ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P2-97-18

О.О.Воскресенская, С.Р.Геворкян[1], А.В.Тарасов

ПОЛНЫЕ СЕЧЕНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВОДОРОДОПОДОБНЫХ АТОМОВ С АТОМАМИ ВЕЩЕСТВА

Направлено в журнал «Письма в ЖЭТФ»

[1]Ереванский физический институт

1997

Задача систематического анализа характеристик взаимодействия элементарных водородоподобных атомов с веществом приобретает особую актуальность в связи с предполагаемым проведением на SPSLC CERN эксперимента [1] по измерению времени жизни пиония τ_0 в основном 1S-состоянии с точностью ~ 10 процентов. Особое внимание должно быть уделено тщательному расчету полных сечений взаимодействия пиония в 1S-состоянии с атомами мишени σ_{100}^{tot},поскольку неопределенность в значении этой величины напрямую входит в ошибку измеряемого времени жизни [2] $n_0\Delta\sigma_{100}^{tot} = \Delta(\frac{1}{\tau_0 v\gamma})$ (n_0–число атомов мишени в единице объема,v и γ-скорость и лоренц-фактор атомов пиония).

В борновском приближении величина σ_{100}^{tot} рассчитывалась в работах [3,4],причем в последней анализировалась чувствительность значения этой величины к выбору модели атомного формфактора мишени (модель Томаса-Ферми, модель Хартри-Фока). Поскольку в эксперименте предполагается использование мишеней с $Z \gg 1$, важное значение приобретает учет поправок к результату борновского приближения для σ_{100}^{tot}, обусловленных вкладом многофотонных обменов. Эта задача может быть решена в рамках эйконального приближения.

Согласно [5] полные сечения взаимодействия атомов пиония с атомами вещества в этом приближении даются выражением

$$\sigma_{nlm}^{tot} = 2Re\int d^2bd^3r|\Psi_{nlm}(\vec{r})|^2\Gamma(\vec{b},\vec{s}), \tag{1}$$

$$\Gamma(\vec{b},\vec{s}) = 1 - exp[i(\chi_+ - \chi_-)],$$

$$\chi_\pm = \chi(\vec{b}_\pm) = \frac{e}{\hbar v}\int_{-\infty}^{\infty} U(\sqrt{\vec{b}_\pm^2 + \xi^2})d\xi = \frac{2Ze^2}{\hbar v}\int_{b_\pm}^{\infty} ln\frac{b_\pm}{\rho}n(\rho)\rho d\rho,$$

$$b_\pm = |\vec{b}_\pm|; \vec{b}_\pm = \vec{b}\pm\vec{s}/2; \vec{s} = \vec{r} - \frac{\vec{r}\vec{v}}{v^2}\vec{v}; \int_0^\infty n(\rho)\rho d\rho = 1.$$

В этом выражении U–экранированный кулоновский потенциал атома мишени; $n(\rho)$–плотность распределения электронов в плоскости прицельного параметра (плоскости,ортогональной скорости пиония $\vec{v}$);$\vec{b}$ и $\vec{s}$- проекции радиусов-векторов $\vec{R}$ (расстояние между центрами тяжести атома мишени и пиония) и $\vec{r}$ (расстояние между π^+ и π^-) на плоскость прицельного параметра;Ψ_{nlm}-волновая функция пиония в состоянии nlm. Для произвольных nlm расчет величины σ_{nlm}^{tot} сопряжен с достаточно трудоемкими расчетами на ЭВМ. Однако поправки к результату борновского приближения для σ_{100}^{tot} могут быть вычислены аналитически с достаточно высокой степенью точности. Это обусловлено тем, что характерные размеры атома пиония в основном состоянии ($R_\pi \sim \frac{1}{m_\pi\alpha} = 2\times10^{-11}$см) много меньше характерных размеров атома вещества ($R \sim \frac{1}{m_e\alpha Z^{\frac{1}{3}}} \sim 5\times10^{-9}Z^{-1/3}$).

Для получения аналитического выражения из (1) необходимо вычисление интегралов вида

$$I(\vec{s}) = \int\Gamma(\vec{b},\vec{s})d^2b = \int_0^{2\pi}d\phi\int_0^\infty bdb\Gamma(\vec{b},\vec{s},cos\phi), \tag{2}$$

где $cos\phi = \frac{\vec{b}\vec{s}}{bs}$. Удобно разбить область интегрирования по величине прицельного параметра b на две части:

1) $b_0 \le b \le \infty$ (соударения с большими прицельными параметрами),

2) $0 \le b \le b_0$ (соударения с малыми прицельными параметрами).

При этом величина b_0 принадлежит интервалу $R_\pi \ll b_0 \ll R$.

Рассмотрим сначала область больших прицельных параметров. Разлагая в ряд разность фаз, входящую в (1), получим

$$\chi_+ - \chi_- = \chi(\vec{b}+\vec{s}/2) - \chi(\vec{b}-\vec{s}/2) = \vec{s}\nabla\chi(\vec{b}) + O(\frac{s^2}{b_0^2}) = s\frac{d\chi}{db}cos\phi + O(\frac{s^2}{b_0^2}),$$

$$I_1(s) = \int_0^{2\pi} d\phi \int_{b_0}^{\infty} bdb\Gamma(b,s,cos\phi) = \frac{\pi s^2}{2}[\int_{b_0}^{\infty} bdb|\frac{d\chi(b)}{db}|^2 + O(\frac{s^2}{b_0^2})] =$$

$$2\pi s^2\eta^2[\int_{b_0}^{\infty}\frac{db}{b}|\int_b^{\infty} n(\rho)\rho d\rho|^2 + O(\frac{s^2}{b_0^2})] = 2\pi s^2\eta^2[ln\frac{\bar{R}}{b_0}(1+O(\frac{b_0^2}{R^2})]. \qquad (3)$$

В этом выражении $\bar{R} = \nu R$, а величина ν определяется из условия

$$\int_0^{\infty} ln\frac{\bar{R}}{b}n(b)\int_b^{\infty} n(\rho)\rho d\rho bdb = 0, (\nu \sim 1), \eta = \frac{Ze^2}{\hbar v}.$$

Перейдем теперь к рассмотрению вклада близких соударений. Очевидно, что в этой области прицельных параметров ($b \le b_0$) можно пренебречь эффектами экранирования кулоновского поля ядра незначительным ($\sim \frac{b_0^2}{R^2}$) числом электронов, находящихся в непосредственной близости от ядра, и считать, что $\chi_+ - \chi_- = 2\eta ln\frac{b_+}{b_-}$. Тогда выражение для функции профиля в этой области принимает следующий вид:

$$\Gamma(\vec{b},\vec{s}) = 1-(\frac{b_+}{b_-})^{2i\eta} = -iu\eta_2F_1(1-i\eta;1;2;-u) = \frac{-i\eta}{|\Gamma(1-i\eta)|^2}\int_0^1 dx x^{-i\eta}(1-x)^{i\eta}\frac{u}{1+ux}, \qquad (4)$$

где

$$u = \frac{b_+^2}{b_-^2} - 1 = \frac{2\vec{b}\vec{s}}{|\vec{b}-\vec{s}/2|^2}.$$

Используя представление (4), можно проинтегрировать выражение (1) в области близких соударений по углу и прицельному параметру:

$$I_2(s) = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{b_0} bdb\Gamma(\vec{b},\vec{s}) = \frac{-i\eta}{|\Gamma(1-i\eta)|^2}\int_0^1 dx x^{-i\eta}(1-x)^{i\eta}\lambda(b_0,s,x), \qquad (5)$$

$$\lambda(b_0,s,x) = \int_0^{b_0} bdb \int_0^{2\pi} d\phi \frac{2\vec{b}\vec{s}}{(\vec{b}-\vec{s}/2)^2 + 2\vec{b}\vec{s}x} = \frac{s^2}{2}t[\frac{1}{V(0,s,t)} - \frac{1}{V(b_0,s,t)} + ln\frac{V(0,s,t)}{V(b_0,s,t)}]$$

$$V(b,s,t) = \frac{w + (w^2 + s^2t^2(1-b^2))^{1/2}}{s^2(1-b^2)}; w = 2b^2 + \frac{s^2}{2(1-2t^2)}; t = 2x - 1.$$

Пренебрегая в $\lambda(b_0,s,t)$ величинами, исчезающими в пределе $\frac{s^2}{b_0^2} \to 0$, получим

$$\lambda(b_0,s,x) = \frac{s^2}{2}(1-2x)[ln\frac{b_0^2}{s^2x(1-x)} - 1 + O(\frac{s^2}{b_0^2})].$$

В результате величину $I_2(s)$ можно представить в следующем виде:

$$I_2(s) = 2\pi s^2\eta^2[ln\frac{b_0}{s} + 1 - Re[\psi(1+i\eta) - \psi(1)]]. \qquad (6)$$

Таким образом, суммарный вклад от соударений с близкими и далекими прицельными параметрами $I(s) = I_1(s) + I_2(s)$ имеет вид

$$I(s) = 2\pi s^2\eta^2[ln\frac{\bar{R}}{s} + 1 - Re[\psi(1+i\eta) - \psi(1)]]. \qquad (7)$$

где $\psi(z) = \frac{dln\Gamma(z)}{dz}$. Для нахождения полного сечения σ_{100}^{tot} необходимо согласно выражению (1) усреднить выражение (7) по волновым функциям основного состояния атома:

$$\sigma_{100}^{tot} = 4\pi\eta^2\langle s^2\rangle_{100}[ln\frac{\bar{R}}{\bar{R}_\pi} - Re[\psi(1+i\eta) - \psi(1)]]. \qquad (8)$$

$$\langle s^2\rangle_{100} = \int|\psi(\vec{r})_{100}|^2 s^2 d^3r, \bar{R}_\pi = \nu_1 R_\pi, \nu \sim 1.$$

Поправка к борновскому приближению за счет многофотонных обменов (второе слагаемое в (8)) по своей структуре схожа с формулами Бете–Блоха для ионизационных потерь [6] и формулами Бете–Максимона для тормозного излучения и рождения пар в кулоновском поле атома [7]. Из ее представления в виде ряда

$$Re[\psi(1+i\eta) - \psi(1)] = \eta^2\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k(k^2+\eta^2)}$$

видно, что в (8) учтены все возможные многофотонные обмены.Численно эти поправки не малы. Так, например,если в качестве мишени использовать тантал (Z=73), как это планируется в эксперименте [1], то вклад в (8) от многофотонных обменов составляет величину ~ 7 процентов, так что их учет является необходимым при определении времени жизни водородоподобных атомов из экспериментов на ядерных мишенях.

Выражение (8) является основным результатом настоящей работы. Оно справедливо не только для полных сечений взаимодействия атомов пиония в основном состоянии с атомами мишени, но и для полных сечений взаимодействия любых водородоподобных атомов и их возбужденных состояний с атомами мишени, при условии, что размеры водородоподобных атомов гораздо меньше размеров атомов мишени. Примером таких систем могут служить атомы, состоящие из K^+K^- и $P\bar{P}$, размеры которых гораздо меньше размеров атомов пиония, что позволяет использовать полученное выше выражение для расчетов не только основных состояний этих атомов, но и их возбужденных состояний.

Литература

[1] B.Adeva et al. Lifetime measurement of $\pi^+\pi^-$ atoms to test low energy QCD predictions.,Proposal to the SPSLC,
CERN/SPSLC 95-1,SPSLC/P 284,Geneva,1995.

[2] Л.Г.Афанасьев, А.В.Тарасов, Ядерная физика,т.59,вып.12,с.2240,1996.

[3] S.Mrowczynski, Phys.Rev., D36,p.1520,1987.

[4] L.G.Afanasyev, Preprint JINR E2-91-578,Dubna,1991.

[5] А.В.Тарасов, И.У.Христова, Сообщение ОИЯИ Р2-91-10, Дубна,1991.

[6] H.Bethe,J.Ashkin, In:Experimental Nuclear Physics v.1, Ed. E.Segre. Wiley,New York,1953.

[7] H.Bethe,L.Maximon, Phys.Rev.,v.93,p.768,1954.

Рукопись поступила в издательский отдел
24 января 1997 года.