ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2-97-32

И.М.Матора

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ТЕОРИЯ ЦИРКУЛЯЦИИ ЗАРЯДА В ЭЛЕКТРОНЕ

Направлено в журнал «Hadronic Journal»

1997

1. ВВЕДЕНИЕ

Анализируя полученные в [1] интегралы $\alpha_1(t)$ и $x_1(t)$ гейзенберговских уравнений движения с релятивистским гамильтонианом

$$H = c(\overline{\alpha}, \overline{p}) + \rho_3 mc^2 \tag{1}$$

для сводобного (с нулевым внешним электромагнитным полем и собственным значением (с.з.) $H \sim mc^2$) электрона

$$\alpha_1 = i\frac{\hbar}{2H}\dot{\alpha}_1^0 e^{-i\frac{2H}{\hbar}t} + cp_1 H^{-1}, \tag{2}$$

$$x_1 = -\frac{c\hbar^2}{4H^2}\dot{\alpha}_1^0 e^{-i\frac{2H}{\hbar}t} + cp_1 H^{-1}t + a_1, \tag{3}$$

Дирак обнаружил, что $c\alpha_1(t)$ — проекция скорости на ось x_1 состоит из обычной постоянной скорости всей частицы $c^2 p_1 H^{-1} = \frac{p_1}{m} \sim 0$ и названной им «осциллирующей» ее части $i\frac{c\hbar}{2H}\dot{\alpha}_1^0 e^{-i\frac{2H}{\hbar}t}$. Найденный им модуль последней всегда равен скорости света c.

Физический смысл $c\alpha_1(t)$ легко понять, вспомнив, что (§66, с.334 [1]) наряду с оператором 4-вектора координат x Дирак ввел в теорию новые степени свободы, описывающие внутреннее движение в электроне (разумеется — для отображения факта существования его спина и магнитного момента), причем скорости по этим степеням свободы описываются также оператором $c\overline{\alpha}$.

Так что и «траектория» электрона $x_1(t)$ (3) тоже содержит «осциллирующую» часть $-\frac{c\hbar^2}{4H^2}\dot{\alpha}_1^0 e^{-i\frac{2H}{\hbar}t}$ наряду с обычными слагаемыми.

В данной работе эти захватывающе интересные результаты теории Дирака используются с целью выделить из общей картины движения электрона и исследовать только движение объекта внутриэлектронного.

2. ГАМИЛЬТОНИАН, ОПИСЫВАЮЩИЙ ДВИЖЕНИЕ ВНУТРИЭЛЕКТРОННОГО ОБЪЕКТА, И ИНТЕГРАЛЫ $\alpha_1(t)$ И $x_1(t)$

Следуя логике Дирака, построившего релятивистское уравнение движения электрона во внешнем поле с 4-потенциалом $(A_0, \overline{A})$ с помощью гамильтониана $H = c(\overline{\alpha}, (\overline{p} + \frac{e}{c}\overline{A})) + \rho_3 mc^2$, найдем адекватный оператор H_i для внутриэлектронного объекта, двигающегося с $v = c$ в покоящемся электроне.

Вследствие $v = c$ масса покоя объекта — очевидно — нулевая. Но тогда для обладания им при $v = c$ $m_i \neq 0$ таким объектом может быть только безмассовый заряд $-e$, способный при $v = c$ приобрести массу

$$m_i = \frac{-e}{c^2} A_i \tag{4}$$

(A_i — среднее значение собственного векторного потенциала, создаваемого зарядом в местах своего пролета), необходимую для создания спина $s_z = \frac{\hbar}{2}$, и вместе с тем создать магнитный момент электрона μ_z.

Отсюда искомый гамильтониан можно записать в виде

$$H_i = \rho_3 m_i c^2 \qquad \text{с с.з. } H_i = m_i c^2. \tag{5}$$

С помощью процедуры, примененной Дираком для получения интегралов (2) и (3), для уравнений движения с гамильтонианом (5) находим

$$\alpha_1(t) = i \frac{\hbar}{2m_i c^2} \dot{\alpha}_1^0 \, e^{-i\frac{2m_i c^2}{\hbar}t}, \tag{6}$$

$$x_1(t) = -\frac{c\hbar^2}{4m_i^2 c^4} \dot{\alpha}_1^0 \, e^{-i\frac{2m_i c^2}{\hbar}t}. \tag{7}$$

3. ИССЛЕДОВАНИЕ «ТРАЕКТОРИИ» $x_1(t)$

Пользуясь периодичностью $\alpha_1(t)$ (следовательно, и периодичностью $\dot{\alpha}_1(t)$), а также равенством 1 модуля коэффициента перед экспонентой в (6), так

выберем момент времени $t = 0$ начала интегрирования гейзенберговских уравнений движения, чтобы $\dot{\alpha}_1^0 = -\frac{2m_i c^2}{\hbar}$. Это придает интегралам удобный для исследования вид

$$\alpha_1 = -i\, e^{-i\omega t}; \quad x_1 = R\, e^{-i\omega t} = R\cos\omega t - iR\sin\omega t; \quad \left(R = \frac{\hbar}{2m_i c},\ \omega = \frac{c}{R}\right). \tag{8}$$

Комплексность «траектории» $x_1(t)$ говорит о ее кривизне, причем ее вещественная часть соответствует x_1-координате (x), а мнимая — ее проекции на мнимую ось, которой является описываемая матрицей α_2 координата $x_2(y)$. Это легко понять, сравнив матрицы Дирака

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Как видим, единственной среди них матрицей с чисто мнимыми не равными нулю элементами является α_2. Но тогда «траектория» $x_1(t)$ лежит в плоскости xOy, причем благодаря равенству расстояния заряда от начала координат $|x_1(t)| = R = \text{const}$ она может оказаться фиксированной в пространстве окружностью. Это предположение будет правильным, если удастся доказать, что проходимый движущимся со световой скоростью зарядом путь L за один период $T = \frac{2\pi}{\omega}$ окажется точно равным $L = 2\pi R$. Это действительно так, ибо из (8) $\omega = \frac{c}{R}$, откуда $L = cT = 2\pi R$.

Здесь мы подошли к сути проблемы, решению которой и посвящена работа.

Одновременное существование с.з. двух равных по величине компонент скорости заряда и вдоль оси Ox и вдоль Oy $v_x = v_y = \pm c$, на первый взгляд, противоречит теории относительности. Однако только в том случае, когда мы бы предположили точечность формы электрона (а, следовательно — и его заряда), проекция скорости заряда на плоскость xOy будет иметь недопустимо большое с.з. , превосходящее скорость света. Противоречие легко преодолевается. Для этого необходимо и достаточно предположить заряд нелокально равнораспределенным по всей его найденной выше круговой траектории. Тогда в соответствии с вышеизложенным полная скорость заряда в любой точке траектории всегда равна световой.

Итак, вместо хаотического т.н. «Zitterbewegung'а» всего электрона в действительности имеет место суперстабильная циркуляция его безмассового заряда в самосогласованном собственном электромагнитном поле по фиксированной окружности радиуса $R = \dfrac{\hbar}{2m_i c}$ вокруг оси Oz. Движение заряда вдоль оси Oz при этом исключено, т.к. z-проекция собственного векторного потенциала $A_z = A_3 = 0$. И, следовательно, в аналогичных (6) и (7) интегралах $\alpha_3(t)$ и $z(t)$ постоянная $\dot{\alpha}_3^0$ должна быть $\dot{\alpha}_3^0 = 0$.

Далее рассмотрение удобнее вести в цилиндрической системе координат с ее началом в центре электрона.

Вычислим спин $s_z = -R\dfrac{e}{c}A_{i\varphi}$, полный поток магнитного поля сквозь токовый контур $\Phi_z = 2\pi R A_{i\varphi}$, магнитный момент $\mu_z = \pi R^2 \dfrac{I}{c}$ и магнитомеханическое отношение $\dfrac{\mu_z}{s_z}$. Из (5) и (8) находим $RA_{i\varphi} = -\dfrac{c}{e}\dfrac{\hbar}{2}$ и

$$s_z = \frac{\hbar}{2}; \tag{9}$$

$$|\Phi_z| = \Phi_0 = \frac{\pi\hbar c}{e} = 2.06785\cdot 10^{-7}(\text{с.е. гауссова}); \tag{10}$$

$$\mu_z = -\frac{e\hbar}{4m_i c}; \tag{11}$$

$$\frac{\mu_z}{s_z} = -\frac{e}{2m_i c}. \tag{12}$$

Т.о., наряду с известным органически входившим в дираковскую релятивистскую теорию электрона квантованием его спина $s_z = \dfrac{\hbar}{2}$, проявившимся в соотношении (9), с помощью анализа интегралов движения безмассового заряда в электроне удалось выявить также и квантование пронизывающего токовый контур в этом заряженном лептоне полного векторного магнитного потока $|\Phi_z| = \Phi_0 = \dfrac{\pi\hbar c}{e}$ (10).

Существование кванта последнего и его величина были предсказаны для макроскопических сверхпроводящих (СП) колец Лондоном [2], а измерения значения Φ_0 на таких СП-кольцах были выполнены в работах [3,4].

Определим, наконец, полностью электромагнитную массу покоя m электрона с помощью известного выражения [5]

$$mc^2 = p_\varphi c + \frac{1}{2}\int d^3x\left[\frac{j(x)}{c}A_{i\varphi}(x) + \sigma(x)\Psi_i(x)\right] \tag{13}$$

($p_\varphi = \dfrac{e}{c}\left|A_{i\varphi}\right|$, j и σ-плотности тока и заряда, Ψ_i — скалярный потенциал) и после интегрирования (13) — пока еще не определенное значение m_i.

Разумеется, для того, чтобы масса неподвижного электрона была конечной и равной известному прецизионно измеренному ее значению $m = 9{,}1095\cdot 10^{-28}$ г, предложенного выше равнораспределения плотности σ циркулирующего вдоль окружности заряда не достаточно, т.к. здесь будет $m \to \infty$ из-за $A_{i\varphi} \to \infty$ и $\Psi \to \infty$. Поэтому минимально необходимым требованием к форме циркулирующего заряда является его равнораспределение по поверхности супертонкого тора с большим его радиусом R и радиусом малой окружности меридианного сечения тора $\rho_0 \ll R$.

Такая форма обеспечивает, кроме того, и идеальную стационарность собственного электромагнитного поля заряда, полностью исключающую возможность излучения энергии неподвижным электроном, являющимся частицей суперстабильной.

Тогда [5,6] с учетом соотношений (4) и (8)

$$A_{i\varphi}(\rho_0) = -\frac{e}{\pi R}\left(\ln\frac{8R}{\rho_0} - 2\right) = -\frac{m_i c^2}{e}; \quad \Psi_i(\rho_0) = -\frac{e}{\pi R}\ln\frac{8R}{\rho_0} = \frac{m_i c^2}{e}\left(1 + \frac{4\alpha}{\pi}\right)$$

($\alpha = \dfrac{e^2}{\hbar c}$ — постоянная тонкой структуры).

Из $\Phi_z = 2\pi R A_{i\varphi}(\rho_0) = -\dfrac{\pi\hbar c}{e}$ следует $\ln\dfrac{8R}{\rho_0} = \dfrac{\pi}{2\alpha}\left(1 + \dfrac{4\alpha}{\pi}\right) = 217{,}256$, и

$$mc^2 = m_i c^2 + \left(1 + \frac{2\alpha}{\pi}\right)m_i c^2 = 2\left(1 + \frac{\alpha}{\pi}\right)m_i c^2. \tag{14}$$

После этого становятся определенными

$$\left.\begin{aligned} m_i &= \frac{m}{2(1+\alpha/\pi)}; \\ R &= \lambda\!\!\!^{-}_0\left(1 + \frac{\alpha}{\pi}\right) = 3{,}8706\cdot 10^{-11}\text{ см}; \quad \mu_z = -\frac{e\hbar}{2mc}\left(1 + \frac{\alpha}{\pi}\right); \\ \frac{\mu_z}{s_z} &= -\frac{e}{mc}\left(1 + \frac{\alpha}{\pi}\right); \quad m = \frac{\hbar}{cR}\left(1 + \frac{\alpha}{\pi}\right) = 9{,}1095\cdot 10^{-28}\text{ г}. \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

Выражение $m_i = \dfrac{m}{2(1+\alpha/\pi)}$ из (15) содержит в себе физическую причину удвоения магнитомеханического отношения электрона $\dfrac{\mu_z}{s_z} = -\dfrac{e}{mc}\left(1+\dfrac{\alpha}{\pi}\right)$ по сравнению с орбитальным $-\dfrac{e}{2mc}$. Она состоит в том, что в образовании спина электрона масса стационарного магнитного и электростатического поля (второе слагаемое между символами «=» в (14)) не участвует.

Отметим еще, что произведение $h\nu = \left(1+\dfrac{\alpha}{\pi}\right)^{-1} mc^2$ ($\nu = \dfrac{c}{2\pi R}$ — частота циркуляции) с хорошей точностью совпадает с энергией покоя электрона, а его комптоновская длина волны $\lambda_0 = \dfrac{h}{mc}$ — с длиной окружности токового контура $2\pi R$ (см. (15)).

В заключение искренне благодарю Б.М.Барбашова за помощь, В.М.Дубовика, сообщившего в момент сдачи рукописи статьи в издательский отдел ОИЯИ о том, что в аналогичных работах 1981—86 гг. А.О.Барутом с сотрудниками заряд также принимался в качестве внутриэлектронного объекта, а также В.И.Лущикова, Г.В.Ефимова и сотрудников сектора №4 ЛТФ ОИЯИ за обстоятельное обсуждение работы в ходе ее подготовки к печати.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дирак П.А.М. — Принципы квантовой механики. М.: Наука, 1979.
   Dirac P.A.M. — The Principles of Quantum Mechanics. Oxford: Clarendon Press, 1958.
2. London F. — Superfluids. N.-Y., 1950, vol.1, p.152.
3. Deaver B.S., Fairbank W.M. — Phys. Rev. Lett., 1961, vol.7, p.43—50.
4. Doll R., Nabauer M. — Phys. Rev. Lett., 1961, vol.7, p.51—57.
5. Матора И.М. — ОИЯИ, Р2-95-98, Дубна, 1995.
6. Рыжик И.М., Градштейн И.С. — Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.-Л.: ГИТТЛ, 1951.

Рукопись поступила в издательский отдел
4 февраля 1997 года.