97-411

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P2-97-411

Е.Н.Букина[1], В.М.Дубовик, В.Е.Кузнецов[2]

ВВЕДЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ СИСТЕМ ОТСЧЕТА ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ НА ПРИМЕРЕ ДВУХЧАСТИЧНОГО РАСПАДА

Направлено в журнал «Успехи физических наук»

[1]E-mail:bukina@thsun1.jinr.ru
[2]E-mail:valya@nu.jinr.ru

1997

Памяти моих товарищей,
Г.И. Копылова и А.А. Чешкова.
В.Д.

1. Введение

Совершенствование техники эксперимента и формального аппарата физики элементарных частиц позволяет все более точно ставить и решать задачи в подходах, использующих релятивистское описание в терминах субчастиц, например, с помощью составных моделей или многочисленных упрощенных версий точных релятивистских полевых уравнений типа Бете - Солпитера.

В теоретическом плане под точностью постановки задачи будем понимать такое описание процесса, при котором хотя бы часть измеряемых (контролируемых) его характеристик имеет минимальные кинематические вклады, возникающие, например, за счет релятивистского движения частиц. В задачах атомной физики такой проблемы может практически не возникать (или она имеет упрощенный характер) по двум причинам. Во-первых, в результате реакций не изменяется состав объектов, принимающих в ней участие. Во-вторых, эффект отдачи атома обычно мал и легко учитывается. Поэтому, например, при излучении тяжелым атомом гамма-кванта, энергия последнего может быть непосредственно связана с параметрами атомного потенциала. Однако в физике элементарных частиц такая ситуация встречается реже, чем в атомной, и указанная выше проблема встает во всей полноте. Более того, в много частичных задачах кинематические и динамические эффекты вообще трудно отделимы, так как сопутствуюпие системы отсчета частиц в реакциях $1 \to 3$, $2 \to 3$ и более сложных, вообще говоря, взаимно неинерциальны. Все это заставляет искать специальные системы отсчета, в которых наиболее просто решался бы вопрос сравнения результатов обработки экспериментальных данных с результатами теоретических расчетов, когда внутренняя динамика каждой частицы рассматривается в системе ее покоя или в системе бесконечно большого импульса.

Экспериментальные данные обычно получают в лабораторной системе (л.с.), привязанной к системе покоя одной из частиц (чаще всего мишени), участвующих в реакции или в системе центра инерции (с.ц.и.) сталкивающихся частиц. Однако в системе отсчета, в которой производится измерение, какая-либо важная неинвариантная характеристика изучаемого процесса может вообще оказаться нулевой: так в с.ц.и. при упругом рассеянии не передается энергия. Поэтому для всестороннего изучения процесса теоретикам приходится переводить экспериментальные данные в те или иные, подходящие, системы отсчета. Релятивистская кинематика некоторых, наиболее употребляемых систем отсчета с большим педагогическим мастерством была представлена в монографии Г. И. Копылова [1]; более концентрированное изложение релятивистской кинематики можно найти также в монографиях [9] и [8].

Естественной методикой феноменологического описания высокоэнергетических процессов являются неявно ковариантные параметризации релятивистских матричных элементов квантово - механических операторов. После пионерской работы М. Джакоба и Г. Вика [2] (см. перевод в [10]) эта методика интенсивно развивалась около 40 лет тому назад и нашла яркое воплощение в работах Ю.М. Широкова и А.А. Чешкова [3]. Методика основывается на возможности выбора для каждого типа реакции специальной системы отсчета, в которых описание выглядит по форме трехмерно ковариантным, а по существу большинство кинематических характеристик оказывается заданным лоренц-инвариантным образом [4]. Такие специальные системы отсчета были названы в [5] лоренц-инвариантными системами (л.и.с.). Смысл этого непривычно звучащего термина мы разъясним еще раз в следующем разделе. Здесь же отметим только тот факт, что в физике элементарных частиц инерциальная система (точнее, множество инерциальных систем) определяется конкретными условиями эксперимента: типом ускорителя, свойствами мишени и т.п. Конечно, любое множество инерциальных систем бесчисленно, но характер их движения относительно конкретной, нами выбранной системы, где изучается процесс, одинаков: неускоренный, а потому в эту выбранную систему можно перейти единственным преобразованием Лоренца, в котором изменяются лишь численные значения его параметров [1]. Конечно, в соответствии с последним, все системы отсчета в данном множестве абсолютно равноправны, но некоторые из них могут быть выделены благодаря упрощенной ("симметричной") картине движения частиц, участвующих в данной реакции.

В этой работе, в связи с возрастающей актуальностью методики неявно ковариантных параметризаций и все более широким применением релятивистских моделей составных частиц, в разделе 2 приведены с некоторыми пояснениями общие рецепты поиска л.и.с., сформулированные в [5], где они утонули в большом материале специального характера. В разделе 3 мы подробно исследуем введенную в [5] собственную систему отсчета (с.с.) для распада частицы на две. В разделе 4 приведено сравнение с.с. с другими л.и.с., применяемыми для описания двухчастичного распада. В разделе 5 указаны кинематические ограничения на передаваемые импульсы в различных л.и.с. для процесса распада на лету. В разделе 6 даны указания к практическим применениям различных л.и.с. В заключении сформулирован принцип построения л.и.с. для процессов с произвольным числом частиц. В приложении представлены формулы перехода из системы покоя распадающейся частицы в с.с. в нековариантной записи.

[1]Укажем, что в некоторых монографиях, например в [6], инерциальные системы отсчета называют также лоренцевыми.

2. Определение л.и.с. Пример: собственная система отсчета двухчастичного распада

Итак, согласно [5], л.и.с. — это система отсчета, задание которой (с точностью до трехмерных поворотов и трансляций) однозначным и единым образом определяется в л.с. любой частицы, участвующей в данном процессе [2]. Переход в данную л.и.с. из какой-либо л.с. задается единым алгоритмом, универсальным для всех л.с., изменяются лишь параметры преобразования, заданные, например, в терминах геометрии Лобачевского. При переходе из одной л.с. в другую данная л.и.с. в целом остается неподвижной, а ее трехмерный репер в большинстве случаев при этом совершает пространственный поворот. Отличительным свойством л.и.с. является то, что скалярные кинематические характеристики изучаемого процесса (энергии частиц, скалярные произведения их 3-импульсов и т.д.) в действительности оказываются 4-скалярами.

Л.и.с. выделены из данного множества инерциальных систем отсчета тем, что среди них всегда удается найти такие, где кинематика рассматриваемого процесса симметризуется тем или иным образом, например, возникают простые соотношения между импульсами начальных частиц или начальных и конечных. Например, упругий процесс двухчастичного рассеяния удобно описывать в системе центра инерции (с.ц.и.), поскольку в такой системе в результате рассеяния изменяются лишь направления импульсов частиц, а не их энергетические характеристики. Поэтому параметры соударения легко выражаются через параметры динамической модели, описывающей свойства упругости рассеянных частиц. Однако, например, процесс передачи энергии высокоэнергетической частицей молекулам холодного газа в этой системе описать нельзя, и в этом случае надо использовать какую-либо другую систему отсчета [3]. Из этих же соображений переход $A^* \to A + \gamma$ рассматривается в брейтовской системе

[2]Заметим, что сформулированное утверждение носит приближенный характер и при описании процессов с большими энерговыделениями (дефекты масс сравнимы с массами частиц) справедливо в пренебрежении такими эффектами, как взаимодействие частиц в начальных и конечных состояниях, из-за наличия дальнодействующих сил, в системах поле-частица при изменении направления движения частицы и, конечно, в отсутствие внешних потенциалов, заметно искривляющих траектории частиц на временах наблюдения.

[3]Авторы благодарны Ф.М. Пенькову за это замечание.

отсчета (б.с.), а реакции $A \to B + b$ — в брейтовской системе скоростей (б.с.с.). Для системы N-взаимодействующих частиц л.и.с., например, можно задать условием

$$\boldsymbol{R}^{\text{л.и.с.}} \equiv \sum_{i=1}^{N} a_i \boldsymbol{p}_i^{\text{л.и.с.}} = 0, \tag{2.1}$$

где $\boldsymbol{p}_i^{\text{л.и.с.}}$— трехмерный импульс в л.и.с. i— частицы, участвующей в процессе. Здесь величины a_i - произвольные инварианты, выбранные из соображений удобства, но так, чтобы вектор R_μ был времениподобным, так как скорость преобразования из л.с. в л.и.с. равна

$$\boldsymbol{u} = -\boldsymbol{R}^{\text{л.с.}}/r; \qquad u_0 = R_0^{\text{л.с.}}/r; \qquad r^2 = R_2^\mu \equiv R_0^2 - \boldsymbol{R}^2. \tag{2.2}$$

Соотношение (2.1) инвариантно при лоренцевых преобразованиях из одной л.с. в другую. Все л.и.с., определенные условием (2.1), образуют семейство, параметрами которого являются $N-1$ независимых коэффициентов a_i. Рассмотрим примеры. При наличии в пространстве лишь одной частицы имеется единственная л.и.с. - система покоя этой частицы (определенная, естественно, с точностью до трехмерных поворотов). Для двух частиц возникает однопараметрическое семейство л.и.с.: при $a_1 = a_2 = 1$ — это с.ц.и. или б.с.; при $a_1 = m_2$, $a_2 = m_1$ — это б.с.с. и т.д. Б.с.с. называется система, в которой начальная $\boldsymbol{v}_1$ и конечная $\boldsymbol{v}_2$ скорости реперной частицы равны по величине и противоположны по направлению. При одинаковых массах $m_1 = m_2$ б.с. и б.с.с., естественно, совпадают.

Отметим, что в ансамбле из двух частиц можно инвариантным образом закрепить одну из пространственных осей системы отсчета. При наличии трех или более частиц можно в общем случае инвариантным образом фиксировать все пространственные оси л.и.с.

Для решения задачи релятивистской параметризации матричного элемента оператора (м.э.о.) электромагнитного тока с помощью мультипольных разложений в [5] был использован неявно ковариантный метод с подходящим выбором л.и.с. Было показано, что параметризацию м.э.о. тока, недиагонального по массам, удобно производить в л.и.с., где $\omega = const$ при заданных m_1 и m_2 для произвольных импульсов $\boldsymbol{p}_1$ и $\boldsymbol{p}_2$. Из физических соображений наиболее естественно использовать систему отсчета, в которой $\omega = \Delta m$, в [5] такая система отсчета была названа собственной системой отсчета распада (с.с.). В этой системе излученный фотон имеет "собственную" частоту $\omega^{\text{с.с.}} = \Delta m$ за счет движения распадающейся частицы по направлению излучаемого фотона, т.е. положительного доплеровского эффекта первого порядка. Таким образом, источник излучения в этой системе ведет себя как бесконечно тяжелый объект: изменяя массу, не изменяет своей кинетической энергии, в чем мы убедимся ниже.

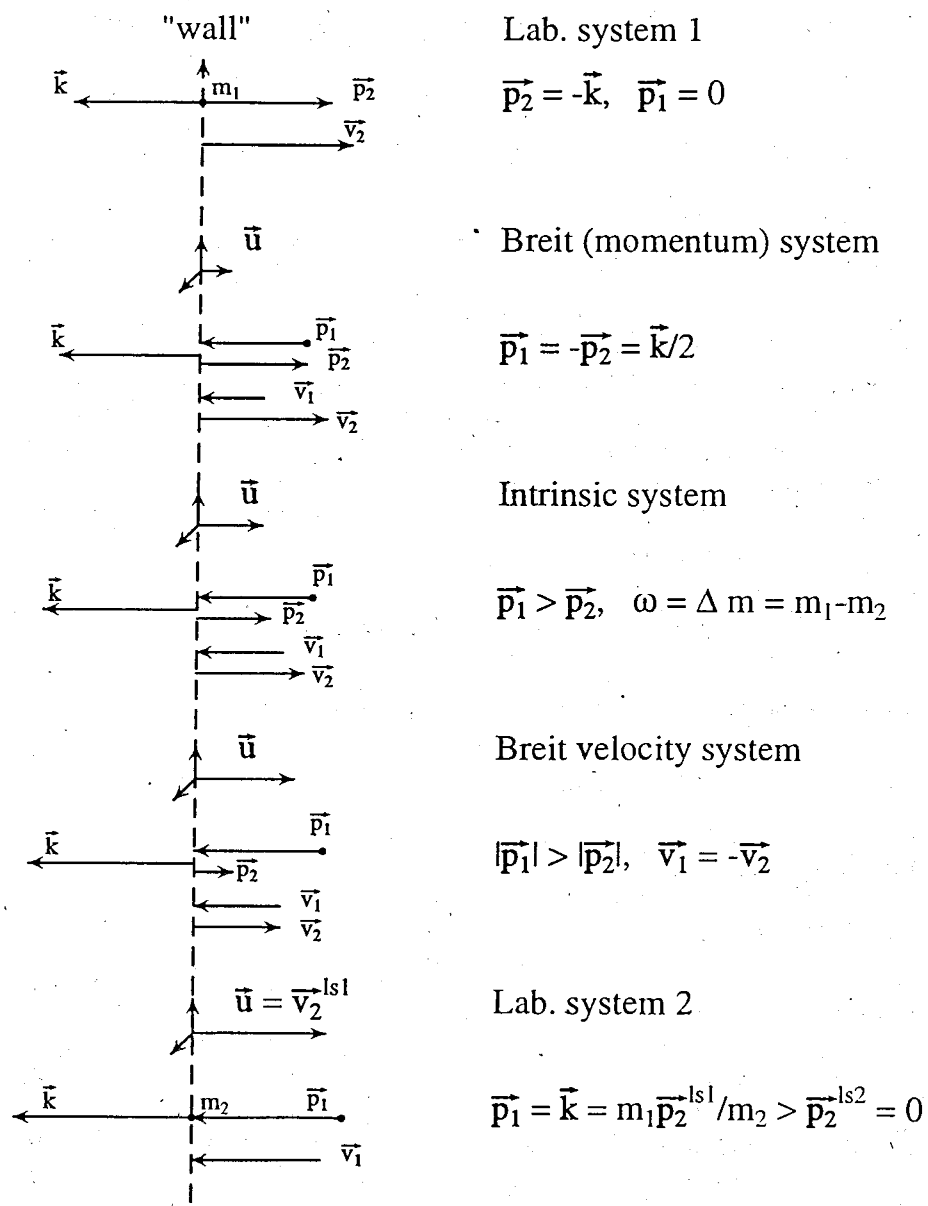

Рис.

Lorentz-invariant systems for two-body decay $F(m_1^2, m_2^2, k_\mu^2 > 0)$

Учитывая условия $\omega^{c.c.} = \Delta m$, положим коэффициенты a_1 и a_2 в (2.1) равными

$$a_1^{c.c.} = 1 - \left(m\Delta m/k_\mu^2\right)\left(1 - r/m\right),$$
$$a_2^{c.c.} = 1 + \left(m\Delta m/k_\mu^2\right)\left(1 - r/m\right). \tag{2.3}$$

Этот простой выбор a_1 и a_2 задает R_μ и r

$$R_\mu^{c.c.} = P_\mu - \left(m\Delta m/k^2\right)\left(1 - r/m\right)k_\mu, \tag{2.4}$$

$$r^{c.c.} = m\sqrt{1 - k_\mu^2/m^2} \tag{2.5}$$

и определяет тем самым с.с. Выбранная таким образом с.с. существует при любых соотношениях масс m_1 и m_2, импульсов $p_1^{c.c.}$ и $p_2^{c.c.}$ и энергиях ε_1 и ε_2, допускаемых законами сохранения.

Посмотрим, как с.с. с ее условием $\omega = m_1 - m_2$ соотносится с л.с. на примере распада $1 \to 2 + \gamma^*$. Запишем условие сохранения энергии в двухчастичном распаде в виде

$$\omega = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = m_1\sqrt{1 + \frac{p_1^2}{m_1^2}} - m_2\sqrt{1 + \frac{p_2^2}{m_2^2}}. \tag{2.6}$$

В системе покоя распадающейся частицы (см. рис.) имеем

$$\omega = m_1 - m_2\sqrt{1 + \frac{p_2^2}{m_2^2}}, \qquad \boldsymbol{p}_2 = \boldsymbol{k}. \tag{2.7}$$

Если фотон находится на массовой оболочке, то $\omega^2 = \boldsymbol{k}^2 = \boldsymbol{p}_2^2\,(c = 1)$ и

$$\omega = m_1 - m_2\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{m_2^2}}.$$

Отсюда следует, что

$$\omega = \frac{m_1^2 - m_2^2}{2m_1} = \frac{m\,\Delta m}{2m_1}. \tag{2.8}$$

Видим, что поскольку всегда $2m_1 > m_1 + m_2 =: m$ по условию задачи, то в данной системе отсчета при любом m_2 имеем $\omega < \Delta m$, а именно, фотон не дополучает из величины дефекта массы энергию, равную $\Delta m - \omega = \Delta m^2/2m_1$. Совершив ту же процедуру (см. рис.) в системе покоя рождающейся частицы 2, очевидно, получим

$$\omega = \frac{m\Delta m}{2m_2} > \Delta m. \tag{2.9}$$

Последнее - естественно, так как в этой системе отсчета фотон уносит часть кинетической энергии распадающейся частицы, равную $\Delta m^2/2m_2$. Сравнивая (2.8) и (2.9), видим, что с.с., определяемая условием $\omega = \Delta m$, является "промежуточной" между двумя рассмотренными л. с. и переход в нее из обоих л.с. осуществляется чисто лоренцевым бустом вдоль единственной оси $\boldsymbol{k}$ со скоростью $\boldsymbol{u}$, определяемой по формулам (2.4) и (2.5).

При рассмотрении перехода в с.с. из системы покоя распадающейся частицы импульсы частиц в с.с. определяются следующим образом:

$$\boldsymbol{p}_1^{c.c.} = \frac{m_1}{r}\left[1 + (m\Delta m/k_\mu^2)(1 - r/m)\right]\boldsymbol{p}_2^{л.с.};$$
$$\boldsymbol{p}_2^{c.c.} = -\frac{m_1}{r}\left[1 - (m\Delta m/k_\mu^2)(1 - r/m)\right]\boldsymbol{p}_2^{л.с.}, \tag{2.10}$$

здесь $\boldsymbol{p}_2^{л.с.} = -\hat{\boldsymbol{k}}rs/2m_1$ — импульс конечной частицы в л.с., где $r = \sqrt{m^2 - k_\mu^2}$, $s = \sqrt{\Delta m^2 - k_\mu^2}$. Подставляя его в формулу (2.10), получаем следующие выражения:

$$\boldsymbol{p}_1^{c.c.} = \left[1 + (m\Delta m/k_\mu^2)(1 - r/m)\right]\frac{s\hat{\boldsymbol{k}}}{2};$$
$$\boldsymbol{p}_2^{c.c.} = -\left[1 - (m\Delta m/k_\mu^2)(1 - r/m)\right]\frac{s\hat{\boldsymbol{k}}}{2}. \tag{2.11}$$

В нерелятивистском приближении $k^2 \ll m^2$ имеем

$$\boldsymbol{p}_1^{c.c.} = \frac{\boldsymbol{k}}{2}\left(1 + \frac{\Delta m}{2m} + \frac{\Delta m k^2}{16m^3} + \ldots\right);$$

$$\boldsymbol{p}_2^{c.c.} = -\frac{\boldsymbol{k}}{2}\left(1 - \frac{\Delta m}{2m} - \frac{\Delta m k^2}{16m^3} - \ldots\right).$$

Откуда следует, что если в б.с. $|\boldsymbol{p}_1| = |\boldsymbol{p}_2|$, то в с.с. $|\boldsymbol{p}_1| > |\boldsymbol{p}_2|$, так что $|\boldsymbol{p}_1|/|\boldsymbol{p}_2| = 1 + \Delta m/m + \ldots$. Нетрудно убедиться, например, в нерелятивистском приближении, что хотя $|\boldsymbol{p}_1| > |\boldsymbol{p}_2|$, но $|\boldsymbol{v}_1| < |\boldsymbol{v}_2|$. Действительно, $\varepsilon_1^{кин} = m_1 v_1^2/2 = k^2/2m = m_2 v_2^2/2$, откуда $v_1 = \sqrt{k^2/mm_1}$, а $v_2 = \sqrt{k^2/mm_2}$, следовательно, $|\boldsymbol{v}_1| < |\boldsymbol{v}_2|$. В [5] показано, что с.с. является универсальной л.и.с. для определения собственных мультипольных моментов и средних радиусов распределений как статических, так и переходных. При этом статические и переходные мультипольные моменты и средние $2n$- степенные радиусы мультипольных распределений определяются как значения соответствующих формфакторов и их n—х производных по k_μ^2 при $k_\mu^2 = \Delta m^2$. Для матричных элементов оператора тока единственной частицы ($\Delta m \equiv 0$) собственной системой является б.с., что видно из (2.3) и (2.1).

Отметим, что система отсчета, в которой всегда $\omega = \Delta m$ — простейшая по кинематике система, отвечающая сформулированным нами требованиям. Подчеркнем, что хотя для конкретности мы обсуждаем процесс излучения, с.с. можно использовать для описания любого переходного процесса $A \to B + b$.

3. Сравнение с.с. с другими л.и.с., применяемыми для описания двухчастичного распада

Излучение фотона движущейся частицей обычно рассматривают в брейтовской системе отсчета (б.с.). Если частица составная и находится в состоянии покоя, то испускание фотона неизбежно сопровождается уменьшением ее полной массы. Сравним описание двухчастичного распада в б.с., в брейтовской системе скоростей (б.с.с.) с описанием этого распада в с.с. (кинематика всех обсуждаемых здесь л.и.с. сведена в табл. 1.).

Начнем с б.с., в которой частица упруго "отскакивает от стенки", изменяя при этом свою массу покоя. Согласно этим условиям, в данной системе отсчета выражения для энергии начального и конечного состояний частицы имеют вид

$$\varepsilon_1 = \sqrt{m_1^2 + \frac{k^2}{4}}\Bigg|_{m_1^2 \gg k^2} \simeq m_1 + \frac{k^2}{8m_1} + \ldots;$$

$$\varepsilon_2 = \sqrt{m_2^2 + \frac{k^2}{4}}\Bigg|_{m_2^2 \gg k^2} \simeq m_2 + \frac{k^2}{8m_2} + \ldots.$$

Из формул сразу видим, что полная энергия начального состояния частицы больше полной энергии частицы в конечном состоянии за счет большей массы покоя, а соотношение между их кинетическими энергиями - обратное. Энергию фотона можно записать в виде разложения

$$\omega = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \Delta m \left(1 - \frac{k^2}{8m_1 m_2} + \ldots\right).$$

Таким образом, в б.с. фотон недополучает часть внутренней энергии, выделяющейся при распаде, по сравнению с тем, что мы наблюдали в с.с.

Табл1. Кинематика лоренц-инвариантных систем двухчастичного распада

	л.с.1.	б. с.	с. с.	б. с. с.	л. с. 2
ε_1	m_1	$\sqrt{m_1^2 + \frac{\vec{k}^2}{4}}$	$\frac{1}{2k_\mu^2}\left[\Delta m(m\Delta m + k_\mu^2) + s^2 r\right]$	$\frac{r}{2}\sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$	$\frac{m_1^2+m_2^2-k_\mu^2}{2m_2}$
ε_1^k	0	$\simeq \frac{\vec{k}^2}{8m_1} + \ldots$	$\simeq \frac{\vec{k}^2}{2m} + \ldots$	$\varepsilon_1 - m_1$	$\frac{s^2}{2m_2}$
ε_2	$\frac{m_1^2+m_2^2-k_\mu^2}{2m_1}$	$\sqrt{m_2^2 + \frac{\vec{k}^2}{4}}$	$\frac{1}{2k_\mu^2}\left[\Delta m(m\Delta m - k_\mu^2) + s^2 r\right]$.	$\frac{r}{2}\sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$	m_2
ε_2^k	$s^2/2m_1$	$\simeq \frac{\vec{k}^2}{8m_2} + \ldots$	$\simeq \frac{\vec{k}^2}{2m} + \ldots$	$\varepsilon_2 - m_2$	0
ω	$\frac{m_1^2+m_2^2+k_\mu^2}{2m_1}$	$\simeq \Delta m - \frac{\vec{k}^2 \Delta m}{8m_1 m_2}$	Δm	$\frac{\Delta m r}{2\sqrt{m_1 m_2}}$	$\frac{m_1^2+m_2^2+k_\mu^2}{2m_2}$
$\lvert\vec{p}_1\rvert$	0	$\frac{\lvert\vec{k}\rvert}{2}$	$\frac{\lvert\vec{k}\rvert}{2}\left[1 + \frac{m\Delta m}{k_\mu^2}\left(1 - \frac{r}{m}\right)\right]$	$\frac{s}{2}\sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$	$\frac{rs}{2m_2}$
$\lvert\vec{p}_2\rvert$	$\frac{rs}{2m_1}$	$\frac{\lvert\vec{k}\rvert}{2}$	$\frac{\lvert\vec{k}\rvert}{2}\left[1 - \frac{m\Delta m}{k_\mu^2}\left(1 - \frac{r}{m}\right)\right]$	$\frac{s}{2}\sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$	0
$\lvert\vec{v}_1\rvert$	0	$\frac{\lvert\vec{k}\rvert}{\sqrt{4m_1^2+\vec{k}^2}}$	$\frac{\lvert\vec{p}_1\rvert}{\varepsilon_1}$	$\frac{r}{s}$	$\frac{rs}{m_1^2+m_2^2-k_\mu^2}$
$\lvert\vec{p}_2\rvert$	$\frac{rs}{m_1^2+m_2^2-k_\mu^2}$	$\frac{\lvert\vec{k}\rvert}{\sqrt{4m_2^2+\vec{k}^2}}$	$\frac{\lvert\vec{p}_2\rvert}{\varepsilon_2}$	$\frac{r}{s}$	0

$\Delta m := m_1 - m_2 \quad m := m_1 + m_2 \quad s := \sqrt{\Delta m^2 - k_\mu^2} \quad r := \sqrt{m^2 - k_\mu^2}$

Рассмотрим теперь б.с.с. В этой системе излучающий объект изменяет свою энергию и импульс, но сохраняет скорость. Точнее, частица, "отскакивая от стенки", изменяет свою энергию, импульс и массу, а скорость — на строго противоположную без изменения ее абсолютной величины. Для релятивистской кинематики это условие имеет вид соотношения

$$\boldsymbol{v}_1 := \frac{\boldsymbol{p}_1}{\varepsilon_1} = -\frac{\boldsymbol{p}_2}{\varepsilon_2} =: -\boldsymbol{v}_2.$$

Вкупе с законами сохранения энергии и импульса, это соотношение приводит к следующей ковариантной записи кинематических параметров распада:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{m_1}{m_2}}\left(m^2 - k_\mu^2\right); \quad \varepsilon_2 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{m_2}{m_1}}\left(m^2 - k_\mu^2\right);$$

$$\boldsymbol{p}_1 = \frac{\hat{\boldsymbol{k}}}{2}\sqrt{\frac{m_1}{m_2}\left(\Delta m^2 - k_\mu^2\right)}; \quad \boldsymbol{p}_2 = \frac{-\hat{\boldsymbol{k}}}{2}\sqrt{\frac{m_2}{m_1}\left(\Delta m^2 - k_\mu^2\right)}.$$

Видим, что

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = -\frac{p_1}{p_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{\varepsilon_1 - m_1}{\varepsilon_2 - m_2} =: \frac{\varepsilon_1^{\text{кин}}}{\varepsilon_2^{\text{кин}}}.$$

Эти соотношения естественны с точки зрения геометрии Лобачевского, поскольку частица в б.с.с. при излучении, хотя и меняет свои внутренние параметры (массу, например), но в этой системе не уходит с гиперболоида единичной массы, отдавая часть кинетической энергии фотону. Из приведенных соотношений видно, что в б.с.с. и полная энергия, и кинетическая энергия распадающейся частицы превышают соответствующие энергии рождающейся частицы для любой k_μ^2. Энергия фотона в этой системе равна

$$\omega = \frac{\Delta m}{2}\sqrt{\frac{m^2 - k_\mu^2}{m_1 m_2}} = \Bigg|_{k^2\to 0} \frac{m\Delta m}{2\sqrt{m_1 m_2}}\left(1 - \frac{k_\mu^2}{2m^2} + \ldots\right).$$

Поскольку область разрешенных значений передаваемых импульсов $k_\mu^2 \in [0, \Delta m^2]$, то из последнего выражения непосредственно следует, что в б.с.с. фотон забирает не только всю внутреннюю энергию, выделяющуюся при распаде, но и часть кинетической энергии распадающейся частицы. В точке $k_\mu^2 = \Delta m^2$ б.с.с. совпадает с с.с., так как энергия фотона становится равной $\omega = \Delta m$. В точке $k_\mu^2 = 0$ энергия фотона $\omega = m\Delta m/2\sqrt{m_1 m_2}$, т.е. обратные значения его энергии и импульса находятся как среднегеометрическое от значений соответствующих величин в системах покоя распадающейся и рождающейся частиц.

4. О кинематических ограничениях на передаваемые импульсы в различных л.и.с.

Обсуждение начнем с системы покоя распадающейся частицы, в которой условие сохранения энергии имеет вид $m_1 = \varepsilon_2 + \omega$, а условие сохранения 4–импульса приводит к соотношению

$$(p_1 - p_2)^2 \equiv 2m_1\varepsilon_2 + m_1^2 + m_2^2 =: k_\mu^2.$$

Из последнего равенства следует

$$\varepsilon_2 = \frac{1/2\,(m^2 + \Delta m^2) - k_\mu^2}{2m_1}.$$

Естественное условие $\varepsilon_2 \geq m_2$ приводит к неравенству

$$1/2\left(m^2 + \Delta m^2\right) - k_\mu^2 \geq 2m_1 m_2 \equiv \frac{m^2 - \Delta m^2}{2},$$

дающему следующее ограничение сверху на область значений передаваемых импульсов: $k_\mu^2 \leq \Delta m^2$, что и неудивительно. Этот порог соответствует, по образному выражению Г.И. Копылова [7], "не распаду, а развалу частицы 1", когда энергия распада не тратится на энергию движения родившихся частиц. Для того, чтобы понять, чему соответствует это ограничение, проанализируем остальные кинематические переменные в л.с. Приведем ковариантное выражение для импульса рождающейся частицы

$$|\boldsymbol{p}_2| = p_2 = \frac{\sqrt{m^2 - k_\mu^2}\sqrt{\Delta m^2 - k_\mu^2}}{2m_1}.$$

Видим, что $|\boldsymbol{p}_2|$ обращается в нуль в двух точках: $k_\mu^2 = \Delta m^2$ и $k_\mu^2 = m^2$, т.е. кроме естественного порога распада $1 \to 2 + \gamma^*$ обнаруживается также псевдопорог в этом канале, который соответствует порогу этой реакции в канале распада "фотона" на две частицы с массами m_1 и m_2: $k_\mu^2 \geq m^2 \equiv (m_1 + m_2)^2$.

В системе покоя родившейся частицы, энергия последней равна $\varepsilon_2 = m_2$, а энергия и импульсы распадающейся частицы выражаются через коварианты следующим образом:

$$\varepsilon_1 = \frac{(m^2 + \Delta m^2) - k_\mu^2}{2m_2};$$

$$|\boldsymbol{p}_1| = p_2 = \frac{\sqrt{m^2 - k_\mu^2}\sqrt{\Delta m^2 - k_\mu^2}}{2m_2} = \frac{r\,s}{2m_2}.$$

Отсюда видно, что мы получим в этой системе те же пороговые значения для k_μ^2.

Посмотрим какие ограничения возникают из анализа кинематических переменных в с.с. Прежде всего, из соотношения $\Delta m^2 - k_\mu^2 = \boldsymbol{k}^2 > 0$ сразу виден тот же порог для процесса распада: $k_\mu^2 \leq \Delta m^2$. Нетрудно убедиться, что те же ограничения следуют из неравенств $\varepsilon_1^{c.c.} \geq m_1, \varepsilon_2^{c.c.} \geq m_2$, $|\boldsymbol{p}_1| \geq 0$ и $|\boldsymbol{p}_2| \geq 0$. Условие положительности подкорневого выражения в r определяет найденное выше положение псевдопорога. Таким образом, с.с. не имеет никаких других кинематических ограничений, кроме естественного порога реакции. Заметим, что в б.с. кинематика распада допускает продолжение в область $k_\mu^2 \in [m^2, m^2 + \Delta m^2]$.

При заданной начальной точке отсчета кинематика двухчастичного распада описывается тремя значениями энергий и девятью проекциями 3-импульсов. Благодаря законам сохранения и кинематическим симметриям, характеризующим каждую из найденных л.и.с., число независимых параметров, описывающих кинематику распада, уменьшается. Так, в б.с. мы задаем проекции импульса "фотона" $\boldsymbol{k}$, массы частиц $p_1^2 = m_1^2$, $p_2^2 = m_2^2$, т.е. пять скалярных величин, из которых две нулевые, два инварианта и один фиксированный нековариантный параметр (проекция $\boldsymbol{k}$ на ось z). Оставшиеся семь параметров выражаются через них с помощью закона сохранения энергии - импульса и геометрического условия $\boldsymbol{p}_1 = \boldsymbol{k}/2$, входящего в определение данной системы отсчета. В с.с. кинематика двухчастичного распада задается (если не считать выбора репера, в том числе направления $\hat{\boldsymbol{k}}$), тремя инвариантами $k_\mu^2, \omega = \Delta m, p_1^2 = m_1^2$. Условие симметрии для с.с. имеет вид $\boldsymbol{p}_1 \times \boldsymbol{k} = 0$.

Можно рассмотреть реакцию, в которой обе рождающиеся частицы не находятся на массовой оболочке, например распад $1 \to \gamma^* + \gamma^*$. Тогда инвариант $p_2^2 = m_2^2$ и ковариант k_μ^2 надо заменить на два свободных ковариантных параметра реакции, скажем $k_{1\mu}^2$ и $k_{2\mu}^2$, для которых нетрудно найти области допустимых значений.

5. Переход из системы покоя распадающейся частицы в с.с. в нековариантной записи

Теперь, когда мы знаем, как в с.с. выражаются энергии и импульсы частиц в реакции $1 \to 2 + \gamma^*$ через инвариантные параметры в с.с., получим их еще раз с помощью лоренцева преобразования из системы покоя распадающейся частицы S в с.с. S'. В общем виде лоренцево преобразование кинематических переменных из S в S' выглядит так [8]:

$$\varepsilon' = \gamma(\varepsilon - \boldsymbol{u}\boldsymbol{p}), \quad \gamma = (1-\beta^2)^{-1}, \quad \beta = |\boldsymbol{u}|/c,$$

$$\boldsymbol{p}' = \boldsymbol{p} + \frac{\gamma \boldsymbol{u}}{c^2}\left(\frac{\gamma \boldsymbol{u}\boldsymbol{p}}{\gamma+1} - \varepsilon\right).$$

В нашем случае эти соотношения принимают вид

$$\varepsilon_1^{c.c.} = \gamma^{c.c}m_1, \qquad \varepsilon_2^{c.c.} = \gamma^{c.c}(\varepsilon_2 - \beta^{c.c}p_2), \tag{5.1}$$

$$p_1^{c.c.} = -\gamma^{c.c}\beta^{c.c}m_1, \qquad p_2^{c.c.} = p_2 + \gamma^{c.c}\beta^{c.c}\left(\frac{\gamma^{c.c}\beta^{c.c}}{\gamma+1}p_2 - \varepsilon_2\right). \tag{5.2}$$

Все импульсы в выбранных системах направлены вдоль или против импульса "фотона", а потому учтено лишь то, что частица 1 приобретает скорость $-\boldsymbol{u}$ в с.с., поскольку с.с. движется со скоростью $+\boldsymbol{u}$ относительно л.с.

Приведем выражения кинематических переменных для двухчастичного распада в системе покоя распадающейся частицы через ковариантные параметры[4]:

$$\varepsilon_1 = m_1, \quad \varepsilon_2 = \frac{1/2(m^2 + \Delta m^2) - k_\mu^2}{2m_1},$$

$$\boldsymbol{p}_1 = 0, \qquad |\boldsymbol{p}_2| = p_2 = \frac{\sqrt{m^2 - k_\mu^2}\sqrt{\Delta m^2 - k_\mu^2}}{2m_1}. \tag{5.3}$$

Проверка самосогласованности выражений для энергий и импульсов в с.с., найденных выше, сводится к тому, что, считая заданными $\gamma^{c.c} = \varepsilon_1^{c.c.}/m_1$ и $\gamma^{c.c}\beta^{c.c} = -p_1^{c.c.}/m_1$, мы можем найти $\varepsilon_2^{c.c.}$ и $p_2^{c.c.}$, а именно:

$$\varepsilon_2^{c.c.} = \frac{1}{m_1}(\varepsilon_1^{c.c.}\varepsilon_2 + p_1^{c.c.}p_2) = \gamma_1^{c.c}(1 + \beta_1^{c.c.}\beta_2)\varepsilon_2;$$

$$p_2^{c.c.} = p_2\left(\frac{\varepsilon_1^{c.c.}}{m_1} - \frac{p_1^{c.c.}\varepsilon_2}{m_1 p_2}\right) = \gamma_1^{c.c}\beta_1^{c.c}\left(\frac{1}{\beta_1^{c.c.}} - \frac{1}{\beta_2}\right)p_2.$$

Подставляя сюда найденные выше $\varepsilon_1^{c.c.}$, $p_1^{c.c.}$, ε_2 и p_2, нетрудно убедиться, что мы получим выражения для $\varepsilon_2^{c.c.}$ и $p_2^{c.c.}$, приведенные в предыдущем параграфе основного текста.

[4] Для данной моды распада энергии и абсолютные значения импульсов фиксированы и выражаются через массы частиц, принимающих участие в этом процессе, то есть через инвариантные величины. Параметрами мы их называем, учитывая, что рассматриваемая частица может распадаться по нескольким модам.

6. Практические замечания

Большая часть работы физиков и теоретиков, и экспериментаторов протекает в русле уточнения уже существующих моделей. Однако представим первоначальную стадию, когда неизвестны ни силы (потенциалы, константы связи), за счет которых образованы составные системы, ни массы их конституэнтов, ни изменение последних в результате реакций. В такой ситуации обработку экспериментальных данных следует производить в нескольких системах отсчета. Каждая из них имеет свои преимущества. Так, если при исследовании распада наименее известна природа распадающейся частицы, то, очевидно, наиболее выгодно изучать процесс в системе покоя этой частицы, так как ее внутренняя динамика в такой системе отсчета выглядит наиболее просто. Если неизвестна структура рождающейся частицы, то наиболее подходящей будет система, в которой покоится уже она, а не распадающаяся частица. Если хорошо известен потенциал, связывающий конституэнты в объекте, но недостоверны значения их масс, то следует начать расчет в б.с.с. Если же мы знаем, что в процессе перехода $1 \to 2$ не изменяются массы конституэнтов составного объекта, то выгоднее всего рассчитывать процесс в с.с., так как энергия "фотона" в этой системе отсчета равна изменению внутренней потенциальной энергии объекта. Напомним, что "в системе покоя распадающейся частицы $(0 \to 1+2)$ из двух рождающихся частиц более массивная обладает и большей энергией, хотя импульсы у них равны; это превосходство в энергии целиком обязано своим происхождением ее большей массе покоя, потому что кинетическая энергия у более тяжелой частицы меньше" [1]. Действительно, в обозначениях [1] имеем

$$\omega_1^* = \frac{m_0}{2} + \frac{m\Delta m}{2m_0}, \quad \omega_2^* = \frac{m_0}{2} - \frac{m\Delta m}{2m_0},$$

здесь $m_0 = m_1 + m_2$, $\Delta m = m_1 - m_2$. Откуда

$$\frac{\omega_1^* - m_1}{\omega_2^* - m_2} = \frac{m_0 - \Delta m}{m_0 + \Delta m}.$$

Симметрия по значениям энергий в этой системе возникает лишь в том случае, если обе рождающиеся частицы имеют одну и ту же массу.

В с.с., как мы видим, равны кинетические энергии распадающейся и одной из родившихся частиц (заведомо имеющих разные массы), а весь дефект массы уносит третья частица, "фотон". Таким образом, акт излучения в этой системе выглядит как излучение бесконечно тяжелым атомом, т.е. без отдачи. Если частицы 1 и 2 рассматриваются как составные, и их конституэнты при переходе $1 \to 2 + \gamma^*$ не изменяют своих масс покоя, то

весь "дефект массы" в этой реакции полностью определяется в с.с. изменением (внутренней) потенциальной энергии в системе конституэнтов. При уменьшении масс конституэнтов в состоянии 2 (как, например, при распаде $\Lambda \to n + \gamma$) наибольшая часть освобождающейся энергии относится за счет перехода $s \to d$, и следовательно относительные скорости конституэнтов в состояниях 1 и 2 будут заметно отличаться. В с.с. зависимость энергий и импульсов частиц от k^2 удобно выражать в единицах, кратных $m\Delta m$. Если "фотон" считать " частицеподобным", то интервал возможных значений k^2 должен целиком находиться во времениподобном интервале $[0, \Delta m^2]$. Если рассматриваемую вершину считать частью какого-то сложного процесса, то k^2 можно продолжить в область отрицательных значений вплоть до бесконечно больших и положить $k^2 = -\zeta m\Delta m$.

Перепишем значения энергии и импульсов частиц в выбранных единицах

$$\omega = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \Delta m;$$

$$\boldsymbol{k} = \hat{\boldsymbol{k}} = \sqrt{\zeta m\Delta m\left(1 + \frac{\Delta m}{\zeta m}\right)} \approx \hat{\boldsymbol{k}}\sqrt{\zeta m\Delta m}\left(1 + \frac{\Delta m}{2\zeta m} + \ldots\right);$$

$$\boldsymbol{p}_1 = \frac{\hat{\boldsymbol{k}}\sqrt{\zeta m\Delta m}}{2}\sqrt{1 + \frac{\Delta m}{\zeta m}}\left(1 - \frac{1}{\zeta} + \frac{1}{\zeta}\sqrt{1 + \zeta\frac{\Delta m}{m}}\right) \approx$$

$$\approx \hat{\boldsymbol{k}} m_1\sqrt{\zeta\frac{\Delta m}{m}}\left(1 + \frac{\Delta m}{2\zeta m} + \ldots\right)\Bigg|_{\zeta\Delta m/m \ll 1}; \tag{6.1}$$

$$\boldsymbol{p}_2 = -\frac{\hat{\boldsymbol{k}}\sqrt{\zeta m\Delta m}}{2}\sqrt{1 + \frac{\Delta m}{\zeta m}}\left(1 + \frac{1}{\zeta} - \frac{1}{\zeta}\sqrt{1 + \zeta\frac{\Delta m}{m}}\right) \approx$$

$$\approx -\hat{\boldsymbol{k}} m_2\sqrt{\zeta\frac{\Delta m}{m}}\left(1 + \frac{\Delta m}{2\zeta m} + \ldots\right)\Bigg|_{\zeta\Delta m/m \ll 1}; \tag{6.2}$$

$$\boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{p}_2 = \hat{\boldsymbol{k}}\sqrt{\frac{m\Delta m}{\zeta}}\sqrt{1 + \frac{\Delta m}{\zeta m}}\left(\sqrt{1 + \zeta\frac{\Delta m}{m}} - 1\right) \approx \frac{\boldsymbol{k}}{2}\delta m\sqrt{\zeta\frac{\Delta m}{m}}; \tag{6.3}$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta m}{2}\left(1 - \frac{1}{\zeta} + \left(\frac{1}{\zeta} + \frac{m}{\Delta m}\right)\sqrt{1 + \zeta\frac{\Delta m}{m}}\right) \approx$$

$$\approx m_1 + \frac{\Delta m}{4}\left(\zeta + \left(1 - \frac{\zeta}{2}\right)\frac{\Delta m}{m} + \ldots\right)\Bigg|_{\zeta\Delta m/m \ll 1}; \tag{6.4}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\Delta m}{2}\left(-1 - \frac{1}{\zeta} + \left(\frac{1}{\zeta} + \frac{m}{\Delta m}\right)\sqrt{1 + \zeta\frac{\Delta m}{m}}\right) \approx$$

$$\approx m_2 + \frac{\Delta m}{4}\left(\zeta + \left(1 - \frac{\zeta}{2}\right)\frac{\Delta m}{m} + \dots\right)\Bigg|_{\zeta\Delta m/m \ll 1}. \qquad (6.5)$$

В точках пороговых значений k_μ^2 и при выборе $\zeta = 1, 2, 3$ выражения для импульсов и энергий частиц, участвующих в распаде, сведены в табл. 2 Таблица наглядно воспроизводит все особенности кинематики распада в с.с.

7. Заключение

В этой работе мы рассмотрели в с.с. вершинную функцию, в которой квадраты 4-импульсов двух входящих в нее частиц не равны, но фиксированы. Такую вершинную функцию принято называть переходным формфактором, а соответствующий ей процесс — распадом. Вообще говоря, в с.с. полезно разобрать кинематику и более сложных вершинных функций. Мы преследовали цель продемонстрировать, как находить л.и.с. для простейшего "асимметричного" процесса, в данном случае по массам $m_1^2 > m_2^2, k_\mu^2$. Рассмотрение какого-либо сложного процесса с составными частицами неизбежно потребует его расчленения на более простые подпроцессы.

Из проведенного анализа следует, что при поисках л.и.с. для любого процесса мы можем руководствоваться тремя базисными симметриями: равенством скоростей каких-либо частиц или групп частиц, участвующих в данном процессе, равенством их импульсов и равенством их кинетических энергий. Подчеркнем, что в том случае, когда инвариантные массы "симметризуемых" частиц или групп частиц не равны, рассмотрение изучаемого процесса в б.с.с. представляет определенные удобства, поскольку его кинематика может достаточно просто описываться формулами гиперболической геометрии Лобачевского. Если частицы, принимающие участие в данной реакции, составные, и в ее результате происходит перестройка или возбуждение этих частиц, а наша задача восстановить внутреннюю динамику процесса, то, как мы показали, удобнее использовать с.с. Б.с. удобна только при рассмотрении упругих процессов. В принципе, для построения "удобных" систем отсчета можно использовать и другие кинематические симметрии, рассматривая более сложные величины, связанные с угловыми моментами или векторами Рунге - Ленца. Однако введенные с использованием таких симметрий системы отсчета

Табл.2. Характерные значения в с. с. энергий и импульсов частиц для процесса $1 \to 2 + \gamma^*$ в зависимости от k_μ^2

$-\infty$	$-3m\Delta m$	$-2m\Delta m$	$-m\Delta m$	0	Δm^2	k_μ^2
$\lvert\vec{p}_1\rvert$	$\sqrt{\frac{m\Delta m}{12}\left(1+\frac{\Delta m}{3m}\right)}\left(2+\sqrt{1+\frac{3\Delta m}{m}}\right) \simeq$	$\sqrt{\frac{m\Delta m}{8}\left(1+\frac{\Delta m}{2m}\right)}\left(1+\sqrt{\frac{2\Delta m}{m}}\right) \simeq$	$m_1\sqrt{\frac{\Delta m}{m}}$	$\frac{\Delta m}{m}\left(m_1 - \frac{\Delta m}{4} - \dots\right) \simeq$	0	$\lvert\vec{p}_1\rvert$
	$\simeq \sqrt{\frac{3}{4}m\Delta m}\left(1+\frac{2\Delta m}{3m}+\dots\right)$	$\simeq \sqrt{\frac{m\Delta m}{2}}\left(1+\frac{3\Delta m}{4m}+\dots\right)$		$\simeq \frac{\Delta m}{4m}(3m_1 + m_2 + \dots)$		
$\lvert\vec{p}_2\rvert$	$\sqrt{\frac{m\Delta m}{12}\left(1+\frac{\Delta m}{3m}\right)}\left(4-\sqrt{1+\frac{3\Delta m}{m}}\right) \simeq$	$\sqrt{\frac{m\Delta m}{8}\left(1+\frac{\Delta m}{2m}\right)}\left(3-\sqrt{\frac{2\Delta m}{m}}\right) \simeq$	$m_1\sqrt{\frac{\Delta m}{m}}\left(1-\sqrt{\frac{2m}{m_1}}\right)$	$\frac{\Delta m}{m}\left(m_2 + \frac{\Delta m}{4} - \dots\right) \simeq$	0	$\lvert\vec{p}_2\rvert$
	$\simeq \sqrt{\frac{3}{4}m\Delta m}\left(-1+\frac{\Delta m}{3m}+\dots\right)$	$\simeq \sqrt{\frac{m\Delta m}{2}}\left(-1+\frac{\Delta m}{4m}+\dots\right)$		$\simeq \frac{\Delta m}{4m}(3m_2 + m_1 + \dots)$		
ε_1	$\sqrt{\frac{\Delta m}{2}}\left[\frac{2}{3}+\left(\frac{1}{3}+\frac{m}{\Delta m}\right)\sqrt{1+3\frac{\Delta m}{m}}\right] \simeq$	$\sqrt{\frac{\Delta m}{2}}\left[\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}+\frac{m}{\Delta m}\right)\sqrt{1+2\frac{\Delta m}{m}}\right] \simeq$	$m_1 + m_1\left(\sqrt{\frac{2m_1}{m}} - 1\right)$	$m_1 + \frac{\Delta m^2}{4m} + \dots$	m_1	ε_1
	$\simeq m_1 + \frac{\Delta m}{2}\left(\frac{3}{2}+\frac{\Delta m}{2m}+\dots\right)$	$\simeq m_1 + \frac{\Delta m}{2}\left(1+\frac{\Delta m}{2m}+\dots\right)$				
ε_2	$\sqrt{\frac{\Delta m}{2}}\left[-\frac{4}{3}+\left(\frac{1}{3}+\frac{m}{\Delta m}\right)\sqrt{1+3\frac{\Delta m}{m}}\right] \simeq$	$\sqrt{\frac{\Delta m}{2}}\left[-\frac{3}{2}+\left(\frac{1}{2}+\frac{m}{\Delta m}\right)\sqrt{1+2\frac{\Delta m}{m}}\right] \simeq$	$m_2 + m_1\left(\sqrt{\frac{2m_1}{m}} - 1\right)$	$m_2 + \frac{\Delta m^2}{4m} + \dots$	m_2	ε_2
	$\simeq m_2 + \frac{\Delta m}{2}\left(\frac{3}{2}+\frac{\Delta m}{2m}+\dots\right)$	$\simeq m_2 + \frac{\Delta m}{2}\left(1+\frac{\Delta m}{2m}+\dots\right)$				
$\lvert\vec{k}\rvert$	$\sqrt{m\Delta m\left(3+\frac{\Delta m}{m}\right)} \simeq$	$\sqrt{m\Delta m\left(2+\frac{\Delta m}{m}\right)} \simeq$	$\sqrt{2m_1\Delta m}$	Δm	0	$\lvert\vec{k}\rvert$
	$\simeq \sqrt{3m\Delta m}\left(1+\frac{\Delta m}{6m}+\dots\right)$	$\simeq \sqrt{2m\Delta m}\left(1+\frac{\Delta m}{4m}+\dots\right)$				
ω	Δm	Δm	Δm	Δm	Δm	ω

будут неинерциальными. Простейшей из них является система вращающихся координат, в которой исчезает полный момент изучаемого составного объекта.

8. Приложение. Кинематические соотношения в собственной системе

Так как с.с. по определению относится к л.и.с., то энергии частиц в распаде $1 \to 2+\gamma^*$ выражаются в ней через ковариантные кинематические параметры реакции и инварианты, а все 3−импульса лежат на единственной оси, определяемой направлением движения распадающейся частицы 1.

При выборе a_1 и a_2 в виде (2.3) 3−импульсы начальной и конечной частиц выражаются следующим образом:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{p}_1 &= \frac{\boldsymbol{k}}{2}\Big[1 + \frac{m\,\Delta m}{k^2}(1 - \frac{r}{m})\Big], \\ \boldsymbol{p}_2 &= -\frac{\boldsymbol{k}}{2}\Big[1 - \frac{m\,\Delta m}{k^2}(1 - \frac{r}{m})\Big]. \end{aligned} \tag{8.1}$$

Из приведенных выражений следует, что при $\Delta m = 0$ с.с. переходит в б.с. Из выражений (8.1) также видно, что в с.с. распадающаяся частица движется "вперед на стенку" при заданном $\boldsymbol{k}^2$ с большим импульсом, чем в б.с., а рождающаяся отскакивает с меньшим импульсом. Именно эта разность компенсирует доплеровский сдвиг энергии фотона.

Нетрудно найти энергии распадающейся и рождающейся частиц

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{2k^2}\Big[\Delta m\Big(m\Delta m + k^2\Big) + \Big(k^2 - \Delta m^2\Big)r\Big], \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{2k^2}\Big[\Delta m\Big(m\Delta m - k^2\Big) + \Big(k^2 - \Delta m^2\Big)r\Big]. \end{aligned} \tag{8.2}$$

Заметим, что при $k_\mu^2 = 0$ сингулярности в этих выражениях (как и в предыдущих) не возникают, т.к. их компенсирует фактор $1 - r/m$, обращающийся в нуль в этой точке. Если из полных энергий частиц ε_1 и ε_2 вычесть, соответственно, их массы покоя, то мы обнаружим, что кинетические энергии у распадающейся и рождающейся частиц одинаковы и равняются

$$\varepsilon_1^{\text{кин}} := \varepsilon_1 - m_1 = \frac{m}{2}\Big(\frac{\Delta m^2 - k^2}{k^2}\Big)\Big(1 - \sqrt{1 - \frac{k^2}{m^2}}\Big) = \varepsilon_2 - m_2 =: \varepsilon_2^{\text{кин}}.$$

Условие положительности кинетической энергии сразу определяет порог и псевдопорог распада

$$\sqrt{k^2} \le \Delta m := m_1 - m_2 \quad \text{и} \quad \sqrt{k^2} \le m := m_1 + m_2. \tag{8.3}$$

В канале $\gamma^* \to 1 + 2$ область разрешенных значений k^2, естественно, начинается с квадрата суммы масс частиц, а порог предыдущего канала реакции является псевдопорогом [8].

Литература

[1] Г.И. Копылов, *Основа кинематики резонансов*, М.: Наука, 1970.

[2] M. Jakob, G.C. Wick, *Ann. Phys.*, **7**, 404 (1979).

[3] А.А. Чешков, Ю.М. Широков, ЖЭТФ, **42**, 144 (1962); ibid., **44**, 1982 (1963).

[4] А.А. Чешков, ЖЭТФ, **50**, 144 (1966).

[5] В.М. Дубовик, А.А. Чешков, ЭЧАЯ, т.5, вып.3, 791 (1974).

[6] Э. Тейлор, Дж. Уилер, *Физика пространства-времени*, М.: Мир, 1969, с. 21.

[7] Г.И. Копылов, *Всего лишь кинематика*, М.: Атомиздат, 1968.

[8] Е. Бюклинг, К. Каянти, *Кинематика элементарных частиц*, М.: Мир, 1975.

[9] А.М. Балдин, В.И. Гольданский, В.М. Максименко, И.Л. Розенталь, *Кинематика ядерных реакций*, М.: Атомиздат, 1968.

[10] М. Гольдбергер, К. Ватсон, *Теория столкновений*, М.: Мир, 1967, с. 786.

Рукопись поступила в издательский отдел
30 декабря 1997 года.