ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

10/II-76

Ч-492

P2 - 9681

1701/2-76

Н.А.Черников

УРАВНЕНИЯ БОРНА-ИНФЕЛЬДА В ЕДИНОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ ЭЙНШТЕЙНА

1976

P2 - 9681

Н.А.Черников

УРАВНЕНИЯ БОРНА-ИНФЕЛЬДА В ЕДИНОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ ЭЙНШТЕЙНА

Направлено в "Письма в ЖЭТФ"

S u m m a r y

The Born-Infeld electrodynamics considers an antisymmetric tensor $\phi_{\alpha\beta}$ in a four-dimensional Riemann space with the metric form defined by a symmetric tensor $h_{\alpha\beta}$ of the normal hyperbolic form. With the help of a contravariant volume tensor we compose a tensor dual to $\phi_{\alpha\beta}$. The covariant derivative D_γ is taken with connection given by the Christoffel symbol for $h_{\alpha\beta}$. Then we write the Born-Infeld equations in the form (1).

On the other hand, in the Einstein unified field theory the affine connection is defined through an asymmetric tensor $g_{\alpha\beta}$ and its partial derivatives with respect to coordinates by the system of eqs. (2). For the torsion covector S_α eqs. (2) result in eqs. (3) and (4). Among differential equations of the unified field theory there are equations $S_\alpha=0$. From eqs. (3) and (4) it follows that the Einstein equations $S_\alpha=0$ are equivalent to equations of the Born-Infeld electrodynamics (1).

For a space of any dimensionality the torsion covector defined by system (2) can be written in form (5).

The derivation of eqs. (3), (4), (5) will be published elsewhere.

В электродинамике Борна-Инфельда рассматривается антисимметричный тензор $\phi_{\alpha\beta}$ в четырехмерном римановом мире с метрической формой, задаваемой симметричным тензором $h_{\alpha\beta}$ нормального гиперболического вида. С помощью контравариантного объемного тензора $\epsilon^{\alpha\beta\mu\nu}$, т.е. антисимметричного по всем значкам и такого, что $\epsilon^{0123}\sqrt{-h}=1$, где h - определитель матрицы $(h_{\alpha\beta})$, составляется дуальный к $\phi_{\alpha\beta}$ тензор $\phi^{*\alpha\beta} = \frac{1}{2}\epsilon^{\alpha\beta\mu\nu}\phi_{\mu\nu}$. Дальше пишем $h_{\alpha\sigma}\phi^{\sigma\beta} = \phi_\alpha^{\ \beta} = \phi_{\alpha\sigma} h^{\sigma\beta}$ и аналогичные равенства для тензора ϕ^*. Ковариантное дифференцирование по отношению к связности, задаваемой символом Кристоффеля для тензора $h_{\alpha\beta}$, обозначаем буквой D. При таких обозначениях уравнения Борна-Инфельда записываются в виде

$$D_\gamma \frac{\phi_\alpha^{\ \gamma} - G\phi_\alpha^{*\ \gamma}}{\sqrt{1+F-G^2}} = 0, \qquad /1/$$

где F и G - скаляры, равные

$$F = \frac{1}{2}\phi^{\alpha\beta}\phi_{\alpha\beta},$$

$$G = \frac{1}{4}\phi^{*\alpha\beta}\phi_{\alpha\beta} = \frac{\phi_{01}\phi_{23}+\phi_{02}\phi_{31}+\phi_{03}\phi_{12}}{\sqrt{-h}}.$$

С другой стороны, в единой теории поля Эйнштейна аффинная связность $\Gamma^{\mu}_{\alpha\beta}$ задается через несимметричный тензор $g_{\alpha\beta}$ и его частные производные по координатам x^{γ} следующей системой уравнений

$$g_{\sigma\beta}\Gamma^{\sigma}_{\alpha\gamma} + g_{\alpha\sigma}\Gamma^{\sigma}_{\gamma\beta} = \frac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial x^{\gamma}} . \qquad /2/$$

Положим $g_{\alpha\beta} = h_{\alpha\beta} + \phi_{\alpha\beta}$, где $h_{\alpha\beta}$ и $\phi_{\alpha\beta}$ - рассмотренные выше тензоры, и обозначим $S^{\mu}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}(\Gamma^{\mu}_{\alpha\beta} - \Gamma^{\mu}_{\beta\alpha})$ тензор кручения и $S_{\alpha} = S^{\mu}_{\alpha\mu}$ ковектор кручения. Можно доказать, что из /2/ следуют равенства

$$S_{\alpha} = \frac{\delta_{\alpha}^{\ \mu} - \phi_{\alpha}^{\ \nu}\phi_{\nu}^{\ \mu}}{\sqrt{1+F-G^2}} D_{\gamma} \frac{\phi_{\mu}^{\ \gamma} - G\phi^{*\ \gamma}_{\mu}}{\sqrt{1+F-G^2}} , \qquad /3/$$

$$D_{\gamma} \frac{\phi_{\alpha}^{\ \gamma} - G\phi^{*\ \gamma}_{\alpha}}{\sqrt{1+F-G^2}} = \frac{\delta_{\alpha}^{\ \mu} + \phi^{*\nu}_{\alpha}\phi^{*\mu}_{\nu}}{\sqrt{1+F-G^2}} S_{\mu} . \qquad /4/$$

В число дифференциальных уравнений единой теории поля входят уравнения $S_{\alpha} = 0$. Из /3/ и /4/ следует, что уравнения Эйнштейна $S_{\alpha} = 0$ эквивалентны уравнениям электродинамики Борна-Инфельда /1/.

Для пространства любой размерности ковектор кручения, определяемый системой уравнений /2/, можно записать в виде

$$S_{\alpha} = \frac{(E-\phi^2)_{\alpha}^{\ \mu}}{\sqrt{J}} D_{\gamma} \left(\frac{\phi\sqrt{J}}{E-\phi^2}\right)^{\gamma}_{\ \mu} , \qquad /5/$$

где E - единичный аффинор, J - определитель матрицы $(\delta_{\alpha}^{\ \mu} - \phi_{\alpha}^{\ \mu})$.

Вывод формул /3/, /4/ и /5/ будет опубликован в подробной статье.

Рукопись поступила в издательский отдел
2 апреля 1976 года.