

97-404



СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P2-97-404

П.Г.Акишин, Ю.Л.Калиновский

ТЯЖЕЛЫЕ КВАРКОНИИ В БИЛОКАЛЬНОЙ  
ЭФФЕКТИВНОЙ ТЕОРИИ<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>Работа поддержана РФФИ, грант 97-01-01040

1997

# 1. ВВЕДЕНИЕ

Одной из важных проблем физики адронов является поиск эффектов, характерных для плотной и горячей адронных материй. В экспериментах, планируемых на LHC в ЦЕРН и RHIC в Брукхейвене [1], предполагается создать такие температуры и плотности частиц, когда кварковая подструктура адронов станет явной не только благодаря изменению адронных свойств, но и появлению новой фазы материи, характеризующейся киральной симметрией и кварковым деконфайнментом. Таким образом, становится актуальной задача теоретического описания свойств адронов как составных объектов и их взаимодействий при конечной температуре и плотности.

Соответствующая теоретическая схема должна быть основана на кварковых и глюонных степенях свободы и удовлетворять симметриям квантовой хромодинамики (КХД)[2]. Кроме того, схема КХД в этом случае должна описывать многочастичные системы. Поэтому большинство исследований, проводимых в рамках теорий при конечной температуре и плотности окружающей среды, основаны на мотивированных КХД эффективных моделях. В этих моделях глюонные степени свободы рассматриваются как "замороженные" и основное внимание уделяется изучению эффективного кварк-кваркового взаимодействия. Такие модели, как правило, имеют ограниченные области применения. Так, физика легких адронов, где основную роль играет механизм спонтанного нарушения киральной симметрии, хорошо описывается в моделях типа Намбу-Иона-Лазинио [3-7]. Тяжелые кваркони, где нарушение киральной симметрии не играет большой роли, хорошо описываются в рамках нерелятивистского уравнения Шредингера с растущим потенциалом [8-11]. В частности, спектр чармония и боттомония описывается в хорошем согласии с экспериментом при  $T = 0$ . Обобщение на случай  $T \neq 0$  не так очевидно [11].

В данной работе мы рассматриваем эффективную модель единого описания как легких, так и тяжелых кваркони с помощью ковариантного обобщения одновременного взаимодействия кварков. Показано, что в рамках этой модели воспроизводятся низкоэнергетические теоремы киральной алгебры токов (спонтанное нарушение киральной симметрии, теорема Голдстоуна), нерелятивистский предел тяжелых кварков и симметрия тяжело-легких систем. В качестве потенциала взаимодействия рассматривается по-

тенциал вида [10]

$$V(r, \mu) = \frac{\sigma}{\mu} (1 - e^{-\mu r}) - \frac{\alpha_{\text{eff}}}{r} e^{-\mu r}, \quad (1)$$

который использовался для изучения свойств тяжелых кваркони в плотной и горячей ядерных материях [10, 11]. Параметр  $\mu$  определяет масштаб экранировки связанного состояния и является функцией температуры [11]. При  $\mu \rightarrow 0$  потенциал (1) принимает форму

$$V(r) = -\frac{\alpha_{\text{eff}}}{r} + \sigma r \quad (2)$$

суммы кулоновского (с эффективной константой связи  $\alpha_{\text{eff}}$ ) и линейно растущего потенциала (с параметром  $\sigma$ ).

В работе [12] рассмотрена эффективная бислокальная модель с потенциалом (2). Было проведено описание свойств легких ( $\pi$ -мезон) и тяжело-легких ( $D$ -и  $B$ -мезоны) связанных состояний. Имея в виду обобщение рассматриваемой модели на случай  $T \neq 0$ , в этой работе мы рассматриваем свойства легких ( $\pi$ -мезон) и тяжелых ( $J/\psi$  и  $Y$ -мезоны) адронов и их радиальных возбуждений с потенциалом (1) при малом значении  $\mu$ . Численные расчеты воспроизводят результаты [12] и дают новую информацию о тяжелых кваркони и их радиальных возбуждениях.

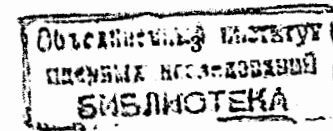
Структура работы следующая.

Во втором разделе рассматривается бислокальная эффективная теория и обсуждается вопрос выбора ядра кварк-кваркового взаимодействия.

В третьем разделе обсуждается процедура адронизации, уравнения Швингера - Дайсона (ШД) и Бете - Солпитера (БС). Показано, что в рассматриваемой модели хорошо воспроизводятся как низкоэнергетические свойства легких мезонов, так и нерелятивистское описание тяжелых кваркони.

В четвертом разделе проводится обсуждение результатов численных расчетов уравнений ШД и БС.

В заключении обсуждается возможность применения предложенной модели для описания свойств легких и тяжелых адронов на случай  $T \neq 0$ .



## 2. ЭФФЕКТИВНАЯ КВАРКОВАЯ ТЕОРИЯ С ОДНОВРЕМЕННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

Рассмотрим эффективное действие, соответствующее двухчастичному взаимодействию кварковых полей [12,13]:

$$W[q, \bar{q}] = \int d^4x \left\{ \bar{q}(x) [G_0^{-1}(x)] q(x) - \frac{1}{2} \int d^4y j_\mu^a(x) [g^2 \hat{D}_{\mu\nu}^{ab}(x-y)] j_\nu^b(y) \right\}, \quad (3)$$

с функцией Грина свободных кварков

$$G_0^{-1} = i\hat{\not{p}} - \hat{m}^0, \quad (4)$$

$\hat{\not{p}} = \partial^\mu \gamma_\mu$ ,  $\hat{m}^0$  - массовая матрица  $\hat{m}^0 = \text{diag}(m_1^0, m_2^0, \dots, m_{N_f}^0)$ ,  $N_f$  - число ароматов кварков. Кварковые цветные токи имеют вид

$$j_\mu^a(x) = \bar{q}(x) \left( \frac{\lambda^a}{2} \right) \gamma_\mu q(x) \quad (5)$$

с матрицами Гелл - Манна  $\lambda^a$  цветовой группы  $SU(3)_c$ . Билокальное ядро взаимодействия в (3)

$$\hat{D}_{\mu\nu}^{ab}(x-y) \equiv \delta^{ab} g_{\mu\nu} D(x-y) \quad (6)$$

будем рассматривать феноменологически как эффективный глюонный пропагатор. Отметим, что такой выбор ядра взаимодействия сохраняет киральную инвариантность действия.

Для описания связанных состояний перепишем часть взаимодействия в (3) как

$$\int d^4x d^4y [q_B(y) \bar{q}_A(x)] \hat{K}_{AB,CD}(x-y) [q_D(x) \bar{q}_C(y)] \quad (7)$$

с ядром

$$\hat{K}_{AB,CD}(x-y) = (\gamma_\mu)_{\tau u} (\gamma_\mu)_{ts} \sum_{a=1}^8 \frac{\lambda_{\alpha\delta}^a}{2} \frac{\lambda_{\gamma\beta}^a}{2} \delta_{it} \delta_{kj} \frac{g^2}{2} D(x-y). \quad (8)$$

Здесь  $A = \{r, \alpha, i\}, \dots, D = \{u, \delta, l\}$  - сокращенные обозначения дираковских, цветовых и ароматных индексов кварковых полей соответственно. Для описания мезонных ( $q\bar{q}$ ) связанных состояний, рассмотрим преобразование Фирца для группы  $SU(3)_c$ :

$$\sum_{a=1}^8 \frac{\lambda_{\alpha\delta}^a}{2} \frac{\lambda_{\gamma\beta}^a}{2} = \frac{4}{3} \delta_{\alpha\beta} \delta_{\gamma\delta} + \frac{2}{3} \sum_{\rho=1}^3 \epsilon_{\rho\alpha\gamma} \epsilon^{\rho\beta\delta}, \quad (9)$$

где  $\epsilon_{\rho\alpha\gamma}$  - антисимметричный тензор. Тождество (9) позволяет переписать взаимодействие в виде суммы двух частей: бесцветный ( $q\bar{q}$ ) и антитриплетный ( $qq$ ) по цвету каналы. Будем рассматривать только бесцветную часть (8). В этом случае действие (3) можно записать как

$$W[q, \bar{q}] = \int d^4x d^4y \left\{ (q(y) \bar{q}(x)) [-G_0^{-1}(x)] \delta(x-y) + \frac{1}{2N_c} \left[ (q(y) \bar{q}(x)) K(x-y) (q(x) \bar{q}(y)) \right] \right\} \quad (10)$$

с ядром взаимодействия

$$K(x-y) = (\gamma_\mu \otimes \gamma_\mu) g^2 D(x-y). \quad (11)$$

В введенной билинейной комбинации ( $q(x) \bar{q}(y)$ ) подразумевается суммирование по числу цветов  $N_c = 3$ . Рассмотрим эффективную теорию с одновременным взаимодействием. Такой тип взаимодействий соответствует описанию связанных состояний в терминах трехмерных волновых функций в пространстве Минковского и естественным путем приводит к нерелятивистскому описанию тяжелых ( $q\bar{q}$ ) систем. Концепция одновременного взаимодействия формулируется ковариантно в предположении, что потенциал взаимодействия движется вместе со связанным состоянием [13]:

$$K(x-y) \longrightarrow K^\eta(x, y) = K^\eta \left( x-y \left| \frac{x+y}{2} \right. \right) = -\not{h} \otimes \not{h} V(z^\perp) \delta(\eta \cdot z). \quad (12)$$

Здесь  $z = x-y$  и  $z_\mu^\parallel = \eta_\mu(z \cdot \eta)$ ,  $z_\mu^\perp = z_\mu - z_\mu^\parallel$ , а вектор  $\eta_\mu$  это единичный вектор буста, пропорциональный полному импульсу связанного состояния  $P_\mu$ :

$$\eta_\mu = \frac{P_\mu}{\sqrt{P^2}}, \quad \eta^2 = 1, \quad \not{h} = \eta^\mu \gamma_\mu. \quad (13)$$

В (12)  $\delta$ -функция,  $\delta(z \cdot \eta)$ , гарантирует одновременность взаимодействия в системе покоя связанного состояния. Поперечность обменного взаимодействия отражает тот факт, что трехмерный потенциал зависит только от поперечной части относительной координаты  $z^\perp$  и знак в (12) выбирается так что трехмерный потенциал притяжения соответствует притяжению в бесцветном канале ядра взаимодействия. Уравнение (12) описывает потенциал, движущийся вместе со связанным состоянием, и его форма приводит к амплитудам с хорошо определенными свойствами относительно преобразований Лоренца.

Для связанного состояния в системе покоя  $\mathbf{P} = 0$ , так что  $\eta_\mu = (1, \mathbf{0})$ , ядро взаимодействия (12) имеет вид

$$K^{(1,0)} = -\gamma_0 \otimes \gamma_0 V(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \delta(x_0 - y_0) . \quad (14)$$

В электродинамике это ядро соответствует обычной кулоновской калибровке (с кулоновским потенциалом  $V(\mathbf{x} - \mathbf{y})$ ). Ядро взаимодействия (14) широко использовалось как модель описания нарушения киральной симметрии сильных взаимодействий [14-19].

Форма потенциала  $V(z^\perp)$ , зависящего от поперечной части относительной координаты  $z$ , выбирается феноменологически в зависимости от типа связанного состояния (легкий - легкий, тяжелый - легкий, тяжелый - тяжелый). В работе [12] показано, что в рамках рассматриваемой модели возможно единое описание легких и тяжело-легких кваркониев с помощью потенциала (2) с параметрами  $\alpha_{\text{eff}} = 0,52$  и  $\sigma = 0,17(\text{ГэВ})^2$ . В данной работе мы обобщаем этот подход для расчета тяжелых кваркониев.

В работе [10] для изучения энергии связи и деконфайнмента тяжелых связанных состояний в термодинамическом окружении использовался потенциал (1), который при  $\mu \rightarrow 0$  совпадает с (2). В работе [20] эффективная бислокальная модель была обобщена на случай  $T \neq 0$  и исследованы свойства легких связанных состояний при  $T \neq 0$  для потенциала в сепарабельной форме. Мы будем обобщать данную схему на случай  $T \neq 0$  для исследования свойств тяжелых кваркониев. В этой работе в качестве первого шага покажем, что возможно единое описание легких и тяжелых связанных состояний с потенциалом (1) при малом значении  $\mu$ .

### 3. Связанные состояния

#### 3.1. Адронизация

Для проведения процедуры адронизации запишем действие (3) символически в виде [21,22]

$$W = (q\bar{q}, -G_0^{-1}) + \frac{1}{2N_c}(q\bar{q}, K^\eta q\bar{q}) . \quad (15)$$

С помощью введения бислокального бозонного поля  $M = M(x, y)$  можно проинтегрировать функциональный интеграл  $\int \mathcal{D}q \mathcal{D}\bar{q} \exp\{iW[q, \bar{q}]\}$  по кварковым полям. В результате получим эффективное мезонное действие

$$W_{\text{eff}}[M] = -N_c \left\{ \frac{1}{2} (M, (K^\eta)^{-1} M) + i \text{Tr} \ln [-G_0^{-1} + M] \right\} . \quad (16)$$

В этом уравнении  $\text{Tr}$  означает как интегрирование по непрерывным переменным, так и суммирование по дискретным переменным. В (16)  $M \equiv M_{ij}(x, y) \sim q_i(x) \bar{q}_j(y)$  (в дальнейшем для простоты дискретные индексы  $i, j$  будем опускать) - это бислокальное мезонное (бесцветное) поле.

Вакуум эффективной теории с действием (16) определяется как минимум (16)

$$\frac{\partial W_{\text{eff}}[M]}{\partial M} = 0 \longrightarrow (K^\eta)^{-1} M + i \frac{1}{-G_0^{-1} + M} = 0 . \quad (17)$$

Вакуумное решение (17) является трансляционно инвариантным. Обозначим его как  $(\Sigma - \hat{m}^0)$ . В результате получим уравнение Швингера - Дайсона

$$\Sigma(x - y) = \hat{m}^0 \delta(x - y) + i K^\eta(x - y) G_\Sigma(x - y) , \quad (18)$$

где функция Грина кварка имеет вид

$$G_\Sigma^{-1}(x - y) = i \not{\partial} \delta(x - y) - \Sigma(x - y) . \quad (19)$$

Мезоны описываются как флуктуации поля  $M(x, y)$  относительно вакуумного решения. Раскладывая действие (16) в окрестности минимума с  $M =$

$(\Sigma - \hat{m}^0) + M'$ , получаем

$$W_{\text{eff}}[M'] = W_{\text{eff}}[\Sigma] + N_c \left\{ -\frac{1}{2} (M', (K^n)^{-1} M') - \frac{i}{2} \text{Tr}(G_\Sigma M')^2 - i \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n} \text{Tr}(-G_\Sigma M')^n \right\}. \quad (20)$$

Равенство нулю второй производной (20) по  $M'$  приводит к уравнению на вершинную функцию  $\Gamma(x, y)$

$$\Gamma(x, y) = -iK^n(x-y) \int dx_1 dx_2 G_\Sigma(x-x_1) \Gamma(x_1, x_2) G_\Sigma(x_2-y). \quad (21)$$

Это уравнение соответствует однородному уравнению Бете - Солштера в "лестничном" приближении. Бозонизованное действие (20) содержит всю информацию о связанных состояниях как кварк-антикварковых парах. Для описания каких-либо конкретных адронных свойств, бислокальное поле  $M'$  можно разложить по амплитудам связанных состояний:

$$\begin{aligned} M'(x, y) &= M'(x-y | \frac{x+y}{2}) = M'(z, X) \\ &= \int \frac{d\mathbf{P}}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2\omega_H}} \left[ e^{iP X} \Gamma_H(z^\perp | P) a_H^\dagger(\mathbf{P}) + e^{-iP X} \Gamma_H(z^\perp | -P) a_H(\mathbf{P}) \right] \delta(z \cdot \eta), \end{aligned} \quad (22)$$

где  $a_H^\dagger(\mathbf{P})$ ,  $a_H(\mathbf{P})$  - операторы рождения и уничтожения связанного состояния с набором квантовых чисел  $H$ . Собственная энергия связанного состояния  $P_0$  фиксируется из условия  $P_0 = \omega_H = \sqrt{\mathbf{P}^2 + M_H^2}$ , где  $M_H$  - масса связанного состояния. Амплитуды связанных состояний (вершинные функции)  $\Gamma_H(z^\perp | \pm P)$  - решения уравнения БС, являются функциями поперечной (относительно  $P$ ) координаты  $z^\perp$ .

Матричные элементы физических процессов можно вычислить обычным образом с помощью (20) и коммутационных соотношений между  $a_H^\dagger(\mathbf{P})$  и  $a_H(\mathbf{P})$ . В частности, амплитуды связанных состояний нормируются из условия, чтобы матричный элемент от квадратичной части эффективного действия (20) приводил к правильному дисперсионному соотношению  $M_H^2 =$

$P_0^2 - \mathbf{P}^2$ . Константы распада (такие как  $F_\pi$  и  $f_V$ ) определяются из матричных элементов квадратичного эффективного действия с помощью введения локальных полей [12].

### 3.2. Уравнение Швингера - Дайсона

Для одновременного взаимодействия уравнение Швингера - Дайсона (18) описывает спектр масс кварков, образующих связанное состояние. В импульсном пространстве оно имеет вид

$$\Sigma(p^\perp) = \hat{m}^0 - i \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} V(p^\perp - q^\perp) \not{q} G_\Sigma(q) \not{q}. \quad (23)$$

Потенциал  $V(p^\perp - q^\perp)$  в (23) связан с  $V(z^\perp)$  как

$$V(p^\perp - q^\perp) = \int d^4 z e^{-i(p-q) \cdot z} V(z^\perp) \delta(\eta \cdot z), \quad (24)$$

$\Sigma(p^\perp)$  - 4-мерный фурье-образ собственной энергии кварка,  $G_\Sigma(q) = (\not{q} - \Sigma(q^\perp))^{-1}$ .

Рассмотрим систему покоя связанного состояния, в которой  $\eta_\mu = (1, \mathbf{0})$  и  $\not{\eta} = \gamma_0$ . Собственную энергию кварка запишем в виде

$$\Sigma(\mathbf{p}) + \vec{p} \cdot \vec{\gamma} = E(\mathbf{p}) S^2(\mathbf{p}) \quad (25)$$

с помощью матрицы Фолди - Воутхойзена  $S(\mathbf{p})$

$$S^{\pm 2}(\mathbf{p}) = \sin(\varphi(\mathbf{p})) \pm \hat{p} \cdot \vec{\gamma} \cos(\varphi(\mathbf{p})), \quad (26)$$

$$S^{\pm 1}(\mathbf{p}) = \cos(\nu(\mathbf{p})) \pm \hat{p} \cdot \vec{\gamma} \sin(\nu(\mathbf{p})), \quad \nu(\mathbf{p}) = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}\pi - \varphi(\mathbf{p})). \quad (27)$$

Здесь  $\mathbf{p} = |\mathbf{p}|$ ,  $\hat{p} = \vec{p}/p$  и  $\varphi(\mathbf{p})$  - так называемый киральный угол (на языке квазичастиц  $\varphi(\mathbf{p})$  определяет угол между спинорами массивных квазичастиц и спинорами свободных кварков в вакууме с нарушенной симметрией). С помощью такой параметризации кварковый пропагатор  $G_\Sigma(q)$  может быть представлен как

$$G_\Sigma(q) = \frac{1}{\not{q} - \Sigma(\mathbf{q})} =$$

$$\begin{aligned}
&= \left( \frac{\Lambda_+(\mathbf{q})}{q_0 - E(\mathbf{q}) + i\epsilon} + \frac{\Lambda_-(\mathbf{q})}{q_0 + E(\mathbf{q}) - i\epsilon} \right) \gamma_0 = \\
&= \gamma_0 \left( \frac{\bar{\Lambda}_+(\mathbf{q})}{q_0 - E(\mathbf{q}) + i\epsilon} + \frac{\bar{\Lambda}_-(\mathbf{q})}{q_0 + E(\mathbf{q}) - i\epsilon} \right). \quad (28)
\end{aligned}$$

Матрицы  $\Lambda_{\pm}(\mathbf{q})$ ,  $\bar{\Lambda}_{\pm}(\mathbf{q})$  имеют вид

$$\Lambda_{\pm}(\mathbf{q}) = S^{-1}(\mathbf{q})\Lambda_{\pm}^0 S(\mathbf{q}), \quad \bar{\Lambda}_{\pm}(\mathbf{q}) = S(\mathbf{q})\bar{\Lambda}_{\pm}^0 S^{-1}(\mathbf{q}), \quad (29)$$

где  $\Lambda_{\pm}^0 = (1 \pm \gamma_0)/2$  это обычный проектор на состояния с положительной и отрицательной энергией.

Подставляя кварковый пропагатор в уравнение Швингера - Дайсона (23), получаем следующую систему на  $E(\mathbf{p})$  и  $\varphi(\mathbf{p})$ :

$$E(\mathbf{p})\sin(\varphi(\mathbf{p})) = m^0 - \frac{1}{2} \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} V(\mathbf{p}-\mathbf{q})\sin(\varphi(\mathbf{q})), \quad (30)$$

$$E(\mathbf{p})\cos(\varphi(\mathbf{p})) = p - \frac{1}{2} \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} V(\mathbf{p}-\mathbf{q})\xi\cos(\varphi(\mathbf{q})), \quad (31)$$

где  $\xi = \cos(\hat{\mathbf{p}} \cdot \hat{\mathbf{q}})$ . Функция  $\varphi(\mathbf{q})$  удовлетворяет граничным условиям:  $\varphi(0) = \pi/2$  и  $\varphi(\mathbf{p}) \rightarrow 0$  для  $\mathbf{p} \rightarrow \infty$ .

Для кулоновского потенциала интегралы в (30) - (31) требуют регуляризации. Подробно вопрос регуляризации рассмотрен в [12,16-19,23]. Здесь мы только укажем что замена  $\mathbf{p}$  и  $m^0$  с помощью

$$\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p} + \frac{1}{2} \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} V_C(\mathbf{p}-\mathbf{q})\xi, \quad (32)$$

$$m^0 \rightarrow m^0 + \frac{1}{2} \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} V_C(\mathbf{p}-\mathbf{q}) \frac{m^0}{\sqrt{q^2 + (m^0)^2}} \quad (33)$$

приводит к конечным интегралам. При этом граничные условия на киральный угол не меняются. При такой замене одночастичная собственная энергия при  $\mathbf{p} \rightarrow \infty$  переходит в энергию свободного кварка. В случае асимптотически свободного потенциала,  $\alpha_{\text{eff}} = \alpha_{\text{eff}}(p^2)$ , уравнение ШД может быть перенормировано с условием, что кварковый пропагатор имеет ту же асимптотику, что и пропагатор свободного кварка при большом трехмерном импульсе  $\mathbf{p}$  [18].

### 3.3. Уравнение Бете - Солпитера

Релятивистское уравнение Бете - Солпитера для движущегося связанного состояния с импульсом  $P$  имеет вид

$$\Gamma^{ab}(p^{\perp}|P) = i \int \frac{dq}{(2\pi)^4} V(p^{\perp} - q^{\perp}) \not{n} G_a(q + \frac{P}{2}) \Gamma^{ab}(q^{\perp}|P) G_b(p - \frac{P}{2}) \not{n}. \quad (34)$$

$\Gamma^{ab}(p^{\perp}|P)$  - вершинная функция связанного состояния с кварком  $a$  и антикварком  $b$ .

После интегрирования (34) по  $dq^{\parallel}$  можно записать уравнение Бете - Солпитера в виде

$$\begin{aligned}
\Gamma^{ab}(p^{\perp}|P) &= \int \frac{dq^{\perp}}{(2\pi)^3} V(p^{\perp} - q^{\perp}) \not{n} \left( \frac{\Lambda_+^a \not{n} \Gamma^{ab}(q^{\perp}|P) \not{n} \bar{\Lambda}_+^b}{(E_+^a + E_-^b) - \sqrt{P^2}} \right. \\
&\quad \left. + \frac{\Lambda_+^a \not{n} \Gamma^{ab}(q^{\perp}|P) \not{n} \bar{\Lambda}_+^b}{(E_+^a + E_-^b) + \sqrt{P^2}} \right) \not{n}. \quad (35)
\end{aligned}$$

Введем волновую функцию Солпитера

$$\Psi^{ab}(q^{\perp}|P) = i \int \frac{dq^{\parallel}}{(2\pi)^3} \not{n} G_a(q + \frac{P}{2}) \Gamma^{ab}(q^{\perp}|P) G_b(p - \frac{P}{2}). \quad (36)$$

Удобно использовать так называемую "раздетую" функцию  $\tilde{\Psi}^{ab}(p^{\perp}|P)$ , связанную с волновой функцией  $\Psi^{ab}(p^{\perp}|P)$  соотношением

$$\tilde{\Psi}^{ab}(p^{\perp}|P) = -S_a^{-1}(p^{\perp}) \Psi^{ab}(p^{\perp}|P) S_b^{-1}(p^{\perp}). \quad (37)$$

С помощью "раздетой" волновой функции перепишем уравнение Бете - Солпитера (34) в виде

$$\begin{aligned}
\tilde{\Psi}^{ab}(p^{\perp}|P) &= \frac{1}{E_{+-}^{ab} - \sqrt{P^2}} \Lambda_+^0 \int \frac{dq^{\perp}}{(2\pi)^3} V(p^{\perp} - q^{\perp}) \\
&\quad \{S_a^{-1}(p^{\perp}) S_a(q^{\perp})\} \tilde{\Psi}^{ab}(q^{\perp}|P) \{S_b(q^{\perp}) S_b^{-1}(p^{\perp})\} \Lambda_+^0 \\
&\quad + \frac{1}{E_{+-}^{ab} + \sqrt{P^2}} \Lambda_-^0 \int \frac{dq^{\perp}}{(2\pi)^3} V(p^{\perp} - q^{\perp}) \\
&\quad \{S_a^{-1}(p^{\perp}) S_a(q^{\perp})\} \tilde{\Psi}^{ab}(q^{\perp}|P) \{S_b(q^{\perp}) S_b^{-1}(p^{\perp})\} \Lambda_+^0. \quad (38)
\end{aligned}$$

Здесь использованы сокращенные обозначения для энергии кварков  $E_{\pm}^{ab} = E_{+}^a + E_{-}^b$ . В общем случае волновая функция  $\tilde{\Psi}^{ab}(q^{\perp}|P)$  имеет вид матрицы  $2 \times 2$

$$\tilde{\Psi}^{ab}(q^{\perp}|P) = \begin{pmatrix} \Psi_{+-}^{ab}(q^{\perp}|P) & \Psi_{++}^{ab}(q^{\perp}|P) \\ \Psi_{--}^{ab}(q^{\perp}|P) & \Psi_{-+}^{ab}(q^{\perp}|P) \end{pmatrix}, \quad (39)$$

Компоненты  $\Psi_{\pm\mp}^{ab}(q^{\perp}|P)$  представляют собой поправки порядка  $v/c$ , а функция  $\Psi_{--}^{ab}(q^{\perp}|P)$  - это  $(v/c)^2$  поправки к "большой" компоненте  $\Psi_{++}^{ab}(q^{\perp}|P)$  волновой функции.

Чтобы получить уравнение на связанное состояние с определенными квантовыми числами, разложим волновую функцию (39) по полной системе матриц Дирака:

$$\begin{aligned} \tilde{\Psi}^{ab}(p^{\perp}|P) &= [L^{(1)}(p^{\perp}|P) + \not{n}L^{(2)}(p^{\perp}|P)] \gamma_5 \\ &+ i [N_{\mu}^{(1)}(p^{\perp}|P) + \not{n}N_{\mu}^{(2)}(p^{\perp}|P)] \gamma_{\mu}^{\perp}. \end{aligned} \quad (40)$$

Волновые функции  $L^{(i)}(p^{\perp}|P)$  и  $N_{\mu}^{(i)}(p^{\perp}|P)$  с  $i = 1, 2$  связаны с большой и малой компонентами волновой функции  $\tilde{\Psi}^{ab}(p^{\perp}|P)$  как

$$\Psi_{\pm\pm}^{ab}(p^{\perp}|P) = L^{(1)}(p^{\perp}|P) \pm L^{(2)}(p^{\perp}|P) \quad (41)$$

с аналогичными соотношениями для  $N_{\mu}^{(i)}(p^{\perp}|P)$ . Функции  $L^{(i)}(p^{\perp}|P)$  и  $N_{\mu}^{(i)}(p^{\perp}|P)$  - волновые функции псевдоскалярных и векторных мезонов соответственно. С помощью вычисления следов в (38) с (40) получаем связанную систему уравнений на компоненты  $L^{(i)}(p^{\perp}|P)$  и  $N_{\mu}^{(i)}(p^{\perp}|P)$

$$\begin{aligned} \sqrt{P^2}L^{(1)}(p^{\perp}|P) - E_{+-}^{ab}L^{(2)}(p^{\perp}|P) &= \\ - \int \frac{dq^{\perp}}{(2\pi)^3} V(p^{\perp} - q^{\perp}) \left\{ [c_p^{\mp} c_q^{\mp} + \xi s_p^{\mp} s_q^{\mp}] L^{(2)}(q^{\perp}|P) \right. \\ &+ s_p^{\mp} s_q^{\pm} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \eta_{\mu} \hat{p}_{\nu}^{\perp} \hat{q}_{\rho}^{\perp} N_{\sigma}^{(2)}(q^{\perp}|P) \left. \right\}, \\ \sqrt{P^2}N_{\mu}^{(1)}(p^{\perp}|P) - E_{+-}^{ab}N_{\mu}^{(2)}(p^{\perp}|P) &= \\ - \int \frac{dq^{\perp}}{(2\pi)^3} V(p^{\perp} - q^{\perp}) \left\{ [c_p^{\mp} c_q^{\mp} (P_p^T)_{\mu\sigma} (P_q^T)_{\sigma\nu} + c_p^{\mp} c_q^{\pm} (P_p^T)_{\mu\sigma} (P_q^L)_{\sigma\nu} \right. \\ &\left. + s_p^{\mp} s_q^{\pm} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \eta_{\nu} \hat{p}_{\rho}^{\perp} \hat{q}_{\sigma}^{\perp} L^{(2)}(q^{\perp}|P) \right\}. \end{aligned} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} &+ c_p^{\pm} c_q^{\mp} (P_p^L)_{\mu\sigma} (P_q^T)_{\sigma\nu} + c_p^{\pm} c_q^{\pm} (\hat{P}_p^L)_{\mu\sigma} (P_q^L)_{\sigma\nu} \left. \right\} N_{\nu}^{(2)}(q^{\perp}|P) \\ &- s_p^{\mp} s_q^{\mp} (\hat{q}_{\mu}^{\perp} \hat{p}_{\nu}^{\perp} - \delta_{\mu\nu}^{\perp}) N_{\nu}^{(1)}(q^{\perp}|P) + s_p^{\pm} s_q^{\mp} \hat{p}_{\mu}^{\perp} \left( \hat{q}_{\nu}^{\perp} N_{\nu}^{(2)}(q^{\perp}|P) \right) \\ &- s_p^{\pm} s_q^{\mp} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \eta_{\nu} \hat{p}_{\rho}^{\perp} \hat{q}_{\sigma}^{\perp} L^{(2)}(q^{\perp}|P) \left. \right\}. \end{aligned} \quad (43)$$

Для поперечных и продольных проекторов введены обозначения:  $(P_p^T)_{\mu\sigma} = \delta_{\mu\sigma}^{\perp} - \hat{p}_{\mu}^{\perp} \hat{p}_{\sigma}^{\perp}$ ,  $(P_p^L)_{\mu\sigma} = \hat{p}_{\mu}^{\perp} \hat{p}_{\sigma}^{\perp}$  с аналогичными соотношениями для  $P_q^T$  и  $P_q^L$ , и  $\delta_{\mu\nu}^{\perp} = g_{\mu\nu} - \eta_{\mu}\eta_{\nu}$ , а величины  $c_p^{\pm}$ ,  $s_p^{\pm}$  определяются матрицей Фолди - Вутхойзена (26)

$$\begin{aligned} c_p^{\pm} &= \cos [\nu_a(p^{\perp}) \pm \nu_b(p^{\perp})] = \cos [\nu_a(p^{\perp})] \cos [\nu_b(p^{\perp})] \\ &\mp \sin [\nu_a(p^{\perp})] \sin [\nu_b(p^{\perp})], \\ s_p^{\pm} &= \sin [\nu_a(p^{\perp}) \pm \nu_b(p^{\perp})] = \sin [\nu_a(p^{\perp})] \cos [\nu_b(p^{\perp})] \\ &\pm \cos [\nu_a(p^{\perp})] \sin [\nu_b(p^{\perp})]. \end{aligned} \quad (44)$$

Система (42) - (43) имеет релятивистски-инвариантную форму.

Рассмотрим некоторые частные случаи.

В системе покоя связанного состояния ( $\mathbf{P} = 0$ ) система уравнений (42) - (43) принимает вид системы уравнений на массу связанного состояния

$$\begin{aligned} ML^{(1)}(\mathbf{p}) - E^{ab}(\mathbf{p})L^{(2)}(\mathbf{p}) &= \\ &= \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} V(\mathbf{p} - \mathbf{q}) \left\{ [c_p^{\mp} c_q^{\mp} + \xi s_p^{\mp} s_q^{\mp}] L^{(2)}(\mathbf{q}) \right. \\ &\left. + s_p^{\mp} s_q^{\pm} \hat{\mathbf{p}} \cdot [\hat{\mathbf{q}} \times \mathbf{N}^{(2)}(\mathbf{q})] \right\}, \\ MN^{(1)}(\mathbf{p}) - E^{ab}(\mathbf{p})N^{(2)}(\mathbf{p}) &= \\ &= \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} V(\mathbf{p} - \mathbf{q}) \left\{ [c_p^{\mp} c_q^{\mp} (P_p^T P_q^T) + c_p^{\mp} c_q^{\pm} (P_p^T P_q^L) \right. \\ &+ c_p^{\pm} c_q^{\mp} (P_p^L P_q^T) + c_p^{\pm} c_q^{\pm} (P_p^L P_q^L)] N^{(2)}(\mathbf{q}) \left. \right\} \\ &- s_p^{\mp} s_q^{\mp} [\hat{\mathbf{p}} \times [\hat{\mathbf{q}} \times \mathbf{N}^{(2)}(\mathbf{q})]] + s_p^{\pm} s_q^{\mp} \hat{\mathbf{p}} \cdot \mathbf{N}^{(2)}(\mathbf{q}) \end{aligned} \quad (45)$$

$$-s_p^\pm s_q^\mp [\hat{p} \times \hat{q}] L^{(1)}(\mathbf{q}) \} . \quad (46)$$

Символ "×" обозначает векторное произведение. Система (45) - (46) содержит смешанное слагаемое, пропорциональное разности масс кварков, образующих связанное состояние.

В случае *одинаковых кварковых ароматов* уравнения для  $L$  и  $N$  расщепляются. В результате получаем систему уравнений для  $L$  - компонент волновой функции  $\pi$ -мезона ( $m_u = m_d$ ).

$$M_\pi L^{(1)}(\mathbf{p}) - 2E(\mathbf{p})L^{(1)}(\mathbf{p}) = \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} V(\mathbf{p} - \mathbf{q}) \{ c_p^\mp c_q^\mp + \xi s_p^\mp s_q^\mp \} L^{(1)}(\mathbf{q}). \quad (47)$$

Уравнение (47) описывает пион как голдстоуновский бозон. Действительно, если компонента  $L^{(2)}(\mathbf{p}) = 0$ , то второе уравнение в (47) приводит к  $M_\pi = 0$  и с  $L^{(1)}(\mathbf{p}) \sim \sin[\varphi(\mathbf{q})]$ , уравнение (47) совпадает с уравнением Швингера - Дайсона в пределе  $m^0 = 0$ .

$N$  - компоненты волновой функции соответствуют векторным мезонам  $\rho$  ( $m_a = m_b = m_u = m_d$ ),  $J/\psi$  ( $m_a = m_b = m_c$ ) и  $Y$  ( $m_u = m_b = m_b$ ):

$$M_V N^{(1)}(\mathbf{p}) - 2E(\mathbf{p})N^{(1)}(\mathbf{p}) = \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} V(\mathbf{p} - \mathbf{q}) \left\{ \left[ c_p^\mp c_q^\mp (P_p^T P_q^T) + c_p^\mp c_q^\pm (P_p^T P_q^L) + c_p^\pm c_q^\mp (P_p^L P_q^T) + c_p^\pm c_q^\pm (P_p^L P_q^L) \right] N^{(1)}(\mathbf{q}) - s_p^\mp s_q^\mp [\hat{p} \times \hat{q}] \times N^{(2)}(\mathbf{q}) + s_p^\pm s_q^\pm \hat{p} (\hat{q} \cdot N^{(2)}(\mathbf{q})) \right\}. \quad (48)$$

Рассмотрим также *предел тяжелых кварков*. Для этого предположим, что  $a$  - тяжелый кварк с  $E_a = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m_a^2} \approx m_a = m_Q$ . Соотношения  $c_p^\pm \approx \cos[\nu_b(\mathbf{p})]$ ,  $s_p^\pm \approx \pm \sin[\nu_b(\mathbf{p})]$  приводят к равенствам  $L^{(1)}(\mathbf{p}) = L^{(2)}(\mathbf{p})$  и  $N^{(1)}(\mathbf{p}) = N^{(2)}(\mathbf{p})$ . Используя их, систему (45) - (46) можно переписать в виде

$$\left[ M - E(\mathbf{p}) \right] L(\mathbf{p}) = \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} V(\mathbf{p} - \mathbf{q}) \left\{ [c_p^b c_q^b + \xi s_p^b s_q^b] L(\mathbf{q}) \right.$$

$$\left. - s_p^b s_q^b [\hat{p} (\hat{q} \times N(\mathbf{q}))] \right\}, \quad (49)$$

$$\left[ M - E(\mathbf{p}) \right] N(\mathbf{p}) = \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} V(\mathbf{p} - \mathbf{q}) \left\{ c_p^b c_q^b N(\mathbf{q}) - s_p^b s_q^b ([\hat{p} \times [\hat{q} \times N(\mathbf{q})]] - \hat{p} (\hat{q} \cdot N(\mathbf{q}))) + s_p^b s_q^b [\hat{p} \times \hat{q}] L(\mathbf{q}) \right\}. \quad (50)$$

Здесь  $E(\mathbf{p}) = m_Q + E_b(\mathbf{p}) \approx m_Q$ . Уравнения (49) - (50) воспроизводят симметрию тяжелых кварков: псевдоскалярные связанные состояния вырождены с векторными. Эта симметрия есть следствие того, что динамика взаимодействия становится независимой от спина в пределе  $m_Q \rightarrow \infty$ . Это легко показать для  $S$ - волнового связанного состояния. В этом случае уравнения на  $L$ -и  $N$ -компоненты расщепляются, и если только существует решение уравнения (49) в форме  $L(\mathbf{p}) = f(|\mathbf{p}|)$ , то решение уравнения (50) имеет вид  $N(\mathbf{p}) = N f(|\mathbf{p}|)$  с той же самой волновой функцией  $f(\mathbf{p})$  и некоторым вектором  $N$ . Аналогичные вырождения возникают и для состояний с другими  $J^P$  [12]. Таким образом, уравнения на связанные состояния (49) - (50), естественно, реализуют симметрию тяжелых кварков.

Рассмотрим теперь *нерелятивистский предел* в уравнении (48). Используя определение матриц Фолди - Воутхойзена (26) и соотношения

$$\cos[\nu(\mathbf{p})] \approx 1 - \frac{\mathbf{p}^2}{8m^2}, \quad \sin[\nu(\mathbf{p})] \approx \frac{\mathbf{p}}{2m}, \quad (51)$$

$$2E(\mathbf{p}) - M_V \approx \frac{\mathbf{p}^2}{m} - (M_V - 2m),$$

можно переписать (48) как систему уравнений

$$\left[ \frac{\mathbf{p}^2}{m} - (M_V - 2m) \right] \Psi_{++}(\mathbf{p}) = - \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} V(\mathbf{p} - \mathbf{q}) \left\{ [a(\mathbf{p}, \mathbf{q}) + b(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \hat{A}(\mathbf{p}, \mathbf{q})] \Psi_{++}(\mathbf{q}) + c(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \hat{B}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \Psi_{--}(\mathbf{q}) \right\}, \quad (52)$$



$$\left[ \frac{p^2}{m} + (M_V + 2m) \right] \Psi_{--}(\mathbf{p}) = \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} V(\mathbf{p} - \mathbf{q}) \left\{ \left[ a(\mathbf{p}, \mathbf{q}) + b(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \hat{A}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \right] \Psi_{--}(\mathbf{q}) + c(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \hat{B}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \Psi_{++}(\mathbf{q}) \right\}.$$

Здесь

$$a(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = 1 - \frac{1}{4m^2}(p^2 + q^2), \quad b(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = -\frac{1}{2m^2}(p\mathbf{q}),$$

$$c(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = -\frac{1}{4m^2}(p^2 + q^2), \quad (53)$$

и операторы  $\hat{A}(\mathbf{p}, \mathbf{q})$  и  $\hat{B}(\mathbf{p}, \mathbf{q})$  действуют на волновую функцию как

$$\hat{A}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = ([\hat{\mathbf{p}} \times \hat{\mathbf{q}}] \times \odot - \xi \odot) \quad (54)$$

$$\hat{B}(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{2p\mathbf{q}}{p^2 + q^2} \xi \right) \odot + \frac{q^2}{p^2 + q^2} ([\hat{\mathbf{q}} \times [\hat{\mathbf{q}} \times \odot]]) + \frac{p^2}{p^2 + q^2} ([\hat{\mathbf{p}} \times [\hat{\mathbf{p}} \times \odot]]) - \frac{2p\mathbf{q}}{p^2 + q^2} ([\hat{\mathbf{p}} \times [\hat{\mathbf{q}} \times \odot]] + [\hat{\mathbf{q}} \times [\hat{\mathbf{p}} \times \odot]]) \quad (55)$$

Здесь  $\xi = \cos(\hat{\mathbf{p}} \cdot \hat{\mathbf{q}})$  и символ  $\odot$  обозначает волновую функцию. Оператор  $\hat{B}(\mathbf{p}, \mathbf{q})$  - это оператор взаимодействия кварков, приводящий к сверхтонкому расщеплению уровней кваркониев. Пренебрегая сверхтонким расщеплением, получаем уравнение Шредингера для тяжелого векторного мезона в импульсном пространстве [9]

$$\left[ \frac{p^2}{m} - (M_V - 2m) \right] \Psi(\mathbf{p}) = - \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} V(\mathbf{p} - \mathbf{q}) \left\{ \left[ 1 - \frac{q^2 + p^2}{4m^2} \right] \Psi(\mathbf{q}) + \xi \frac{p\mathbf{q}}{2m^2} \Psi(\mathbf{q}) - \frac{p\mathbf{q}}{2m^2} [[\hat{\mathbf{p}} \times \hat{\mathbf{q}}] \times \Psi(\mathbf{q})] \right\}. \quad (56)$$

## 4. Обсуждение результатов

Уравнения Швингера - Дайсона и Бете - Солпитера являются нелинейными, в общем случае сингулярными интегральными уравнениями, и могут быть решены только методами численного анализа. Вопросы, связанные с математическими методами решения подобных задач для различных классов потенциалов, рассматривались в работах [24 - 26].

В данной работе обсуждаются результаты решения уравнений Швингера - Дайсона и Бете - Солпитера для легких и тяжелых кваркониев с потенциалом вида (1). Численные расчеты проводились для следующего набора параметров:  $\alpha_{\text{eff}} = 0.5$ ,  $\sigma = 0,251(\text{ГэВ})^2$  и  $\mu = 10^{-3}(\text{ГэВ})$ . На рис. 1 энергия кварка  $E(\mathbf{p})$  представлена как функция модуля трехмерного импульса  $p$  для различных масс кварков  $m^0$ . Видно, что при малых  $m^0$  энергия становится отрицательной для значений  $p$ , близких к нулю. Этот факт связан с механизмом спонтанного нарушения киральной симметрии. При больших значениях массы  $m^0$  этот эффект не является определяющим. Киральный угол  $\varphi(\mathbf{p})$  приведен на рис. 2. При малых значениях  $m^0$ ,  $\varphi(\mathbf{p})$  - быстро меняющаяся функция, хотя при больших значениях  $m^0$  практически постоянна и равна  $\pi/2$ .

Найденные  $E(\mathbf{p})$  и  $\varphi(\mathbf{p})$  с указанными выше параметрами потенциала, использовались при численном решении уравнения Бете - Солпитера для легких и тяжелых мезонов.

Радиальные волновые функции  $\pi$ -мезона и его радиальных возбуждений ( $I^{(1)}(\mathbf{p}) = pL^{(1)}(\mathbf{p})$ ), являющиеся решениями уравнения (47), представлены на рис. 3 - 5. Решения нормированы из условия, чтобы выполнялся релятивистский закон дисперсии для пиона [12]. Параметры потенциала  $\alpha_{\text{eff}}$ ,  $\sigma$  и значение массы  $m^0 = 1,88 \text{ МэВ}$  выбирались таким образом, чтобы выполнялось условие  $M_\pi = 140 \text{ МэВ}$ . На рис. 4, 5 приведены волновые функции возбужденных состояний пиона

$$M_{\pi'} = 1,263 \text{ ГэВ} (1,3 \text{ ГэВ});$$

$$M_{\pi''} = 1,908 \text{ ГэВ} (1,77 \text{ ГэВ}).$$

В скобках указаны экспериментальные значения масс.

На рис. 6 - 11 приведены результаты численного решения уравнений (48) для тяжелых кваркониев: для  $J/\psi$  ( $m^0 = 1,2 \text{ ГэВ}$ , рис. 6 - 8) и для  $Y$  ( $m^0 = 4,635 \text{ ГэВ}$ , рис. 9 - 11). Значения параметров потенциала

Таблица . Значения масс векторных мезонов и их радиальных возбуждений

Состояние	М (ГэВ)		
	Эксперимент	Данная работа	Работа [11]
$J/\psi$	3.097	3.108	3.0697
$\psi'$	3.686	3.612	3.6978
$\psi''$	4.040	4.030	4.1696
$Y$	9.460	9.32	9.4450
$Y'$	10.0233	10.019	10.0040
$Y''$	10.3553	10.331	10.3547

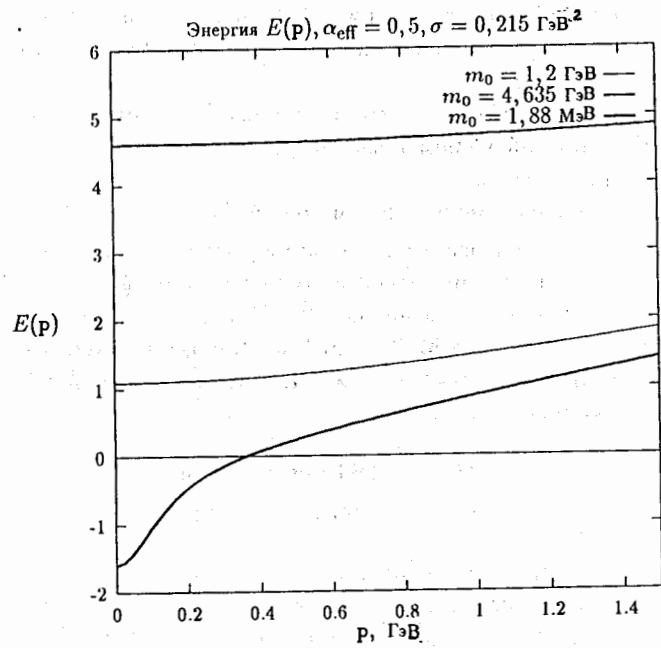


Рисунок 1

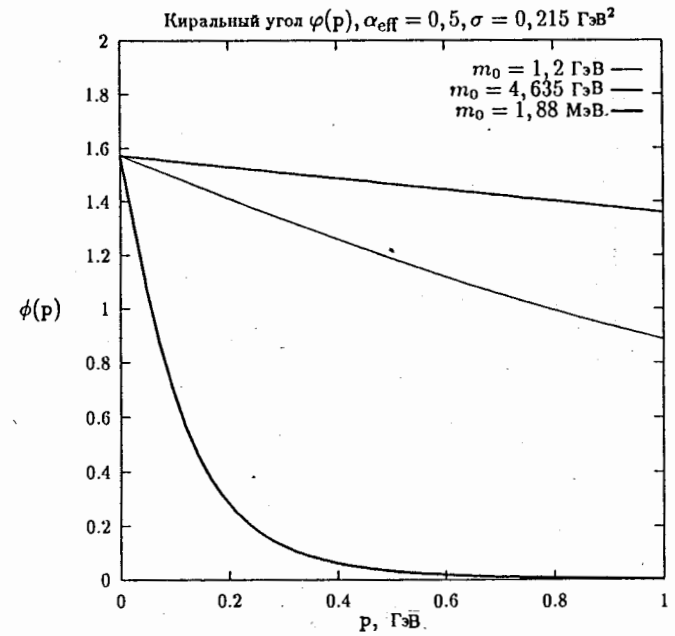


Рисунок 2

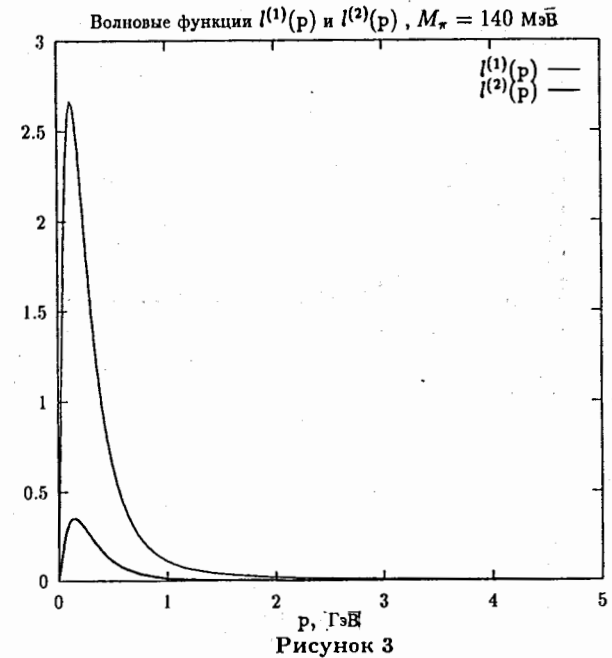
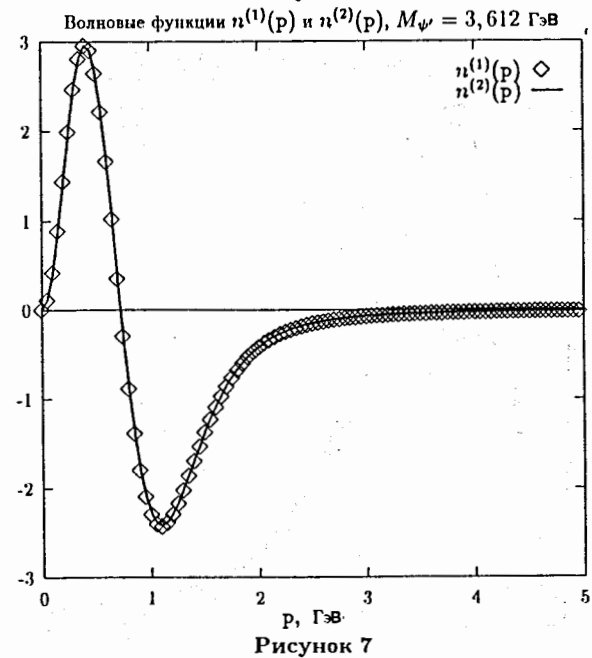
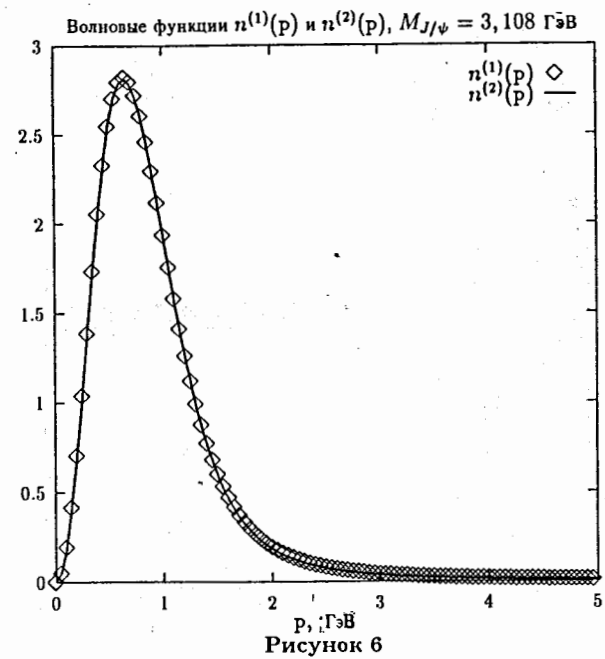
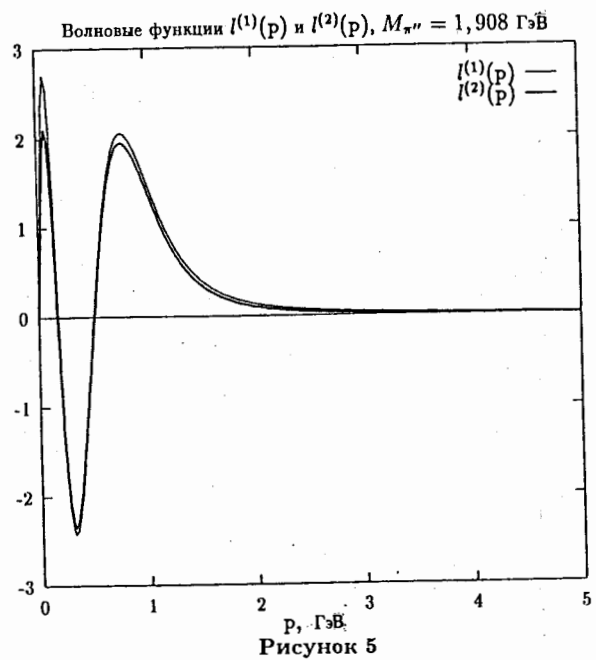
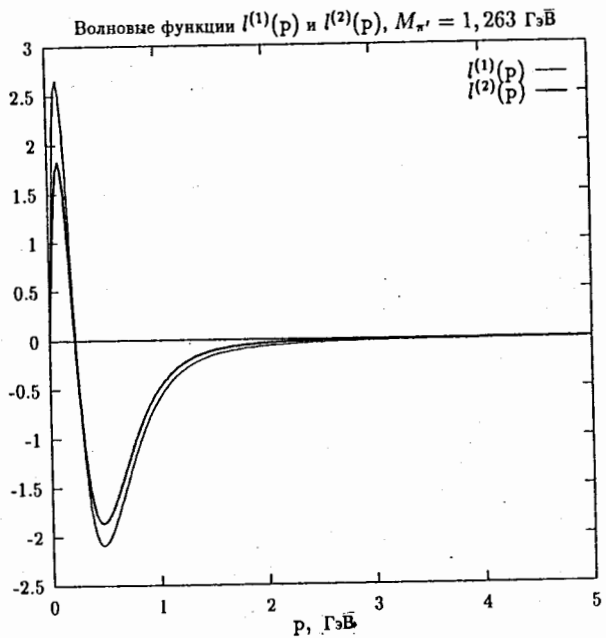
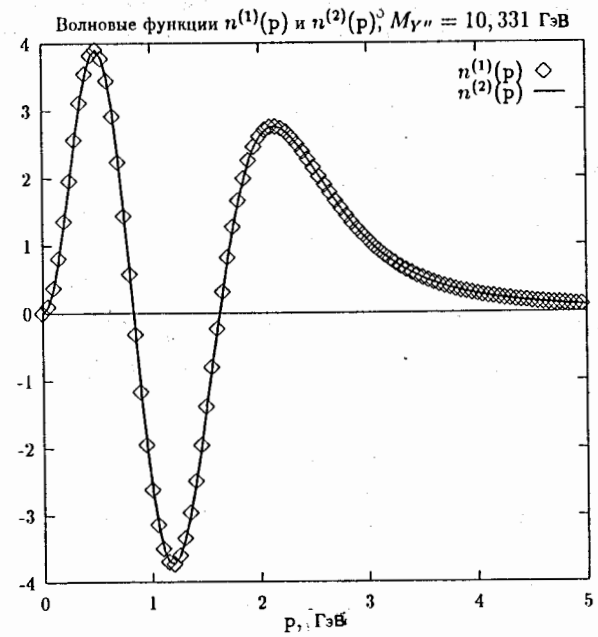
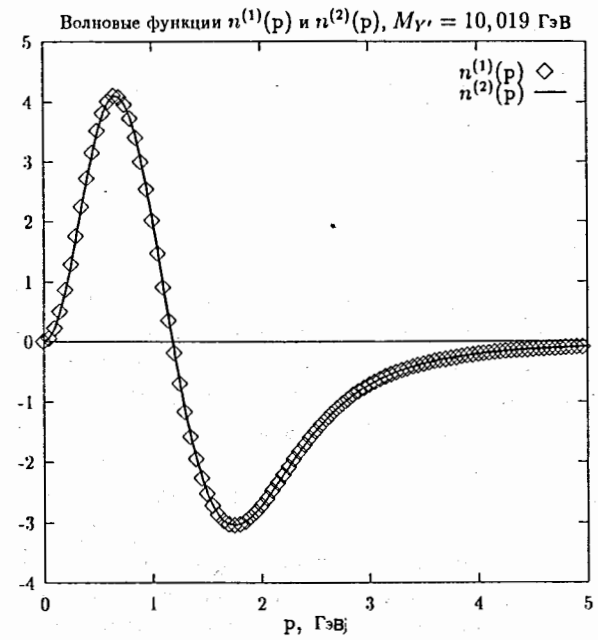
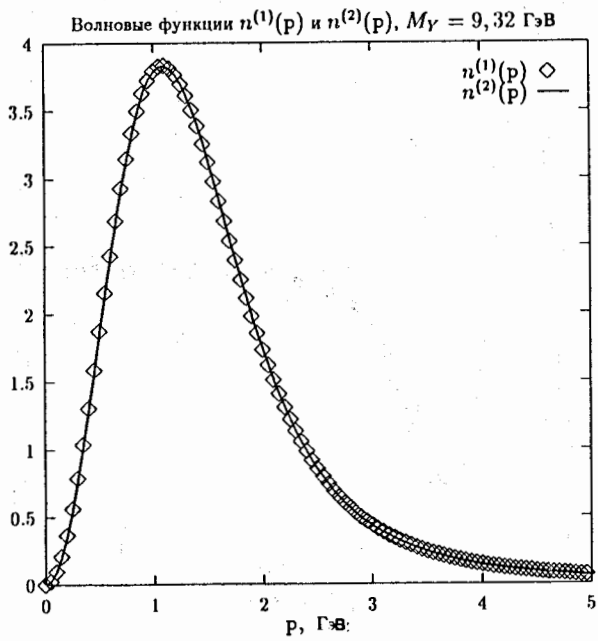
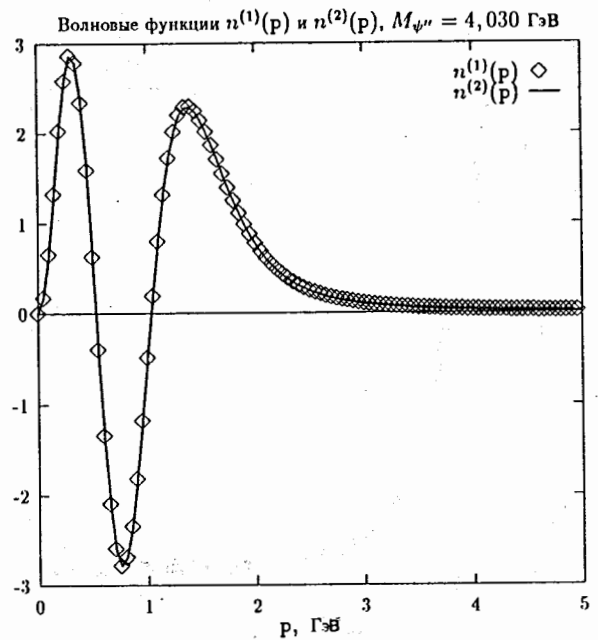


Рисунок 3





совпадают с набором параметров, используемых для пиона. Полученные массы, а также сравнение с экспериментальными данными и данными из работы [11] приведены в таблице.

Результаты расчетов для легких кваркониев согласуются с данными из работы [12].

## 5 Заключение

В работе приведен численный анализ решений уравнений Швингера - Дайсона и Бете - Солпитера как для легких, так и тяжелых кваркониев. Рассмотрена эффективная модель, полученная с помощью ковариантного обобщения одновременного взаимодействия кварков. Показано, что в рамках данного подхода воспроизводятся низкоэнергетические теоремы киральной алгебры токов (спонтанное нарушение киральной симметрии, теорема Голдстоуна), перелативистский предел для тяжелых кваркониев и симметрия тяжелых кварков.

Для численных расчетов использовался потенциал, содержащий дополнительный параметр, имеющий смысл экранировки массы связанного состояния частицы в плотной и горячей материях. Применяемый подход позволяет рассмотреть эффекты температурного деконфайнмента кваркониев с помощью введения температурных функций Грина [20] в уравнения (47) и (48) с потенциалом (1). Работа над этой проблемой находится в стадии завершения.

## Литература

1. Quark matter'93. Proc. Tenth Int. Conf. on Ultra - relativistic nucleus - nucleus collisions, Borlänge, Sweden, June 1993.
2. A. Bender, D. Blaschke, Yu. L. Kalinovsky, C. D. Roberts, Phys. Rev. Lett. **77** (1996) 2374.
3. M. K. Volkov, Ann. Phys. **157** (1984) 282.
4. U. Vogl, W. Weise, Prog Part. Nucl. Phys. **27** (1991) 195.

5. S. P. Klevansky, Rev. Mod. Phys. **64** (1992) 649.
6. T. Hatsuda, T. Kunihiro, Prog. Theor. Phys. Suppl. **91** (1987) 284.
7. S. Schmidt, D. Blaschke, Yu. L. Kalinovsky, Phys. Rev. **C50** (1994) 435.
8. W. Lucha, F. Schöberl, D. Gromes, Phys. Reports **200** (1991) 127.
9. E. Eichten et al., Phys. Rev **D17**, (1978) 3090; **D21** (1980) 203.
10. F. Karsch, M. T. Mehr and H. Satz, Z.Phys **C37** (1988) 617.
11. B. Lui, P. N. Shen and H. C. Chiang, Phys. Rev. **5C** (1997) 3021.
12. Yu. L. Kalinovsky, C. Weiss, Z. Phys. **C63** (1994) 275.
13. Yu. L. Kalinovsky et al., Sov. J. Nucl. Phys. **49** (1989) 1059; V. N. Pervushin et al., Fortschr. Phys. **38** (1990) 333; Yu. L. Kalinovsky et al., Few - Body Systems **10** (1991) 87.
14. A. Le Yaouanc, L. Oliver, O. Pène and J. - C. Raynal, Phys. Rev. **D 29** (1984) 1233; **D31** (1985) 137.
15. F. Lagaë, Phys. Rev. **D45** (1992) 305.
16. S. L. Adler, A. C. Devis, Nucl. Phys. **B244** (1984) 469; A. S. Davis, A. M. Matheson, Nucl. Phys. **B246** (1984) 203
17. A. Kocic, Phys. Rev **D33** (1986) 1785.
18. A. Trzupek, J. Wosick, Phys. Rev. **D33** (1986) 3753.
19. H. Hirata, Prog. Theor. Phys. **77** (1987) 939.
20. D. Blaschke et al., Nucl. Phys. **A586** (1995) 711.
21. D. Ebert and H. Reinhardt, Nucl. Phys. **B 271** (1986) 188; Phys. Lett. **B 173** (1986) 453

22. J. Praschifka, C. D. Roberts and R. T. Cahill, Phys. Rev. **D 36** (1987) 209; C. D. Roberts, R. T. Cahill and J. Praschifka, Ann. Phys. **188** (1988) 20; J. Praschifka, R. T. Cahill and C. D. Roberts, Int. J. Mod. Phys. **A 4** (1989) 4929
23. R. Horvat et al, Phys. Rev. **D44** (1991) 1585; R. Horvat et al, Z. Phys. **C68** (1995) 303.
24. И. В. Амирханов и др., Математическое моделирование **6** (1994) 55.
25. И. В. Амирханов и др., Математическое моделирование **7** (1995) 34.
26. И. В. Амирханов и др., Препринт ОИЯИ Р11 - 96 - 449, Дубна, 1996.

Акишин П.Г., Калиновский Ю.Л.

P2-97-404

Тяжелые кварконии в биллокальной эффективной теории

В работе рассматривается эффективная модель единого описания кваркониев с помощью ковариантного обобщения одновременного взаимодействия кварков. Показано, что в рамках этой модели воспроизводятся низкоэнергетические теоремы киральной алгебры токов (спонтанное нарушение киральной симметрии, теорема Голдстоуна), нерелятивистский предел для тяжелых кваркониев и симметрия тяжелых кварков. Приведено решение уравнений Швингера—Дайсона и Бете—Солпитера для легких, тяжелых кваркониев и их возбужденных состояний.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1997

Перевод авторов

Akishin P.G., Kalinovsky Yu.L.

P2-97-404

Heavy Quarkonia in a Bilocal Effective Theory

The effective model of the unified description of quarkonia by the covariant generalization of the instantaneous interaction is considered. It is shown that low energy theorems of the chiral algebra (spontaneously symmetry breaking, Goldstone theorem), a nonrelativistic limit for heavy quarkonia and a heavy quark symmetry in the framework of the model are reproduced. The solutions of the Schwinger—Dyson and Bethe—Salpeter equations for light and heavy quarkonia and their excitations are obtained.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 1997