СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р2 - 9688

Г.И.Копылов, В.Л.Любошиц, М.И.Подгорецкий

К ВОПРОСУ
О ТОРМОЗНОМ ИЗЛУЧЕНИИ ПРИ РАССЕЯНИИ В ОБЛАСТИ ПЕРЕКРЫВАЮЩИХСЯ РЕЗОНАНСОВ

1976

P2 - 9688

Г.И.Копылов, В.Л.Любошиц, М.И.Подгорецкий

К ВОПРОСУ О ТОРМОЗНОМ ИЗЛУЧЕНИИ ПРИ РАССЕЯНИИ В ОБЛАСТИ ПЕРЕКРЫВАЮЩИХСЯ РЕЗОНАНСОВ

S u m m a r y

The process is considered when soft γ-quanta are generated in the scattering of charged particles. It is known that the cross section of bremsstrahlung (B.) is connected with the scattering amplitude (Eqs. (3), (7)). Measuring B., one can determine the Ericson correlation function (Eq. (9)). In the paper some new results are obtained for one-channel scattering in the region when it is determined by a large number of overlapping resonances (Eq. (20)). In §2 B. is connected with the duration τ of the scattering process and with the distribution function. $P(\tau)$ of τ (Eq. (11′)). The coincidence of Eqs. (11′) and (9) is proved in §3. Eq. (24) gives the cross section of B. for the overlapping resonances. The background does not affect this Eq. In §5 the distribution $P(\tau)$ for many overlapping resonances is calculated (Eq. (28)). It follows from Eq. (28) that there exist two types of scattering in this case: diffractive (σ_2) and time-delayed (σ_I). The resuits of existence of such two types for B. are considered. in §6. The observation of the soft γ-rays can prove or disprove the existence of the Ericson fluctuations in the scattering process.

В статье [1] были развиты элементы теории эриксоновских флюктуаций, учитывающей в явном виде требования унитарности. Как известно, аналог эриксоновских флюктуаций возникает в соответствующих условиях и при тормозном излучении мягких γ-квантов, сопровождающих рассеяние заряженных частиц [2, 3]. Поэтому интересно распространить подход, использованный в [1], и на процесс тормозного излучения. Поскольку ранее было показано, что свойства тормозного излучения могут быть связаны с временем жизни компаунд-системы [2], мы рассмотрим также вспомогательный вопрос о длительности процесса упругого рассеяния.

§1. Исходные формулы

Мы будем считать γ-кванты достаточно мягкими, так что их появление практически не влияет на кинематику упругого рассеяния. Следовательно, энергия γ-кванта ϵ и суммарная энергия рассеивающихся частиц в системе центра инерции E связаны условием

$$\epsilon/E \ll 1. \qquad /1/$$

Предположим также, что энергия ϵ настолько мала, что выполняются неравенства

$$\epsilon R/\hbar c \ll 1, \qquad \epsilon\tau/\hbar \ll 1, \qquad /2/$$

где R - характерный размер области взаимодействия рассеивающихся частиц, а τ - характерная длительность столкновения /о ней см. ниже/. Тогда для эффективного сечения тормозного излучения имеет место известное соотношение /4, 5/

$$\epsilon \frac{d^3\sigma}{do\, d\Omega\, d\epsilon} = \frac{1}{(2\pi)^2\hbar c} |f(E,\theta)|^2 |[(\vec{A} - \vec{B}),\ \vec{n}]|^2 , \qquad /3/$$

в котором $f(E, \theta)$ - амплитуда рассеяния на угол θ, $\vec{n}$ - единичный вектор в направлении вылета фотона, do - элемент телесного угла в этом направлении, $d\Omega$ - элемент телесного угла рассеянной частицы. Что касается векторов $\vec{A}$ и $\vec{B}$, то они определяются по формулам классической электродинамики:

$$\vec{A} = \sum_{i=1,2} \frac{e_i \vec{v}_i}{c - \vec{v}_i \vec{n}} , \quad \vec{B} = \sum_{f=1,2} \frac{e_f \vec{v}_f}{c - \vec{v}_f \vec{n}} . \qquad /4/$$

Здесь индексы i и f относятся к начальным и конечным частицам, e - заряды частиц, $\vec{v}$ - их скорости в с.ц.и. По своему смыслу вектор $\vec{A}$ описывает классическое электромагнитное излучение при мгновенной остановке первичных частиц, вектор $\vec{B}$ - аналогичное излучение при мгновенном вылете вторичных частиц*. Амплитуда излучения γ-кванта с фиксированной поляризацией $\vec{\kappa}$, соответствующая эффективному сечению /3/, имеет вид /4/

$$F_{\vec{\kappa}} = \frac{\sqrt{4\pi}}{\epsilon} (\vec{B} - \vec{A}) \vec{\kappa} f(E, \theta) . \qquad /5/$$

При выполнении второго из неравенств /2/ амплитуду $f(E, \theta)$ можно считать не зависящей от E; если указанное неравенство нарушается, амплитуда рассеяния быстро изменяется с энергией. В работах /1,2/ показано, что в этих условиях /и при выполнении первого из неравенств /2/, а также неравенства /1//, вместо /5/ следует написать

---

*Для тормозного излучения, сопровождающего неупругие процессы, также имеют место формулы, аналогичные /3/ и /4/, но с соответствующими очевидными изменениями /6/. В частности, выражение для $\vec{B}$ содержит суммирование по всем конечным частицам.

$$F_{\vec{\kappa}} = \frac{\sqrt{4\pi}}{\epsilon}[\vec{B}\vec{\kappa}\,f(E,\theta) - \vec{A}\vec{\kappa}\,f(E-\epsilon,\theta)]. \qquad /6/$$

Соответствующее эффективное сечение тормозного излучения, просуммированное по поляризации фотонов, дается формулой

$$\epsilon\frac{d^3\sigma}{do\,d\Omega\,d\epsilon} = \qquad /7/$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^2\hbar c}\{|f(E-\epsilon,\theta)|^2\vec{a}^{\,2} + |f(E,\theta)|^2\vec{b}^{\,2} - 2\vec{a}\vec{b}\,\mathrm{Re}\,f(E,\theta)f^*(E-\epsilon,\theta)\},$$

в которой $\vec{a} = [\vec{A},\vec{n}]$, $\vec{b} = [\vec{B},\vec{n}]$.

Реально энергию E никогда нельзя считать строго фиксированной, и поэтому сечение /7/ надо усреднять по некоторому интервалу ΔE в окрестности средней энергии E_0. Эту операцию мы будем обозначать символом $\langle\rangle_{E_0}$. Если функция $f(E,\theta)$ достаточно гладкая, такое усреднение практически не влияет на соотношение /7/. Нас, однако, будет интересовать случай, когда функция $f(E,\theta)$ быстро изменяется на интервале усреднения /1, 3/. Тогда усредненное сечение уже не описывается формулой /7/. Если выполнено дополнительное условие

$$\epsilon \ll \Delta E \ll E, \qquad /8/$$

то $\langle|f(E,\theta)|^2\rangle_{E_0} \approx \langle|f(E-\epsilon,\theta)|^2\rangle_{E_0}$, а векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ на интервале ΔE практически не изменяются. Следовательно,

$$\langle\epsilon\frac{d^3\sigma}{do\,d\Omega\,d\epsilon}\rangle_{E_0} = \qquad /9/$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^2\hbar c}\langle|f(E,\theta)|^2\rangle_{E_0}\left\{\vec{a}^{\,2} + \vec{b}^{\,2} - 2\vec{a}\vec{b}\frac{\mathrm{Re}\langle f(E,\theta)f^*(E-\epsilon,\theta)\rangle_{E_0}}{\langle|f(E,\theta)|^2\rangle_{E_0}}\right\}.$$

В теории появляется корреляционная функция $\langle f(E,\theta) f^*(E-\epsilon,\theta)\rangle_{E_0}$, которая обычно рассматривается в связи с эриксоновскими флюктуациями /см., например, /1,7//.

§2. *Связь тормозного излучения с временем жизни компаунд-системы*

Формула /9/ приобретает простой физический смысл /и может быть получена в рамках других представлений/, если неопределенность энергии первичных частиц возникает из-за того, что соответствующая им пространственная волновая функция является узким пакетом. Момент столкновения определяется с точностью до величины $\hbar/\Delta E$, и при достаточно большом разбросе ΔE его можно считать фиксированным. Поэтому мы вправе говорить о промежутке времени τ, по истечении которого появляются вторичные частицы, а также о вероятностном законе распределения $P(\tau)$ с нормировкой $\int\limits_0^\infty P(\tau)d\tau = 1$. В этих условиях тормозное излучение заряженных частиц можно рассматривать с полуклассической точки зрения.

Допустим, что длительность реакции τ очень мала и выполняется второе из неравенств /2/. Тогда можно считать, что вторичные частицы вылетают из области взаимодействия сразу же после остановки первичных частиц. В этих условиях векторы $\vec{A}$ и $\vec{B}$, описывающие излучение при остановке частиц и при их появлении, вычитаются без дополнительной разности фаз, и мы приходим к формулам /3/ и /5/. Если же время τ достаточно велико /и фиксировано/, то надо учесть фазовый множитель $e^{+i\epsilon\tau/\hbar}$. Это приводит, вместо /3/, к формуле /2, 8/

$$\langle \epsilon \frac{d^3\sigma}{do\, d\Omega\, d\epsilon} \rangle_{E_0} = \frac{1}{(2\pi)^2 \hbar c} \langle |f(E,\theta)|^2 \rangle_{E_0} |[(\vec{A} - \vec{B}e^{+i\epsilon\tau/\hbar}), \vec{n}]|^2. \qquad /10/$$

После введения закона распределения $P(\tau)$ получаем

$$
<\epsilon \frac{d^3\sigma}{do\,d\Omega\,d\epsilon}>_{E_0} = \qquad /11/
$$

$$
= \frac{1}{(2\pi)^2\hbar c} <|f(E,\theta)|^2>_{E_0} \int |[(\vec{A} - \vec{B} e^{+i\epsilon\tau/\hbar}), \vec{n}]|^2 P(\tau) d\tau .
$$

С учетом нормировки распределения $P(\tau)$ формулу /11/ можно также записать в виде

$$
<\epsilon \frac{d^3\sigma}{do\,d\Omega\,d\epsilon}>_{E_0} = \qquad /11'/
$$

$$
= \frac{1}{(2\pi)^2\hbar c} <|f(E,\theta)|^2>_{E_0} (\vec{a}^2 + \vec{b}^2 - 2\vec{a}\vec{b}\,\mathrm{Re} \int_0^\infty P(\tau) e^{+i\epsilon\tau/\hbar} d\tau).
$$

Из проведенных выше рассуждений ясно, что формулы /11/ и /11'/ могут быть справедливы только при выполнении неравенств /8/, когда допустимо пренебрегать неопределенностью $\Delta\tau \sim \hbar/\Delta E$, с которой фиксируется момент столкновения /т.е. когда $e^{i\epsilon\Delta\tau/\hbar} \approx 1$/, и в то же время считать, что частицы движутся с определенными скоростями /следовательно, величина $<|f(E,\theta)|^2>_{E_0}$ и амплитуды $\vec{A}$ и $\vec{B}$ имеют вполне определенные постоянные значения/. Покажем, что в таких условиях формула /11 / совпадает с /9/. Для этого надо сначала рассмотреть вопрос о виде $P(\tau)$.

§3. Закон распределения $P(\tau)$

1. Для начала рассмотрим предельно идеализированный случай, когда первичная волна описывается δ-пакетом, а рассеивающий центр очень тяжелый и его движением можно пренебречь. Для моноэнергетических частиц после рассеяния волновая функция

$$
\psi \sim f(E,\theta) e^{-iE\tau/\hbar} .
$$

Следовательно, после рассеяния δ -пакета

$$\psi \sim \int f(E,\theta)\, e^{-iE\tau/\hbar}\, dE.$$

Вероятность обнаружить рассеянную частицу в момент τ пропорциональна $|\psi|^2$, т.е.

$$P(\tau) = C\iint f(E,\theta) f^*(E',\theta) e^{i(E'-E)\tau/\hbar}\, dE dE'.$$

Коэффициент C можно найти из условия нормировки

$$C\iiint f(E,\theta) f^*(E',\theta) e^{i(E'-E)\tau/\hbar} dE dE' d\tau = 1.$$

Поскольку $\int e^{i(E'-E)\tau/\hbar}\, d\tau = 2\pi\hbar\,\delta(E'-E)$, это условие приводит к окончательному результату:

$$P(\tau) = \frac{1}{2\pi\hbar}\; \frac{\iint f(E,\theta)\, f^*(E',\theta)\, e^{i(E'-E)\tau/\hbar} dE\, dE'}{\int |f(E,\theta)|^2 dE}\,. \qquad /12/$$

2. Проведенные рассуждения являются, конечно, сугубо ориентировочными. В частности, они нуждаются в более строгом обосновании из-за того, что обычно интегралы $\iint f(E,\theta) f(E',\theta) e^{i(E'-E)\tau/\hbar} dE dE'$ и $\int |f(E,\theta)|^2\, dE$ расходятся при $E\to\infty$. В реальных случаях от δ -пакетов следует перейти к пакетам, имеющим конечные пространственные размеры Δx и не содержащим по этой причине высокочастотных компонент. В дальнейшем мы будем считать, что $\Delta x >> R$.

Вероятность $W(t)dt$ того, что взаимодействие начнется в интервале $(t, t+dt)$, пропорциональна плотности тока $j = v|\psi(t)|^2$ в точке расположения рассеивателя; здесь v - скорость рассеивающихся частиц, ψ - их начальная волновая функция. Представим ψ в виде $\psi = \int c(E) e^{-iEt/\hbar}\, dE$, где $\int |c(E)|^2 dE = 1$. Тогда

$$W(t) = \frac{1}{2\pi\hbar} \iint \rho(E,E') e^{i(E'-E)t/\hbar}\, dE dE',$$

$$\rho(E,E') = c(E) c^*(E'), \qquad /13/$$

причем $\int W(t)dt = \int \rho(E,E) dE = 1$.

Для рассеянных частиц величина, аналогичная $\rho(E, E')$, имеет вид

$$\tilde{\rho}(E, E') - \rho(E, E') f(E, \theta) f^*(E', \theta) / \int \rho(E, E) | f(E, \theta)|^2 dE.$$

Поэтому, рассуждая так же, как и при выводе /13/, получим для дифференциальной вероятности $U(\tilde{t})$ появления в момент $\tilde{t}$ вторичной частицы, рассеянной на угол θ, выражение

$$U(\tilde{t}) = \frac{1}{2\pi\hbar} \frac{\iint \rho(E, E') f(E, \theta) f^*(E', \theta) e^{i(E'-E)\tilde{t}/\hbar} dE dE'}{\int \rho(E, E) | f(E, \theta)|^2 dE}, \qquad /14/$$

удовлетворяющее условию нормировки $\int U(\tilde{t}) d\tilde{t} = 1$.

Время задержки τ мы по определению будем считать равным разности двух независимых случайных величин

$$\tau = \tilde{t} - t. \qquad /15/$$

Поскольку значения величин $\tilde{t}$ и t не могут быть даже в принципе измерены в одном и том же акте рассеяния, равенство /15/ следует понимать только в том смысле, что закон распределения τ имеет вид свертки распределений /13/ и /14/, т.е.

$$P(\tau) = \int W(t) U(t + \tau) dt. \qquad /16/$$

Введенные таким способом понятия τ и $P(\tau)$ являются естественными обобщениями соответствующих классических понятий и переходят в них для достаточно узких пакетов, когда $\Delta x \ll v\tau$ *. Подставляя /13/ и /14/ в /16/, после простых преобразований получаем равенства

---

* В литературе известно и другое определение величины времени задержки /9/. Мы думаем, что в каждом случае можно исходить из того определения, которое представляется более удобным для анализа той или иной конкретной задачи.

$$P(\tau) = \frac{1}{2\pi\hbar}\int \phi(\epsilon,\theta)\, e^{-i\epsilon\tau/\hbar}\, d\epsilon, \qquad /17/$$

$$\phi(\epsilon,\theta) = \int \rho(E', E'+\epsilon)\, dE' \, \frac{\int f(E,\theta)\, f^*(E-\epsilon,\theta)\rho(E,E-\epsilon)\, dE}{\int |f(E,\theta)|^2 \rho(E,E) dE} * . \qquad /18/$$

Из /17/ следует также, что

$$\phi(\epsilon,\theta) = \int P(\tau)\, e^{i\epsilon\tau/\hbar}\, d\tau. \qquad /19/$$

Следовательно, $\int P(\tau)d\tau = \phi(0,\theta) = \int \rho(E,E)dE = 1$, т.е. распределение /17/ нормировано **.

3. Заметим, что в соответствии с принятым нами определением смысла τ функция $P(\tau)$ не равна нулю и при $\tau < 0$. Однако область отрицательных τ, при которых $P(\tau)$ заметно отличается от нуля, ограничена снизу значениями $|\tau| \sim \max(\hbar/\Delta E,\ R/v)$. Поэтому в условиях, когда неопределенность энергии ΔE гораздо больше характерного интервала ϵ_0, на котором существенно изменяется амплитуда рассеяния, и когда вместе с тем $\hbar/\epsilon_0 \gg R/v$, можно пренебречь вкладом отрицательных τ в интеграл /19/; тогда можно считать, что

---

*Если рассеивающий центр имеет конечную массу, то величина E в формулах /1/, /14/, /17/ и /18/ равна суммарной энергии частиц в системе центра инерции. Все эти формулы верны и в более общей ситуации, когда речь идет о рассеянии двух независимых пакетов и относительное движение сталкивающихся частиц не описывается волновой функцией. Тогда под $\rho(E,E')$ надо понимать элемент матрицы плотности в энергетическом представлении. Можно также отказаться от ограничения $\Delta x \gg R$, рассматривая матрицу плотности, усредненную по области взаимодействия.

**Из /19/ следует равенство $\bar{\tau} = \int \tau P(\tau)\, d\tau = -i\hbar \frac{\partial \phi}{\partial \epsilon}\Big|_{\epsilon=0}$. Для квазимонохроматических пакетов это приводит к известному выражению $\bar{\tau} = \hbar \frac{\partial}{\partial E} \operatorname{Arg} f(E,\theta)$, дающему среднее время задержки при рассеянии плоской волны./10, 11/.

$$\phi(\epsilon, \theta) = \int_0^\infty P(\tau) e^{i\epsilon\tau/\hbar}\, d\tau. \qquad /19'/$$

С другой стороны, если нас интересуют значения ϵ, удовлетворяющие условию $\epsilon \ll \Delta E$, в формуле /18/ можно положить

$$\rho(E, E+\epsilon) \approx \rho(E, E-\epsilon) \approx \rho(E, E),$$

а тогда она переходит в

$$\phi(\epsilon, \theta) = \frac{\int f(E,\theta) f^*(E-\epsilon,\theta)\rho(E,E)\,dE}{\int |f(E,\theta)|^2 \rho(E,E)\,dE}. \qquad /18'/$$

Полученное выражение можно записать также в виде

$$\phi(\epsilon,\theta) = \frac{\langle f(E,\theta) f^*(E-\epsilon,\theta)\rangle_{E_0}}{\langle |f(E,\theta)|^2\rangle_{E_0}}, \qquad /18''/$$

если считать, что усреднение производится с весом $\rho(E, E)$.

Сопоставление формул /19'/ и /18''/ с /11'/ показывает, что в рассматриваемых условиях последняя совпадает с формулой /9/, полученной без привлечения представлений о временных характеристиках процесса рассеяния. Подчеркнем, что такое совпадение между результатами полуклассической и квантовой теорий имеет место только для волновых пакетов; при рассеянии монохроматических частиц полуклассический подход теряет смысл /см. также /2, 12//*.

*Только для очень малых ϵ, когда конечная длительность столкновения вообще не играет роли, полуклассическое соотношение /3/ остается справедливым и при определенных значениях E.

§4. *Тормозное излучение в области перекрывающихся резонансов*

Дальнейший анализ сводится к изучению свойств величины $<|f(E,\theta)|^2>_{E_0}$ и функции корреляции $\phi(\epsilon,\theta)$, определяемой в соответствии с /18/. В настоящей работе мы остановимся на простейшем случае одноканального упругого рассеяния, но следует иметь в виду, что некоторые результаты, не связанные с конкретным видом последующих формул, имеют более общее значение.

Предположим, что речь идет о рассеянии бесспиновых частиц, причем все перекрывающиеся резонансы имеют один и тот же орбитальный момент ℓ. Тогда амплитуда рассеяния имеет вид

$$f(E,\theta) = \frac{2\ell+1}{2ik}\{S(E)-1\}P_\ell(\cos\theta),$$

/20/

$$S(E) = \prod_n \frac{E_n - E + \frac{1}{2}i\Gamma_n}{E_n - E - \frac{1}{2}i\Gamma_n}.$$

Здесь k - волновое число, а E_n и Γ_n - энергия и ширина соответствующего резонанса; в целях дальнейшего упрощения все ширины будут считаться совпадающими ($\Gamma_n = \Gamma$). Предположим также, что положения резонансов E распределены вдоль оси энергии в соответствии с законом Пуассона.

Если разброс энергий ΔE гораздо больше среднего расстояния между уровнями Λ и их ширины Γ, но не превышает интервала Q, на котором сосредоточены уровни, то величины $<|f(E,\theta)|^2>_{E_0}$ и $<f(E,\theta)f^*(E-\epsilon,\theta)>_{E_0}$ можно вычислить с помощью формул, приведенных в /1/. Наиболее интересным является случай сильного перекрывания уровней, когда их плотность μ удовлетворяет неравенству

$$\mu\Gamma \gg 1.$$ /21/

В этих условиях $\langle S(E)\rangle_{E_0} = \langle \prod_n \frac{E_n - E + \frac{1}{2}i\Gamma}{E_n - E - \frac{1}{2}i\Gamma}\rangle_{E_0} = 0,$

$$\langle |f(E,\theta)|^2\rangle_{E_0} = \frac{(2\ell+1)^2}{4k_0^2} P_\ell^2(\cos\theta), \qquad /22/$$

$$\phi(\epsilon,\theta) = \frac{1}{2}[1 + \exp(-\frac{2\pi\mu\Gamma\epsilon^2}{\epsilon^2+\Gamma^2})\exp(\frac{2\pi i\mu\epsilon\Gamma^2}{\epsilon^2+\Gamma^2})]. \qquad /23/$$

Второе слагаемое в /23/ заметно отличается от нуля только при достаточно малых ϵ, когда $\frac{\epsilon}{\Gamma} \lesssim (\mu\Gamma)^{-1/2} \ll 1$. Поэтому /23/ можно заменить на

$$\phi(\epsilon) = \frac{1}{2}[1 + \exp(-\frac{2\pi\epsilon^2}{\Gamma\Delta})\exp(\frac{2\pi i\epsilon}{\Delta})]. \qquad /23'/$$

Интересующее нас выражение /9/ для эффективного сечения тормозного излучения записывается теперь в виде

$$\langle \epsilon\frac{d^3\sigma}{do\,d\Omega\,d\epsilon}\rangle =$$
$$= \frac{1}{(2\pi)^2\hbar c}\frac{(2\ell+1)^2}{2k_0^2}\{\vec a^2 + \vec b^2 - \vec a\vec b[1+\exp(-\frac{2\pi\epsilon^2}{\Gamma\Delta})\cos\frac{2\pi\epsilon}{\Delta}]\}\times$$
$$\times P_\ell^2(\cos\theta). \qquad /24/$$

Из /24/ следует, что экспериментальное исследование тормозного излучения позволяет в принципе определить величины Δ и Γ*.

Важно, что при таком подходе эффект фактически не зависит от фона. Действительно, предположим, что,

---
*Практическая реализация этой возможности предполагает, конечно, проведение теоретического анализа многоканальных реакций.

кроме рассеяния на перекрывающихся резонансах, имеет место еще один механизм рассеяния, слабо зависящий от энергии. Можно, в частности, говорить о дополнительном резонансе, ширина которого очень велика по сравнению с ширинами остальных перекрывающихся резонансов. Если этот дополнительный резонанс имеет такой же орбитальный момент, как и все остальные, его присутствие никак не скажется на вероятности тормозного излучения. В этом случае в выражении для $S(E)$ появится еще один множитель $e^{i\delta}$ с практически постоянной фазой. Легко видеть, что при выполнении условия /21/ он не войдет в формулы /22/, /23/ и /24/.

Если угловой момент дополнительного резонанса не такой, как у остальных резонансов, амплитуда рассеяния

$$F = f(E,\theta) + \tilde{f}(\theta), \qquad /25/$$

где $f(E,\theta)$ по-прежнему имеет вид /20/, а $\tilde{f}(\theta)$ не зависит от энергии. Тогда в формулу /9/ следует добавить амплитуду /25/. Это приводит к выражению, которое отличается от /24/ дополнительным членом

$$\frac{1}{(2\pi)^2\hbar c}\{|\tilde{f}(\theta)|^2 + \frac{2\ell+1}{k_0}P_\ell(\cos\theta)\,\mathrm{Im}\,\tilde{f}(\theta)\}(\vec{a}-\vec{b})^2, \qquad /26/$$

не зависящим от ϵ. Поэтому измерение спектра тормозных γ-квантов позволяет определить величины Γ и Λ фактически так же, как и при отсутствии фона*.

---

* Аналогичный вывод справедлив и для многоканальных реакций. Заметим также, что второе слагаемое в /26/ обусловлено интерференцией между $f(E,\theta)$ и $\tilde{f}(\theta)$. Отсюда, между прочим, следует, что закон распределения $P(r)$, отвечающий амплитуде /25/, не совпадает с суммой распределений, соответствующих каждому из слагаемых $f(E,\theta)$ и $\tilde{f}(\theta)$, взятых с соответствующими весами. Противоположное утверждение, содержащееся в работе /2/, кажется нам ошибочным.

§5. Время задержки при сильном перекрывании уровней

Рассмотрим временной ход процесса упругого рассеяния при сильном перекрывании резонансов, когда выполнено условие /21/. Как уже отмечалось, средняя длительность столкновения $\bar{\tau} = -i\hbar\frac{\partial\phi}{\partial\epsilon}\Big|_{\epsilon=0}$. Подставляя сюда производную от выражения /23'/, получаем простую формулу

$$\bar{\tau} = \frac{\pi\hbar}{\Lambda}. \qquad /27/$$

Следовательно, $\bar{\tau} \gg \hbar/\Gamma$, т.е. среднее время задержки во много раз больше времени жизни каждого отдельного квазистационарного состояния /см. также /1//* .

Вычислим теперь закон распределения $P(\tau)$. Для этого в формулу /17/ следует подставить выражение /23'/. В результате получим

$$P(\tau) = \frac{1}{2}\delta(\tau) + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\Gamma\Delta}{8\pi^2\hbar^2}}\exp\left[-\frac{\Gamma\Delta}{8\pi\hbar^2}\left(\tau - \frac{2\pi\hbar}{\Delta}\right)^2\right]. \qquad /28/$$

Физический смысл формулы /28/ состоит в следующем: в половине случаев рассеяние происходит мгновенно /точнее, за очень малый промежуток времени $\sim\hbar/\Delta E$/, а в другой половине случаев - с большой временной задержкой, сосредоточенной в узкой области вблизи $\tau = \frac{2\pi\hbar}{\Lambda}$.

Для второй группы среднее значение задержки

$$\bar{\tau} = \frac{2\pi\hbar}{\Lambda}, \qquad /27/$$

дисперсия $D_\tau = \frac{4\pi\hbar^2}{\Gamma\Lambda}$ и относительная флюктуация

---

*Как уже отмечалось, формулы /23/ и /23'/, равно как и вытекающий из них результат /27/, справедливы только при условии $\Delta E < Q$. Если интервал Q, заполненный энергетическими уровнями компаунд-ядра, ограничен и содержит N уровней /т.е. $Q = N\Delta$/, причем $\Delta E \gg N\Gamma \gg Q$, то можно показать, что $\bar{\tau} = \hbar/\Gamma$.

$$\eta = \frac{\sqrt{D_\tau}}{\bar{\tau}} = \sqrt{\frac{\Lambda}{\pi\Gamma}} \ll 1 . \qquad /29/$$

Согласно /28/, /27'/ и /29/ при сильном перекрывании /т.е. в условиях, когда возникают эриксоновские флюктуации/ процесс рассеяния разбивается на две стадии /1/. На первой стадии происходит захват первичной частицы ядром, аналогичный полному поглощению; как следствие, возникает также мгновенное дифракционное рассеяние. На второй стадии происходит распад компаунд-ядра, сопровождающийся появлением рассеянной частицы. Оба этапа разделены большим интервалом времени, из-за чего два типа рассеяния не интерферируют и соответствующие сечения складываются.

Действительно, из /20/ следует, что средняя величина эффективного сечения рассеяния дается формулой

$$\langle\frac{d\sigma}{d\Omega}\rangle_{E_0} = \langle|f(E,\theta)|^2\rangle_{E_0} =$$

$$= \frac{(2\ell+1)^2}{4k_0^2}\{\langle|S|^2\rangle_{E_0} + 1 - 2\mathrm{Re}\langle S\rangle_{E_0}\}P_\ell^2(\cos\theta) =$$

$$= \frac{(2\ell+1)^2}{4k_0^2}\langle|S|^2\rangle_{E_0} P_\ell^2(\cos\theta) + \frac{(2\ell+1)^2}{4k_0^2}P_\ell^2(\cos\theta).$$

Интерференционный член выпадает, поскольку $\langle S\rangle_{E_0} = 0$. Первое из оставшихся слагаемых – обозначим его $d\sigma_1/d\Omega$ – соответствует сечению рассеяния с временной задержкой, второе слагаемое – его обозначим $d\sigma_2/d\Omega$ – отвечает дифракционному рассеянию. Поскольку $|S| = 1$, оба сечения равны друг другу и совпадают с сечением упругого рассеяния при полном поглощении рассматриваемой парциальной волны:

$$\frac{d\sigma_1}{d\Omega} = \frac{d\sigma_2}{d\Omega} = \frac{(2\ell+1)^2}{4k_0^2}P_\ell^2(\cos\theta), \quad \langle\frac{d\sigma}{d\Omega}\rangle = 2\frac{d\sigma_1}{d\Omega} = 2\frac{d\sigma_2}{d\Omega}. \qquad /30/$$

Заметим еще, что $\frac{d\sigma_1}{d\Omega}$ и $\frac{d\sigma_2}{d\Omega}$ можно записать в виде

$$\frac{d\sigma_1}{d\Omega} = \langle |f(E,\theta)|^2 \rangle_{E_0} - |\langle f(E,\theta)\rangle_{E_0}|^2 ,$$

$$\frac{d\sigma_2}{d\Omega} = |\langle f(E,\theta)\rangle_{E_0}|^2 . \qquad /31/$$

Величины $\frac{d\sigma_1}{d\Omega}$ и $\frac{d\sigma_2}{d\Omega}$, определяемые равенствами /31/, имеют прежний физический смысл и в том случае, когда резонансы компаунд-ядра распределены по нескольким орбитальным моментам и для каждого из моментов в отдельности выполнено условие сильного перекрывания. При этом $\int \frac{d\sigma_1}{d\Omega} d\Omega = \int \frac{d\sigma_2}{d\Omega} d\Omega$, хотя дифференциальные сечения $\frac{d\sigma_1}{d\Omega}$ и $\frac{d\sigma_2}{d\Omega}$ уже не совпадают. Если в рассеянии представлены все орбитальные моменты от нуля до некоторого $L \gg 1$, то $\int \frac{d\sigma_1}{d\Omega} d\Omega = \int \frac{d\sigma_2}{d\Omega} d\Omega = \pi R^2$, где $R = L/k_0$. Возникает аналогия с рассеянием на абсолютно черной сфере /1/.

§6. Особенности тормозного излучения, обусловленные существованием двух стадий рассеяния

Формирование γ-кванта с энергией ϵ протекает за время порядка $\hbar/\epsilon$. Поэтому существование двух стадий рассеяния, четко разделенных во времени, должно отражаться и на свойствах тормозного излучения. Действительно, легко убедиться /путем непосредственного вычисления или подставляя распределение /28/ в формулу /11'//, что соотношению /24/ можно придать вид

$$< \epsilon \frac{d^3\sigma}{do\, d\Omega\, d\epsilon} >_{E_0} = \frac{1}{(2\pi)^2 \hbar c} \frac{(2\ell+1)^2}{2k_0^2} \{ \frac{1}{2} (\vec{a} - \vec{b})^2 +$$

$$+ \frac{1}{2} \int | \vec{a} - \vec{b} e^{+i\epsilon\tau/\hbar} |^2 \sqrt{\frac{\Gamma\Delta}{8\pi^2\hbar^2}} \exp[- \frac{\Gamma\Delta}{8\pi\hbar^2} (\tau - \frac{2\pi\hbar}{\Lambda})^2] d\tau \} \times$$

$$\times P_\ell^2 (\cos\theta) . \qquad /32/$$

Снова видно, что в половине случаев рассеяние происходит мгновенно, и в связи с этим векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, описывающие излучение γ-квантов до и после рассеяния, вычитаются без дополнительной разности фаз; в другой половине случаев рассеяние происходит с временной задержкой, что приводит к сдвигу фаз, равному в среднем

$$\frac{\epsilon \bar{\tau}}{\hbar} = \frac{2\pi\epsilon}{\Lambda} .$$

Для мягких γ-квантов с энергией $\epsilon \ll \Lambda/2\pi$ можно считать, что оба типа рассеяния происходят мгновенно, и поэтому в полном соответствии с /3/ получаем

$$< \epsilon \frac{d^3\sigma}{do\, d\Omega\, d\epsilon} >_{E_0} = \frac{1}{(2\pi)^2 \hbar c} < | f(E,\theta) |^2 >_{E_0} (\vec{a} - \vec{b})^2 . \qquad /33/$$

Если $\epsilon \gg \hbar/\sqrt{D_\tau}$, где $\sqrt{D_\tau} = 2\hbar\sqrt{\pi/\Gamma\Lambda}$ - неопределенность времени задержки, то в результате усреднения по τ на второй стадии рассеяния исчезает интерференция между тормозным излучением начальных и конечных частиц. В этом случае

$$< \epsilon \frac{d^3\sigma}{do\, d\Omega\, d\epsilon} >_{E_0} = \frac{1}{2(2\pi)^2 \hbar c} < | f(E,\theta) |^2 >_{E_0} [(\vec{a} - \vec{b})^2 + (\vec{a}^2 + \vec{b}^2)].$$

$$/34/$$

Если, кроме перекрывающихся резонансов с угловым моментом ℓ, имеется еще один широкий резонанс с другим угловым моментом, то, как уже говорилось, в формулу /24/ следует включить дополнительный член /26/. Учет этого члена приводит к соотношению

$$\langle \epsilon \frac{d^3\sigma}{d\sigma d\Omega d\epsilon} \rangle_{E_0} = \qquad /35/$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^2 \hbar c} \{ [\vec{a}^2 + \vec{b}^2 - 2\vec{a}\vec{b}\exp(-\frac{2\pi\epsilon^2}{\Gamma\Lambda})\cos\frac{2\pi\epsilon}{\Lambda}] \frac{d\sigma_1}{d\Omega} + (\vec{a}-\vec{b})^2 \frac{d\sigma_2}{d\Omega} \},$$

в котором

$$\frac{d\sigma_2}{d\Omega} = | \tilde{f}(\theta) + \frac{2\ell + 1}{2ik_0} P_\ell(\cos\theta) |^2 , \qquad /36/$$

а $\frac{d\sigma_1}{d\Omega}$ по-прежнему дается формулой /30/. Когда $\epsilon \ll \Lambda$, выражение в фигурных скобках /35/ принимает вид $(\frac{d\sigma_1}{d\Omega} + \frac{d\sigma_2}{d\Omega})(\vec{a} - \vec{b})^2$, а при $\epsilon \gg \sqrt{\Gamma\Lambda}$ оно переходит в $(\vec{a}^2 + \vec{b}^2)\frac{d\sigma_1}{d\Omega} + (\vec{a} - \vec{b})^2 \frac{d\sigma_2}{d\Omega}$*.

Подчеркнем, что в формуле /35/ величина $\frac{d\sigma_2}{d\Omega}$ имеет, как и прежде, смысл эффективного сечения "мгновенного рассеяния", а $\frac{d\sigma_1}{d\Omega}$ соответствует сечению с временной задержкой. Действительно, согласно /25/,

*Такое же выражение получается и при энергиях γ-кванта $\epsilon < \sqrt{\Gamma\Delta}$, если произвести усреднение по интервалу ϵ, большому по сравнению с $\Lambda/2\pi$. Сказанное относится, конечно, и к равенству /34/.

$$<\frac{d\sigma}{d\Omega}>_{E_0} = <|f(E,\theta) + \tilde{f}(\theta)|^2>_{E_0} =$$

$$= \frac{(2\ell+1)^2}{4k_0^2} P_\ell^2(\cos\theta) + |\tilde{f}(\theta) + \frac{2\ell+1}{2ik_0} P_\ell(\cos\theta)|^2 = \frac{d\sigma_1}{d\Omega} + \frac{d\sigma_2}{d\Omega}.$$

То обстоятельство, что амплитуда $\tilde{f}(\theta)$ вносит вклад только в $\frac{d\sigma_2}{d\Omega}$ и не влияет на величину $\frac{d\sigma_1}{d\Omega}$, вполне согласуется с общей картиной явления: амплитуда "мгновенного" фонового процесса интерферирует только с амплитудой дифракционного рассеяния, которое также происходит "мгновенно".

Заметим, что величины

$$\frac{d\sigma_1}{d\Omega} = <|f(E,\theta)|^2>_{E_0} - |<f(E,\theta)>_{E_0}|^2$$

и

$$\frac{d\sigma_2}{d\Omega} = |<f(E,\theta)>_{E_0}|^2$$

можно ввести и при отсутствии сильного перекрывания, но в общем случае они уже не связаны столь четко с рассеянием, задержанным во времени, и с "мгновенным рассеянием". С помощью этих величин можно сконструировать функцию

$$r(\epsilon,\theta) = \phi(\epsilon,\theta) + [\phi(\epsilon,\theta) - 1](\frac{d\sigma_2}{d\Omega})/(\frac{d\sigma_1}{d\Omega}) =$$

$$= \frac{<f(E,\theta)f^*(E-\epsilon,\theta)>_{E_0} - \frac{d\sigma_2}{d\Omega}}{\frac{d\sigma_1}{d\Omega}}, \qquad /37/$$

совпадающую с коэффициентом корреляции амплитуд в теории эриксоновских флюктуаций /1, 7/. Теперь общую формулу /9/ можно представить в виде, аналогичном /35/:

$$<\epsilon \frac{d^3\sigma}{do\, d\Omega d\epsilon}>_{E_0} = \qquad /38/$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^2 \hbar c} \{ [\vec{a}^2 + \vec{b}^2 - 2\vec{a}\vec{b} \operatorname{Re} r(\epsilon, \theta)] \frac{d\sigma_1}{d\Omega} + (\vec{a} - \vec{b})^2 \frac{d\sigma_2}{d\Omega} \}.$$

При $\epsilon \to 0$, когда $\epsilon \ll \hbar/\bar{\tau}$, величина $r(\epsilon, \theta) \to 1$, и мы снова получаем, как и следовало ожидать, формулу /33/ для "мгновенного рассеяния", в которой надо произвести замену $<|f(E,\theta)|^2>_{E_0}$ на $\frac{d\sigma_1}{d\Omega} + \frac{d\sigma_2}{d\Omega}$. При достаточно больших ϵ корреляция затухает и $r(\epsilon, \theta) \to 0$; поэтому для жестких γ-квантов с энергией $\epsilon \gg \hbar/\bar{\tau}$ справедлива формула типа /34/:

$$<\epsilon \frac{d^3\sigma}{do\, d\Omega\, d\epsilon}>_{E_0} = \frac{1}{(2\pi)^2 \hbar c} \{ (\vec{a}^2 + \vec{b}^2) \frac{d\sigma_1}{d\Omega} + (\vec{a} - \vec{b})^2 \frac{d\sigma_2}{d\Omega} \}. \qquad /39/$$

Проведенный анализ свойств тормозного излучения в области перекрывающихся резонансов относится к весьма специальному случаю и является поэтому предварительным. Учет спинов и вклада нескольких орбитальных моментов не привел бы к существенным усложнениям; главные изменения связаны с многоканальными реакциями. Вместе с тем можно думать, что основные черты явления сохраняются и в общем случае. В частности, остается в силе одно существенное преимущество исследования сильно перекрывающихся /а также и изолированных/ резонансов с помощью тормозного излучения. Оно состоит в том, что при таком подходе можно использовать немонохроматические пучки первичных частиц, если только энергия γ-квантов измеряется с достаточной точностью /см. также /3/ /. Такая возможность отсутствует при обычных методах изучения эриксоновских флюктуаций. Не исключено, что это обстоятельство может быть использовано для выяснения вопроса об эриксоновских флюктуациях в πp-рассеянии. В работе/13/, в которой сообщается о возможном существовании таких флюктуаций, энергетическое разрешение не было достаточно хорошим; исследование сопутствующих тормозных γ-квантов могло бы, вероятно, привести к более определенным заключениям.

Литература

1. *В.Л.Любошиц, М.И.Подгорецкий. ОИЯИ, Р4-8988, Дубна, 1975; ЯФ, 24, 214 /1976/.*
2. *R.M.Eisberg, D.R.Yennie, D.H.Wilkinson. Nucl.Phys., 18, 338 /1960/.*
3. *H.Feshbach, D.R.Yennie. Nucl.Phys., 37, 150 /1962/.*
4. *А.И.Ахиезер, В.Б.Берестецкий. Квантовая электродинамика. §29, Наука, 1969.*
5. *В.Б.Берестецкий, Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский. Релятивистская квантовая теория. §95, Наука, 1968.*
6. *F.E.Low. Phys.Rev., 110, 974 /1958/.*
7. *T.Ericson, T.Mayer-Kuckuk. Ann. Rev. of Nucl. Sci., 16, 183 /1966/. Перевод в УФН, 92, 271 /1967/.*
8. *В.В.Соловьев. Ядерная физика, 2, 277 /1965/.*
9. *А.И.Базь. Ядерная физика. 4, 252/1966/; 5, 229 /1967/.*
10. *E.P.Wigner. Phys.Rev., 98, 145 /1955/.*
11. *M.Froissart, M.L.Goldberger, K.M.Watson. Phys. Rev., 131, 2820 /1963/.*
12. *K.M.Eisberg. Rev.Mod.Phys., 36, 110 /1964/.*
13. *F.H.Schmidt et al. Phys.Lett., B45, 177 /1973/.*

Рукопись поступила в издательский отдел
6 апреля 1976 года.