операторов эквивалентные выражения легко установить

$$
\begin{array}{ll}
\hat{\Gamma}^D & \Gamma_i\sqrt{N_1N_2} \qquad (N_1N_2 = 4m_1m_2W_1W_2); \\
I & (W_1W_2 - \boldsymbol{p}_1\boldsymbol{p}_2)\sigma_0, \quad k^2 \equiv k_\mu^2; \\
\gamma_0 & (W_1W_2 + \boldsymbol{p}_1\boldsymbol{p}_2)\sigma_0; \\
\boldsymbol{\gamma} & W_2\boldsymbol{p}_1\sigma_0 + W_1\boldsymbol{p}_2\sigma_0 + iW_2\boldsymbol{p}_1 \times \boldsymbol{\sigma} - iW_1\boldsymbol{p}_2 \times \boldsymbol{\sigma}; \\
\sigma_{0i} & W_2p_{1i}\sigma_0 - W_1p_{2i}\sigma_0 + i\epsilon_{ijk}\left(W_2p_{1j}\sigma_k + W_1p_{2j}\sigma_k\right); \\
\sigma_{ij} & -i\epsilon_{ijk}\left((W_1W_2 - \boldsymbol{p}_1\boldsymbol{p}_2)\sigma_k + p_{2k}(\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{p}_1) - p_{1k}(\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{p}_2)\right) - p_{1i}p_{2j}\sigma_0 + p_{1j}p_{2i}\sigma_0; \\
\gamma_5 & W_1(\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{p}_2) - W_2(\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{p}_1); \\
\gamma_0\gamma_5 & -W_1(\sigma\boldsymbol{p}_2) - W_2(\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{p}_1); \\
\boldsymbol{\gamma}\gamma_5 & -(W_1W_2 - \boldsymbol{p}_1\boldsymbol{p}_2)\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{p}_2(\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{p}_1) - \boldsymbol{p}_1(\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{p}_2); \\
\sigma_{0i}\gamma_5 & (W_1W_2 - \boldsymbol{p}_1\boldsymbol{p}_2)\bar{\sigma}_i + p_{i2}(\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{p}_1) + p_{i1}(\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{p}_2); \\
\sigma_{ij}\gamma_5 & i\epsilon_{ijk}\left(W_2p_{1k} + W_1p_{2k}\right)\sigma_0 - W_2\left(p_{1i}\sigma_j + p_{1j}\sigma_i\right) + W_1\left(p_{2i}\sigma_j + p_{2j}\sigma_i\right);
\end{array}
$$

где

$$\sigma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Найденные кинематические выражения позволяют выразить в с.с. феноменологические плотности зарядов и сохраняющихся 4-токов биспинорных частиц через паулиевские спиноры, энергии и 3−вектора. Анализируя переход от первого столбца ко второму, мы можем сразу увидеть следующее. При выборе γ−матриц, когда единичная матрица σ_0 расположена в γ_0 на диагонали, единичный оператор I и $\boldsymbol{\gamma}\gamma_5$ соответствуют образующим (ортам) алгербы кватернионов. С физической точки зрения с помощью I вводиться релятивистски-инвариантный электрический заряд; магнитный момент может быть введен с помощью оператора, который также представляет конвективный ток. Очевидно, что в б.с. последний (как и "псевдоскалярный заряд" при $\gamma_0\gamma_5$) исчезает в соответствии с соотношением, $\boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{p}_2 = 0$, определяющим эту систему. Мы видим, что дипольные моменты могут быть представлены уже тремя альтернативными операторами $\hat{\Gamma}^D$: $\boldsymbol{\gamma}$, $i\sigma_{ij}$, $\boldsymbol{\gamma}\gamma_5$. Однако из-за наличия обобщенных тождеств Гордона (см. также [3], приложение 3) между ними имеются пересвязи [9].

Диагональные по массе матричные элементы феноменологических токов, построенных на основе базиса выбранного представления алгебры Клиффорда для $n = 4$, выглядят сравнительно просто. Недиагональные матричные элементы имеет смысл рассматривать в с.с., где они весьма упрощаются и соответствуют мультипольной параметризации классического электромагнитного тока [3]. Выпишем формулы перехода в с.с. от

[9] В то же время, если апеллировать к локальной теории — квантовой электродинамике, в которой взаимодействие между фотонами и электронами вводится с помощью процедуры "удлинения производной", то в рамках теории возмущений набор операторов, дающих вклады в полное значение магнитного момента (данной частицы или переходного) в матричных элементах может быть определен однозначно. То же самое можно утверждать относительно вкладов в величину тороидного дипольного момента, получаемых в рамках стандартной модели и для зарядового дипольного момента в ее расширениях.

биспинорного представления к паулиевскому для псевдовекторных токов различной структуры:

$$\bar{u}_2\Big(k^2P_\mu - \Big(kP\Big)k_\mu\Big)\gamma_5u_1 = -\frac{\phi_2^+(\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{k})\phi_1}{2\sqrt{m_1m_2}}\Big(k^2P_\mu - m\Delta mk_\mu\Big) = $$
$$= \frac{r\phi_2^+(\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{k})\phi_1}{\sqrt{m^2 - \Delta m^2}}\Big(\boldsymbol{k}^2, \Delta m\boldsymbol{k}\Big); \qquad (4.26)$$

$$\bar{u}_2\Big(k^2\gamma_\mu + mk_\mu\Big)\gamma_5u_1 = \phi_2^+(k^2\sigma_i\delta_{i\mu} - (\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{k})k_\mu\Big)\phi_1 =$$
$$= -\frac{r}{\sqrt{m^2 - \Delta m^2}}\phi_2^+\left(\Delta m\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{k},\, \boldsymbol{k} \times [\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{\sigma}] + \Delta m^2\boldsymbol{\sigma}\right)\phi_1; \qquad (4.27)$$

$$\bar{u}_2\sigma_{\mu\nu}k_\nu\gamma_5u_1 = \frac{r}{\sqrt{m^2 - \Delta m^2}}\phi_2^+\left(\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{k},\, \Delta m\boldsymbol{\sigma}\right)\phi_1; \qquad (4.28)$$

$$i\bar{u}_2\varepsilon_{\mu\nu\lambda\rho}P_\nu k_\lambda\gamma_\rho u_1 = \frac{r}{\sqrt{m^2 - \Delta m^2}}\phi_2^+\left(0,\, \boldsymbol{k} \times [\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{\sigma}]\right)\phi_1. \qquad (4.29)$$

Эти формулы ярко демонстрируют возможности установления связей каждого из токов с мультипольной параметризацией.

Литература

[1] Barton G., *Introduction to Dispersion Techniques in Field Theory*, Benjamin, (1965).

[2] Дубовик В.М., Чешков А.А., Препринты ОИЯИ, Р2-5283, Р2-5284, Дубна (1970); см. также Дубовик В.М., *Диссертация*, ЛТФ ОИЯИ, Дубна, (1967).

[3] Дубовик В.М., Чешков А.А., ЭЧАЯ, т.5, вып.3, 791 (1974).

[4] Drechsel D., Giannini M.M., Phys. Lett. B, **397**, 311-316, (1997).

[5] Букина Е.Н., Дубовик В.М., Кузнецов В.Е., Препринт ОИЯИ, Р2-97-411, Дубна (1997).

[6] Дубовик В.М., Тосунян Л.А., ЭЧАЯ, т.14, вып.5, 1191 (1983).

[7] Тейлор Э., Уилер Дж., *Физика пространства-времени*, М.: Мир, 1969, с. 21.

[8] Ахиезер А.И., Берестецкий В.Б., *Квантовая электродинамика*, М.: Наука, (1969).

[9] Окунь Л.Б., *Слабые взаимодействия элементарных частиц*, М.: ФМ, (1963).

[10] Дубовик В.М., ЯФ, **3**, 148 (1966) [*Sov. J. Nucl. Phys.*, **3**, 105 (1966)].

[11] Sachs R.G., Phys. Rev., **126**, 2256 (1962).

[12] Кобзарев И.Ю., Окунь Л.Б., Терентьев М.В., *Письма ЖЭТФ*, **2**, 10, (1965); Долгов А.Д.. там же, с. 7.

[13] Зельдович Я.Б., Переломов А.М., ЖЭТФ, **39**, 1115 (1960) [Sov. Phys.-JETF, **12**, 777 (1961)].

[14] Зельдович Я.Б., ЖЭТФ, **33**, 1531 (1957) [*Sov. Phys.- JETP*, **6**, 1184 (1958)].

[15] Пилькун Х., *Физика релятивистских частиц*, М.:Мир, (1983).

[16] *Физическая Энциклопедия*, под ред. Прохорова А.М., М.: Сов.Энциклопедия, т.1 (1988).

[17] Полубаринов И.В., *Диссертация*, ЛТФ ОИЯИ, Дубна, (1964); Препринты ОИЯИ, Р2-421, Дубна, (1965); Р2-4564, Дубна, (1969).

[18] Barut A.O., Bracken A., Phys.Rev. D, **23**, 2454 (1981); ibid., **24**, 3333, (1981).

[19] Dubovik V.M., and Kurbatov A.M., in *Quantum Systems: New Trends and Methods*, Eds.: Barut, A. O., Feranchuk, I. D., Shnir, Ya. M. and Tomil'chik, L. M., World Scientific, Singapore, 117 (1994).

[20] Дубовик В.М. в Трудах третьего семинара, *Теоретико-групповые методы в физике*, **2**, отв. ред. Марков М.А., М.:Наука, 356, (1986).

[21] Dubovik V.M., and Tugushev V.V., Phys. Rep., **187** (4), 145 (1990).

[22] Dubovik V.M., JINR Rapid Communications, **3**, 36, (1989).

[23] Dubovik V.M., Shabanov S.V. Special issue *"Essays on the formal aspects of electromagnetic theory"*. Ed. A.Lakhtakia, WS, Singapore, (1992).

[24] Dubovik V.M. and Shabanov S.V. *Free-field potentials in electrodynamics*, Phys. Lett. A, 1989, **142**, p.211-215.

[25] Afanasiev G.N. and Dubovik V.M., ЭЧАЯ, (1998), (в печати).

Рукопись поступила в издательский отдел
30 декабря 1997 года.

Букина Е.Н., Дубовик В.М., Кузнецов В.Е. Р2-97-412

Анаполь или тороидный диполь?

Детально анализируются связи между всеми видами явно ковариантных феноменологических представлений недиагонального по массам тока биспинорных частиц со спином 1/2 и их соответствие неявно ковариантной мультипольной параметризации такого тока. Выявлены представления, содержащие кинематические особенности (constraints). Подчеркивается, что анапольное представление псевдовекторного тока содержит подавление, которое, в частности, приводит к исчезновению излучения таким током. Среди возможных явно ковариантных представлений этого тока имеется универсальное, в котором формфакторы нормированы на дипольные зарядовый и тороидный моменты. Такое представление позволяет описывать любые, в том числе переходные по массам или внемассовые процессы с изменением четности или с ее несохранением.

Вместе с тем, в рамках стандартных ограничений при выборе базиса разложения тока отмечается условность отождествления анаполя с классическим тороидным диполем.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н.Н.Боголюбова ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1997

Перевод авторов

Bukina E.N., Dubovik V.M., Kuznetsov V.E. P2-97-412

Anapole or Toroid Dipole Moment?

Relations between all kinds of explicitly covariant phenomenological representations of the non-diagonal on masses electromagnetic currents of bispinor particles with $s = 1/2$ and their correspondence to the implicitly covariant multipole parametrization of classical current are analyzed in details. The representations with kinematical constraints are revealed. It is emphasized that e.g. the anapole representation of pseudovector current nullifing radiation of this current. Among its admissible explicitly covariant representations there is an universal one in which formfactors are normalized to the charge dipole moment and toroid one permitting one to describe any, including on-mass and off-mass, processes with parity either charged or nonconserved.

The investigation has been performed at the Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 1997