ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



Р2 - 9611

А.З.Дубничкова, Г.В.Ефимов

# КВАРКИ И НЕЛОКАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ПОЛЯ

1976

P2 - 9611

А.З.Дубничкова, Г.В.Ефимов

# КВАРКИ И НЕЛОКАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ПОЛЯ

*Направлено в "Nuclear Physics"*

## Введение

В последние годы было предложено много теоретических идей и моделей [I-8], чтобы объяснить скейлинговое поведение глубоконеупругого электророждения, которое было теоретически предсказано Бьеркеном [9].

Одна из простейших и естественно интерпретирующих гипотезу Бьеркена моделей - это партонная модель, впервые предложена Фейнманом [I0]. В ней адроны рассматриваются как газ элементарных составляющих - партонов. Существует ряд различных моделей [II] и интуитивных предположений о физической природе партонов. Что собой представляют партоны, в настоящее время неизвестно, мы в дальнейшем примем гипотезу (ГI).

(ГI): "Партоны суть кварки".

Основная проблема теории кварков состоит в том, что в настоящее время она не может быть описана стандартными методами локальной квантовой теории поля. С одной стороны, описание кварка обычной функцией Грина $\Delta_c(p) = (m^2 - p^2 - i\varepsilon)^{-1}$ приводит к тому, что в ряду теории возмущений полюса пропагаторов дадут вклад в мнимую часть амплитуды. Это означает, что кварки должны существовать как реальные частицы. Но, с другой стороны, экспериментально кварки до сих пор не были

обнаружены[I2], хотя достижимые в настоящее время энергии превосходят предполагаемую массу кварка. Поэтому сейчас всеми физиками принимается как исходная гипотеза (Г2).
(Г2): "Физические кварки не существуют".

В последнее время уделяется большое внимание решению проблемы, как" удержать" кварк. Разрабатываются различные модели типа "струн", "мешков" и т.д. Основная трудность состоит в том, что совсем не просто математически реализовать гипотезы (ГI) и (Г2) в рамках стандартной локальной квантовой теории поля, чтобы не были нарушены такие основные принципы,как унитарность, причинность и т.д. В рамках локальной теории поля это пока не удалось сделать[7,II], хотя вопрос можно считать еще открытым[I3]. Кроме того, известны трудности в рамках перенормируемой локальной теории поля в изложении скейлингового поведения амплитуд физических процессов[5,8].

Наша работа представляет собой попытку предложить модель кварка, которая построена в развитой одним из авторов теории квантованных полей, взаимодействующих нелокальным образом[I4]. Эта теория удовлетворяет всем аксиомам квантовой теории (унитарность, причинность, и т.д) и в ее рамках возможна реализация гипотезы (ГI) и (Г2).

В данной работе мы не будем строить полную теорию кварков как частиц, из которых состоят реальные адроны и мезоны. Мы хотим лишь построить модель, описывающую частицы ( будем условно называть их кварками), в которой, во-первых, удовлетворены все аксиомы квантовой теории поля, во-вторых, кварки не рождаются и, в-третьих,скейлинговое поведение амплитуд инклюзивных процессов проявляется уже в низших порядках теории возмущений.

Основная идея нашего построения заключается в том, что пропагатор нашего кварка заменяется выражением:

$$\Delta_c(p) = \frac{1}{m^2 - p^2 - i\varepsilon} \Rightarrow D_c(p) = V(p^2\ell^2), \tag{I.I}$$

где $V(z)$ - целая аналитическая функция. Это будет означать, что в мнимую часть амплитуды эти пропагаторы не дадут никакого вклада. Поэтому кварки рождаться не будут, а унитарность $S$ -матрицы не будет нарушена.

Пропагатор кварка в виде целой функции может возникнуть следующим образом. Пусть кварк $q$ является обычной спинорной частицей с массой $M$ и, следовательно, подчиняется уравнению Дирака

$$(\hat{p} - M)\, q(x) = 0,$$

но со всеми другими частицами поле кварков взаимодействует нелокальным образом. Например,

$$\mathcal{L}_I(x) = g\,\pi(x)\left\{K(\ell^2\Box)\bar{q}(x)\right\}\left\{K(\ell^2\Box)q(x)\right\}, \tag{I.2}$$

где $K(\ell^2\Box)$ - нелокальный оператор, рассмотренный в /I4/. Тогда пропагатор кварка записывается в виде

$$D_c(p^2) = \frac{\left[K(\ell^2 p^2)\right]^2}{M^2 - p^2 - i\varepsilon}. \tag{I.3}$$

Если теперь, в силу каких-то нам неизвестных причин,

$$K(\ell^2 p^2) \sim M^2 - p^2 \quad при \ p^2 \to M^2,$$

то $D_c(p^2)$ является целой функцией. Тогда взаимодействие (I.2) не может привести к рождению кварков, хотя наличие пропагатора $D_c(p^2)$ в матричных элементах будет физически означать, что целая функция $V(p^2\ell^2)$ описывает некоторое пространственное распределение процессов взаимодействия элементарных частиц. Поэтому мы можем попытаться описать, по крайней мере, качественно инклюзивные процессы, происходящие при больших передачах импульса, и выяснить условия, при выполнении которых возможно получить скейлинговое поведение.

В изложенном в /I4/ варианте нелокальной теории, когда пропагатор (I.3) является вещественной функцией, амплитуды физических процессов растут в каждом порядке теории возмущений. Поэтому для изучения высокоэнергетических процессов нужно суммировать ряды теории возмущений, и тогда проблема (касающаяся скейлингового поведения амплитуд физических процессов) мало чем отличается от проблем в локальной квантовой теории поля. В данной работе мы предлагаем другой вариант введения нелокальности через поле частиц, условно называемых кварками, в котором амплитуды инклюзивных процессов будут убывать в низших порядках теории возмущений.

## 2. Модель, $S$- матрица и регуляризационная процедура

Цель данной работы состоит в том, чтобы выяснить механизм возникновения скейлингового поведения амплитуд инклюзивных процессов, когда пропагатор кварка является целой аналитической функцией. Поэтому для простоты мы будем рассматривать только скалярные частицы, описываемые полями $\pi(x)$, $e(x)$ и $A(x)$, которые взаимодействуют друг с другом через поле кварков $q(x)$.

Лагранжиан взаимодействия, описывающий нашу модель, имеет вид:

$$\mathcal{L}_I(x) = g\pi(x)\,q^+(x)q(x) + eA(x)q^+(x)q(x) + + eA(x)e^+(x)e(x), \tag{2.1}$$

Будем считать, что поле $\pi(x)$ описывает скалярные частицы массы $m$.

$$\pi(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int\frac{d\vec{k}}{\sqrt{2\omega_{\vec{k}}}}\left(a_{\vec{k}}e^{-ikx} + a^+_{\vec{k}}e^{ikx}\right), \tag{2.2}$$

где $\omega_{\vec{k}} = \sqrt{m^2+\vec{k}^2}$, $a_{\vec{k}}$ и $a^+_{\vec{k}}$ - операторы уничтожения и рождения, соответственно. Поле $A(x)$ описывает скалярные безмассовые частицы и является аналогом электромагнитного поля в реальном инклюзивном $(ep)$- процессе. Поле $e(x)$ -аналог поля электрона в глубоконеупругом фоторождении.

Поле $q(x)$ описывает "кварк", т.е. частицы, которые могут существовать только в виртуальном состоянии.

Причинные пропагаторы полей $\pi(x)$ и $A(x)$ задаются обычным образом:

$$\Delta^c_\pi(p) = \frac{1}{m^2-p^2-i\varepsilon}, \qquad \Delta^c_A(p) = \frac{1}{-p^2-i\varepsilon}. \tag{2.3}$$

Если определить причинный пропагатор поля $q(x)$ так, что

$$\overline{q q^{+}} = V(p^2 \ell^2), \tag{2.4}$$

где $V(z)$-целая и вещественная функция $[V(z)]^* = V(z^*)$, то это, как говорилось выше, приводит к тому, что матричные элементы инклюзивного процесса в скейлинговом пределе растут в каждом порядке теории возмущений. Наша задача состоит в том, чтобы добиться убывания амплитуды во всей области изменения физических импульсных переменных в каждом порядке теории возмущений. Мы решаем это **тем**, что отказываемся от вещественности функции $V(z)$. Будем считать, что в (2.4) $V(z)$-комплексная функция, убывающая в области $Im\, z < 0$. Такое предположение приводит к нарушению унитарности $S$-матрицы $S S^+ \neq 1$. Чтобы удовлетворить этому условию, постулируем, что поле кварков $q(x)$ состоит из двух типов кварков

$$q(x) = \begin{pmatrix} q_0(x) \\ q_1(x) \end{pmatrix}, \tag{2.5}$$

так, что

$$q^+(x) q(x) = q_0^+(x) q_0(x) + q_1^+(x) q_1(x). \tag{2.6}$$

При этом поле $q_0(x)$ является скалярным полем, и поле $q_1(x)$ -спинорным, что означает

$$[q_0(\vec{x}), q_0(\vec{y})]_- = 0,$$

$$\{q_1(\vec{x}), q_1(\vec{y})\}_+ = 0. \qquad (2.7)$$

Причинные пропагаторы полей $q_0(x)$ и $q_1(x)$ записываются в форме

$$\Delta^c_{q_0}(x-y) = \overline{q_0(x) q_0^+}(y) = \mathcal{D}(x-y),$$

$$\Delta^c_{q_1}(x-y) = \overline{q_1(x) q_1^+}(y) = -\mathcal{D}^*(x-y), \qquad (2.8)$$

соответственно. $\mathcal{D}(x)$ - (2.8) определено

$$\mathcal{D}(x) = i\int d^4k\, e^{-ikx}\, V(k^2\ell^2), \qquad (2.9)$$

где $V(z)$ - целая функция, свойства которой будут перечислены ниже.

Параметр $\ell$ имеет размерность длины и характеризует размер области, в которой пребывает виртуальный "кварк". Параметр $\mu^2 = \frac{1}{\ell^2}$ можно считать в некотором условном смысле "массой" кварка.

Задача состоит теперь в том, чтобы построить $S$-матрицу по лагранжиану взаимодействия (2.I). Обычная схема построения $S$ -матрицы может быть представлена в следующем виде:

(I) задается лагранжиан $\mathcal{L}_I$ , описывающий взаимодействие рассматриваемых полей (в нашем случае (2.I));

(2) формулируется регуляризационная процедура, т.е. задаются правила вычислений, по которым строятся элементы $S$-матрицы;

(3) строится $S$-матрица по теории возмущений, согласно сформулированным правилам,

(4) проверяются все аксиомы квантовой теории поля, поскольку способ построения $S$-матрицы сам по себе не гарантирует их выполнение.

Формально $S$-матрица может быть представлена в виде:

$$S = T\exp\left\{ i\int d^4x \left[ g\pi(x) + eA(x) \right] q^+(x)q(x) + i\int d^4x\, e A(x) e^+(x) e(x) \right\}. \tag{2.10}$$

Здесь

$$T = T_\pi T_A T_e T_q ,$$

где каждый из символов $T_\pi$, $T_A$, $T_e$ и $T_q$ означает "хронологические" упорядочения соответствующих операторов поля. "Хронологическое" упорядочение будем понимать как действие виковских $T$ - экспонент в вариационной форме

$$T_a = \exp\left\{ \frac{1}{2} \iint dx_1 dx_2\, \Delta_a^c(x_1 - x_2) \frac{\delta^2}{\delta\varphi_a(x_1)\delta\varphi_a(x_2)} \right\}, \tag{2.11}$$

где $a = \pi, A, e$, а $\varphi_\pi = \pi$, $\varphi_A = A$, $\varphi_e = e$ и

$$T_{q_0} = exp\left\{ \iint dx_1 dx_2 \, \mathcal{D}(x_1 - x_2) \frac{\delta^2}{\delta q_0(x_1) \delta q_0^+(x_2)} \right\},$$

$$T_{q_1} = exp\left\{ -\iint dx_1 dx_2 \, \mathcal{D}^*(x_1 - x_2) \frac{\delta^2}{\delta q_1(x_1) \delta q_1^+(x_2)} \right\}. \qquad (2.12)$$

$T_{q_0}$ и $T_{q_1}$ – вариационные производные по бозонному и фермионному полям, соответственно.

Переход от $T_q$ в (2.10) к $T_q$ в (2.12) и составляет регуляризационную процедуру, которая заключается в том, что поле $q(x)$ определяем как оператор со всеми нужными свойствами, позволяющими математический переход от (2.10) к (2.12). Один из возможных способов математической реализации этой идеи изложен в /15/. В принципе возможны и другие способы осуществления этой идеи.

Следует, кроме того, отметить, что, поскольку в свободном состоянии кварк не существует, то будем, по определению, считать, что оператор свободного кварка равен нулю, т.е. на "массовой поверхности"

$$q(x) = 0. \qquad (2.13)$$

Проведя упорядочение по полю кварков в (2.10), можно получить $S$-матрицу в виде

$$S = T_\pi T_A T_e \, exp\left\{ \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \sigma_n + i \int dx \, e A(x) e^+(x) e(x) \right\}, \qquad (2.14)$$

где $$\sigma_n = \int dx_1 \ldots \int dx_n \prod_{j=1}^{n} \{ g\,\pi(x_j) + e\,A(x) \} \times$$

$$\times \{ \mathcal{D}(x_1-x_2)\mathcal{D}(x_2-x_3)\ldots \mathcal{D}(x_n-x_1) - (-1)^n \overset{*}{\mathcal{D}}(x_1-x_2)\ldots \overset{*}{\mathcal{D}}(x_n-x_1) \} \quad (2.15)$$

Здесь, согласно (2.13), нормально упорядоченные произведения операторов свободных кварков $q(x)$ опущены.

Полученная $S$-матрица соответствует лагранжиану взаимодействия

$$L_I = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \sigma_n , \quad (2.16)$$

описывающему нелокальные взаимодействия частиц $\pi(x)$ и $A(x)$.

Наша дальнейшая задача состоит в том, чтобы выбрать должным образом функцию, описывающую пропагатор кварка, чтобы $S$-матрица (2.14) удовлетворяла всем необходимым условиям. Определим ее следующим образом (см. /14/):

$$V(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\xi\, W(\xi)}{(\xi - x - i\varepsilon)^a} , \quad (2.17)$$

где $x = k^2 \ell^2$.

Функция $W(\xi)$ удовлетворяет условиям:

(1) целая аналитическая функция, у которой порядок роста $\rho \geq 1$;

(2) в $\zeta$ - плоскости $(\zeta = \xi + i\eta)$ удовлетворяет

$$|W(\xi + i\eta)| \leq const \cdot exp\{-h|\xi|^{\rho_1} + d|\eta|^{\rho}\},$$

где $\rho_1 \leq \rho$;

(3) $[W(z)]^* = W(z^*)$,

(4) нормирована некоторым подходящим образом.

Тогда $V(z)$ является целой функцией и удовлетворяет условиям

(I)

$$|V(x+iy)| \leq \frac{const}{[1+|x|]^a} e^{d|y|^\rho}, \qquad (2.18)$$

при $y \geq 0$,

(2)

$$|V(x+iy)| \leq \frac{const}{[1+|z|]^a}, \qquad (2.19)$$

при $y \leq 0$,

т.е. убывает во всей нижней полуплоскости.

Числа $\ell^2$ и $a$ являются свободными параметрами. Эти числа определяют динамику взаимодействия и будут рассмотрены нами ниже.

В дальнейшем для простоты мы будем использовать функцию

$$V(x) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{d\xi\, e^{-\xi^2}}{[\xi - x - i\varepsilon]^a}, \quad (x = k^2\ell^2). \qquad (2.20)$$

Это функция второго порядка роста. Ее поведение в комплексной $z$ - плоскости показано на рис. I.

С традиционной точки зрения, функция $V(k^2\ell^2)$ в (2.17) представляет собой суперпозицию пропагаторов скалярного поля со спектром квадратов масс $M^2 = \xi$ на всей вещественной оси $-\infty < M^2 < \infty$. Другими словами, наш кварк $q_0$ как бы состоит из обычных частиц с положительным квадратом массы и из частиц с отрицательным квадратом массы, т.е. из тахионов. Однако все дополнительные члены, возникающие при использовании пропагатора (2.17) и нарушающие унитарность, причинность и т.д. в ряду теории возмущений, точно компенсируются вкладом от спинорного кварка $q_1$.

Ниже мы будем рассматривать $S$-матрицу лишь в первом порядке по эффективному лагранжиану взаимодействия $\mathcal{L}_I$ в (2.16).

## 3. Дифференциальное сечение инклюзивного процесса и его асимптотическое поведение в скейлинговом пределе

В этом параграфе мы рассмотрим глубоконеупругое рассеяние в рамках нашей модели. Матричный элемент такого процесса соответствует диаграмме, изображенной на рис. 2. Дифференциальное сечение этого процесса записывается

$$d\sigma = \frac{1}{(2\pi)^{3(n+1)}} \cdot \frac{1}{2p_0 2q_{10} |v_{in}|} \cdot \frac{e^2}{(q^2)^2} \cdot \frac{d^3 q_2}{2q_{20}} \times \qquad (3.1)$$

$$\times (2\pi)^4 \int \prod_{j=1}^{n} \frac{d^3 g_j}{2 g_{j0}} \, \delta^{(4)}\Big(p + q_1 - q_2 - \sum_{i=1}^{n} g_i\Big) \, |T|^2 .$$

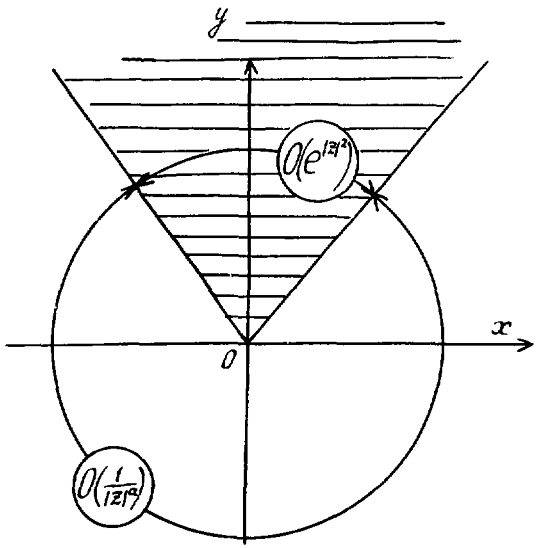


Рис. I. Поведение функции $V(z)$ в (2.2) в комплексной плоскости $z = x + iy$ .

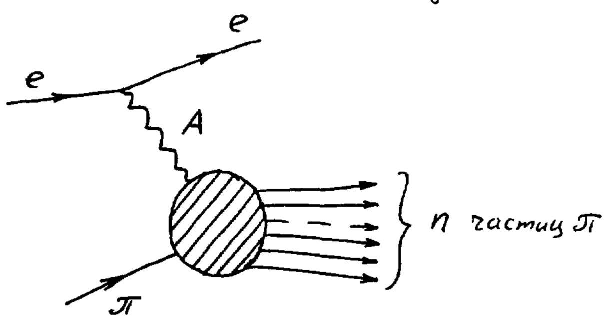


Рис. 2. Инклюзивный процесс, рассматриваемый нами в рамках лагранжиана (2.I).

Сечение (3.I) является функцией трех независимых переменных $(pq_1)$, $(pq_2)$ и $(q_1q_2)$.

Для изучения глубоконеупругого рассеяния эти переменные могут быть выбраны различными способами, мы остановимся на следующем выборе:

$q^2=(q_1-q_2)^2=-Q^2<0$ – квадрат массы виртуального фотона;

$pq = m\nu$ – энергия, переданная частице мишени (в нашем случае $\pi$-частице) в лабораторной системе;

$s=(p+q)^2=m^2+2m\nu+q^2=m^2+Q^2(\omega-1)$ – инвариантная масса системы конечных частиц,

где $\omega=\dfrac{2m\nu}{Q^2}>1$.

Тогда дифференциальное сечение (3.I), записанное с помощью инвариантных переменных $q^2$, $\nu$ и $s$, имеет вид

$$\frac{d^2\sigma}{dq^2d\nu}=\frac{1}{4\pi^2p_0}\cdot\frac{e^2}{(q^2)^2}\,\sigma_{tot}(q^2,\nu), \qquad (3.2)$$

где

$$\sigma_{tot}=\frac{1}{2(s-m^2)}\sum_n\frac{1}{(2\pi)^{3n-4}}F_n(q^2,\omega), \qquad (3.3)$$

суммирование проводится по числу $n$ - выходящих частиц. Функция

$$F_n(q^2;\omega)=\int\prod_{j=1}^{n}\frac{d^3 g_j}{g_{j0}}\,\delta^{(4)}\Big(p+q-\sum_{i=1}^{n}g_i\Big)\big|T_n\big|^2 \tag{3.4}$$

содержит всю информацию о возбуждении $\pi$-частицы мишени виртуальным "фотоном", описываемым полем $A$ в (2.1), с импульсом $q$.

Все вычисления будем проводить в системе координат, где

$$p=\Big(\frac{1}{2}+\frac{m^2}{2},\ \vec{0},\ \frac{1}{2}-\frac{m^2}{2}\Big),$$

$$q=\Big(\frac{1}{2}\omega Q^2,\ \vec{q}_\perp,\ -\frac{1}{2}\omega Q^2\Big),\quad (\vec{q}_\perp^{\,2}=Q^2), \tag{3.5}$$

и

$$g_i=\Big(\frac{1}{2}(\beta_i^2+\vec{g}_i^{\,2})+\frac{m^2}{2\beta_i^2},\ \beta_i\vec{g}_i,\ \frac{1}{2}(\beta_i^2-\vec{g}_i^{\,2})-\frac{m^2}{2\beta_i^2}\Big).$$

Заметим, что эта система координат возникает естественным образом при работе в системе бесконечного импульса мишени.

Область глубоконеупругого рассеяния определяется как:

$s\to\infty,\ \ \nu\to\infty,\ \ Q^2\to\infty$ и

$\omega$ фиксировано.

Это так называемый бьеркеновский предел [9]. Мы интересуемся так называемым глубоконеупругим континуумом [8] и поэтому требуем, чтобы $Q^2(w-1) \gg m'^2$. При этом параметр $w$ фиксирован и меняется в пределах $1 < w < \infty$.

В пределе Бьеркена в системе (3.5) массой $m^2$ можно пренебречь. Тогда функция (3.4) имеет следующий вид:

$$F_n(Q^2, w) = [Q^2]^{n-2} \int\!\!\dots\!\!\int \prod_{j=1}^{n} d\beta_j \beta_j^2 d\vec{t}_j \, \delta\Big(1 - \sum_{i=1}^{n} \beta_i^2\Big) \times$$

$$\times \delta^{(2)}\Big(\vec{n} - \sum_{i=1}^{n} \beta_i \vec{t}_i\Big) \delta\Big(w - \sum_{i=1}^{n} \vec{t}_i^{\,2}\Big) \Big| T_n(Qp, Qq, Qg_j) \Big|^2 \quad (3.6)$$

в системе координат:

$$p = \Big(\frac{1}{2}, \vec{0}, \frac{1}{2}\Big),$$
$$q = \Big(\frac{1}{2} w, \vec{n}, -\frac{1}{2} w\Big), \quad (3.7)$$
$$g_i = \Big(\frac{1}{2}(\beta_i^2 + \vec{t}_i^{\,2}), \beta_i \vec{t}_i, \frac{1}{2}(\beta_i^2 - \vec{t}_i^{\,2})\Big), \quad (i = 1, \dots, n),$$

где $\vec{n}$ – единичный 2-вектор.

Далее видно, что интегрирование в (3.6) проводится по конечной области, и амплитуда $T_n$ является функцией скалярных произведений $Q^2 pq$, $Q^2 g_i g_j$, $Q^2 p g_j$ и $Q^2 q g_j$.

Займемся теперь изучением поведения амплитуды $T_n$ в пределе Бьеркена. Как говорилось выше, мы будем рассматривать амплитуду $T_n$ только в первом порядке по лагранжиану (2.I). Тогда ей соответствует диаграмма Фейнмана, показанная на рис. 3. Для удобства введем обозначения:

$$g_1 = s_1, \ldots, g_\ell = s_\ell, -p = s_{\ell+1}, g_{\ell+1} = s_{\ell+2}, \ldots, g_n = s_{n+1}, -q = s_{n+2}.$$

Закон сохранения для векторов $s_1, \ldots, s_{n+2}$ записывается как

$$s_1 + \ldots + s_{n+2} = 0. \tag{3.8}$$

Амплитуда $T_n$ имеет вид:

$$T_n = \frac{1}{i}\int d^4k \prod_{j=1}^{n+2} V\left(\ell^2(k-Q\tau_j)^2\right) =$$

$$= \frac{1}{i}\prod_{j=1}^{n}\int d\xi_j\, e^{-\xi_j^2}\int \frac{d^4k}{\prod_{i=1}^{n+2}\left[\xi_i - \ell^2(k-Q\tau_i)^2 - i\varepsilon\right]^a}, \tag{3.9}$$

где

$$\tau_i = s_1 + \ldots + s_i, \quad (i = 1, \ldots, n+2).$$

Воспользовавшись представлением

$$\frac{1}{[A-i\varepsilon]^a} = \frac{e^{-i\frac{\pi}{2}a}}{\Gamma(a)}\int_0^\infty d\alpha\, \alpha^{a-1} e^{-i\alpha(A-i\varepsilon)} \tag{3.10}$$

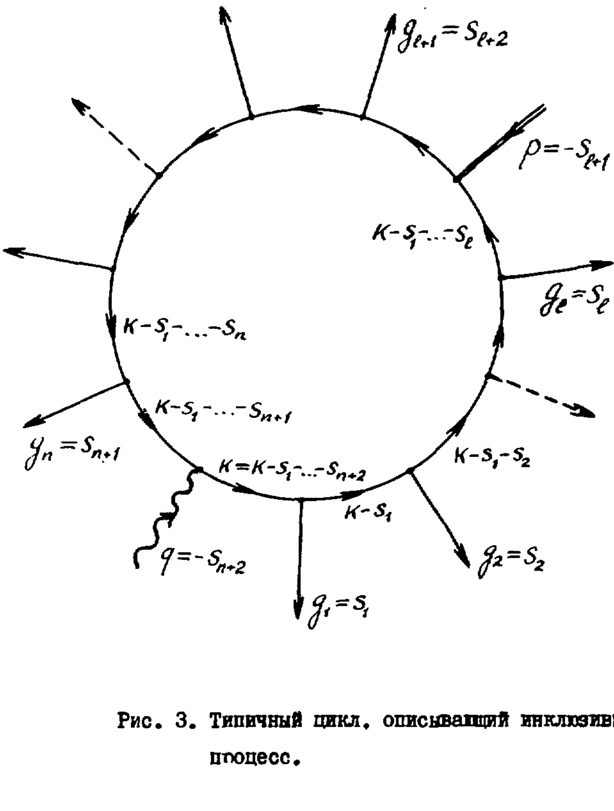


Рис. 3. Типичный цикл, описывающий инклюзивный процесс.

и проведя стандартное интегрирование по импульсу $k$, получаем:

$$T_n = \frac{\pi^2}{[Q^2]^{a(n+2)-2}} \left\{ \frac{e^{-i\frac{\pi}{2}a}\sqrt{\pi}}{\Gamma(a)} \right\}^{n+2} \cdot A_n \,, \qquad (3.11)$$

где

$$A_n = \int_0^1 \ldots \int \prod_{j=1}^{n+2} d\alpha_j \alpha_j^{a-1} \delta(1-\alpha_1-\ldots-\alpha_n) \times$$

$$\times \int_0^\infty du\, u^{a(n+2)-3} \exp\left\{ -\frac{u^2}{4Q^2} \sum_{j=1}^{n+2} \alpha_j^2 - iu\mathcal{M} \right\} \qquad (3.12)$$

и

$$\mathcal{M} = \sum_{1\le i<j\le n+2} \alpha_i \alpha_j (s_{i+1}+\ldots+s_j)^2 .$$

В подынтегральном выражении (3.12) нельзя перейти к пределу $Q^2 \to \infty$, поскольку в этом случае получим выражение

$$\int_0^1 \ldots \int \frac{\prod_{j=1}^{n+2} d\alpha_j \alpha_j^{a-1} \delta(1-\sum_{j=1}^{n+2} \alpha_j)}{[\mathcal{M} - i\varepsilon]^{(n+2)a-2}} \,. \qquad (3.13)$$

Функция (3.13) описывает процесс рождения $n$- безмассовых частиц, когда наши кварки также являются безмассовыми. Она имеет довольно сильные инфракрасные расходимости, поскольку (3.13) в инфракрасной области, т.е. при малых $\vec{t}_j$ ($\vec{t}_j$ определены в (3.7)), имеет неинтегрируемые особенности. Таким образом, мы видим, что асимптотику амплитуды $T_n$ и тем самым сечение процесса при больших $Q$ определяют области малых $\vec{t}_j$.

Вернемся к интегралу (3.12). Сделаем в интегралах (3.6) и (3.12), определяющих сечение и амплитуду процесса, замены переменных

$$\vec{t}_j \Rightarrow Q\vec{t}_j\,, \quad (j=1,\dots,n-1),$$
$$u \Rightarrow Q^2 u\,. \tag{3.14}$$

Для амплитуды (3.II) получим

$$T_n = \pi^2 \left\{ \frac{\sqrt{\pi}\, e^{-i\frac{\pi}{2}a}}{\Gamma(a)} \right\}^{n+2} B_n\,, \tag{3.15}$$

здесь

$$B_n = \int\limits_0^1\!\dots\!\int \prod_{j=1}^{n+2} d\alpha_j\, \alpha_j^{a-1}\, \delta\Big(1-\sum_{j=1}^{n+2}\alpha_j\Big) \times$$
$$\times \int\limits_0^\infty du\, u^{a(n+2)-3} \exp\Big\{-\frac{u^2}{4}\sum_j \alpha_j^2 - iu\,Q^2\ell^2 M\Big\}. \tag{3.16}$$

Рассмотрим теперь квадратичную форму $Q^2M$ и воспользуемся равенствами для скалярных произведений векторов $q$, $p$ и $g_i$, справедливыми при замене (3.14):

$$\begin{aligned} Q^2\,2pq &= wQ^2, \\ Q^2\,2pg_i &= \vec{t}_i^{\,2}, \\ Q^2\,2qg_i &= Q^2\Big(w\beta_i^2 - 4\beta_i \frac{\vec{n}\vec{t}_i}{Q}\Big), \\ Q^2\,2g_ig_j &= (\beta_i\vec{t}_j - \beta_j\vec{t}_i)^2. \end{aligned} \tag{3.17}$$

Тогда форму $Q^2M$ можно представить в виде (если воспользоваться равенством $\sum_i \alpha_i = 1$ ):

$$Q^2\mathcal{M} = \sum_{1\le i<j\le n} \alpha_i \alpha_j (S_{i+1} + \ldots + S_j)^2 +$$
$$+ \sum_{j=1}^{n} (S_1 + \ldots + S_j)^2 \alpha_j (1 - \alpha_1 - \ldots - \alpha_n) +$$
$$+ \alpha_{n+1} \cdot \Big\{ \sum_{j=1}^{n} (S_1 + \ldots + S_j)^2 \alpha_j - Q^2 (1 - \alpha_{n+1}) +$$
$$+ Q^2 \Big[ \sum_{j\neq \ell}^{n} \alpha_j\, w \beta_j^2 + w \alpha_\ell \Big] \Big\} . \tag{3.19}$$

При $Q \to \infty$ (т.е. при $Q^2\ell^2 \gg 1$ ) можно ограничиться членами:

$$Q^2\mathcal{M} = \mathcal{M}_0 + Q^2 \alpha_{n+1} \cdot \Big\{ -1 + w \sum_{j\neq\ell}^{n} \alpha_j \beta_j^2 + w \alpha_\ell \Big\} , \tag{3.20}$$

где $$\mathcal{M}_0 = \sum_{1\le i<j\le n} \alpha_i \alpha_j (S_{i+1} + \ldots + S_j)^2 +$$
$$+ \sum_{j=1}^{n} (S_1 + \ldots + S_j)^2 \alpha_j (1 - \alpha_1 - \ldots - \alpha_n) .$$

Интеграл (3.16) по $\alpha_{n+2}$ вычисляется благодаря $\delta$-функции, а при $Q \to \infty$ интегрирование по $\alpha_{n+1}$ дает

$$T_n = \frac{\pi^{5/2}}{[Q^2]^a} \left\{ \frac{\sqrt{\pi}\, e^{-i\frac{\pi}{2}a}}{\Gamma(a)} \right\}^{n+1} \cdot E_n , \tag{3.21}$$

где

$$E_n = \int\limits_{0\le\alpha_1+\ldots+\alpha_n\le 1}\!\!\ldots\int \frac{\prod\limits_{j=1}^{n} d\alpha_j\,\alpha_j^{a-1}\left(1-\sum\limits_{j=1}^{n}\alpha_j\right)^{a-1}}{\left\{-1+w\sum\limits_{j\ne l}^{n}\alpha_j\beta_j^2+w\alpha_l-i\varepsilon\right\}^{a}}\times$$

$$\times\int\limits_0^{\infty} du\,u^{a(n+1)-3}\cdot\exp\left\{-\frac{u^2}{4}\sum_j\alpha_j^2-iul^2\mathcal{M}_0\right\}. \qquad (3.22)$$

Производя в интеграле (3.6) и (3.22) замену (3.14) и устремляя $Q\to\infty$ , получим окончательно:

$$F_n(Q^2,w)=\frac{1}{[Q^2]^{2a}w}\int\ldots\int\prod_{j=1}^{n-1}d\beta_j\,\beta_j^2\,\delta\left(\frac{w-1}{w}-\sum_{j=1}^{n-1}\beta_j^2\right)Z_n\,, \qquad (3.23)$$

$$Z_n=\int\ldots\int\prod_{j=1}^{n-1}d^2\vec{t}_j\,|E_n|^2. \qquad (3.24)$$

Можно убедиться, что интегралы по $\vec{t}_j\ (j=1,\ldots,n-1)$ в (3.24) сходятся. Действительно, по любой ограниченной области интегралы сходятся, поскольку функция $E_n$ целая по $\vec{t}_j$ . Сходимость при больших $\vec{t}_j$ связана с поведением подынтегрального выражения в (3.22) при малых $\alpha_j$. При малых $\alpha_j$ квадратичными по $\alpha_j$ членами в $\mathcal{M}_0$ (3.20) можно пренебречь, а оставшаяся форма

$$m_0=\sum_{j=1}^{n}\alpha_j(s_1+\ldots+s_j)^2$$

является однородной функцией по $\alpha_j'$ и $\vec{t}_j$ порядка 3, т.е. при $\alpha_j \Rightarrow \lambda\alpha_j$ и $\vec{t}_j \Rightarrow \lambda\vec{t}_j$

$$\mathcal{M}_0(\lambda\alpha_j, \lambda\vec{t}_j) = \lambda^3 \mathcal{M}_0(\alpha_j, \vec{t}_j).$$

Обращение в нуль формы $\mathcal{M}_0$ при отличных от нуля значениях $\alpha_j$ не приводит к дополнительной расходимости интеграла и тем самым к дополнительной степени $Q$. Поэтому условие сходимости интеграла (3.24) можно оценить следующим образом. Проведем очевидные преобразования

$$Z_n = const \int_0^\infty dR^2 (R^2)^{n-2} \int\dots\int \prod_{j=1}^{n-1} d^2\vec{t}_j\, \delta(1-\vec{t}_j^{\,2}) \times$$

$$\times \left|E_n(R\vec{t}_j)\right|^2,$$

где

$$E_n(R\vec{t}_j) = \int_0^1 dv\, v^{na-1}(1-v)^{a-1} V_n(v, R\vec{t}_j).$$

Здесь

$$V_n(v,R\vec{t}_j) = \int_0^1\dots\int \frac{\prod_{j=1}^{n} d\alpha_j\, \alpha_j^{a-1}\, \delta(1-\sum_{i=1}^{n}\alpha_i)}{\left\{-1+v w\left(\sum_{j\neq \ell}^{n} \alpha_j \beta_j^2 + \alpha_\ell\right) - i\varepsilon\right\}^a} \times$$

$$\times \int_0^\infty du\, u^{a(n+1)-3} \exp\left\{-\frac{v^2u^2}{4}\sum_{j=1}^{n}\alpha_j^2 - i u v R^2 \ell^2 \mathcal{M}_0\right\}.$$

Тогда асимптотика амплитуды $E_n$ при $R\to\infty$ определяется интегралом

$$\iint\limits_0^1 du\,dv\, v^{na-1} u^{a(n+1)-3} e^{-iuvR^2} =$$

$$= \begin{cases} O\left((R^2)^{-na}\right), & a<2, \\ O\left((R^2)^{-a(n+1)+2}\right), & a>2. \end{cases}$$

Отсюда ясно, что интеграл (3.23) по $R^2$ сходится всегда при

$$a > \frac{1}{2}. \tag{3.25}$$

Таким образом,(3.21) дает искомое асимптотическое поведение сечения при $Q^2\to\infty$.

Если $w\to 1$, то тогда из представления (3.23) следует, как легко видеть, что:

$$F_n(Q^2, w) = \frac{const\ (w-1)^{\frac{3n-5}{2}}}{[Q^2]^{2a}}, \tag{3.26}$$

поскольку $E_n$ конечна при $w=1$.

Сделаем несколько замечаний о зависимости формулы (3.23) от параметров $\ell$, $a$ и $\rho$, входящих в теорию. Мы видим, что скейлинговый предел определяется параметром $\ell$, поскольку формула (3.25) получена при $Q^2\ell^2 \gg 1$ $\left(\frac{Q^2}{\mu^2} \gg 1\right)$, т.е. $Q^2$ должно быть много больше "массы" кварка. Динамика инклюзивного процесса определяется параметром $a$, т.е. степенью убывания пропагатора кварка в физической области. В этом пределе поведение амплитуд слабо зависит от параметра $\rho$ и формы функции $W$ в (2.17).

Зависимость $F_n(Q^2, \omega)$ от $\omega$ при $\omega \to 1$ /11,12/ совпадает с поведением фазового объема $n$ нерелятивистских частиц массы $m$, когда их полная энергия $E_n$ удовлетворяет условию $E_n - nm \ll nm$. В этом случае $\omega = \frac{E_n}{nm}$.

## Заключение

В заключение сформулируем основные результаты и нерешенные проблемы, которые стоят перед нами.

### Результаты

а) В рамках нелокальной квантовой теории поля построена $S$-матрица, удовлетворяющая всем основным аксиомам теории квантованных полей.

б) Кварки не рождаются.

в) Получено скейлинговое поведение амплитуд инклюзивного процесса уже в низших порядках теории возмущений.

Проблемы, требующие дальнейшего исследования:

а) Необходимо исследовать поведение амплитуд в высших порядках теории возмущений.

б) Применение модели к реальным инклюзивным процессам (включение спинов и т.д.)

в) Анализ функционального произвола в выборе "пропагатора" кварка.

В целом нам кажется, что данная модель заслуживает дальнейшего изучения.

Авторам приятно выразить благодарность Б.М. Барбашову, А.В. Ефремову, В.И. Огиевецкому, Е. Вицореку и Д. Стаменову за плодотворные дискуссии. Один из авторов (А.З.Д.) выражает благодарность доктору физико-математических наук В.А.Мещерякову за поддержку в работе.

## Литература:


1. S.D. Drell, T.D. Lee. Phys. Rev. D5, 1738,1972.
2. Lewellyn Smith, Physics Reports, 3C,5,1972.
3. P.V. Landshoff, J.C. Polkinghorne, Physics Reports 5C, 1,1972.
4. В.А. Матвеев - лекции на Международной школе молодых ученых (Гомель, 1973), ОИЯИ, Р1,2-7642, Дубна, 1973.
5. Р.М. Мурадян. ОИЯИ, Р2-6762, Дубна, 1972.
6. F.E. Close. Daresbury Lecture Note, series N 2, 1973.
7. Lewellyn Smith, SLAC Conference report (1975).
8. S.D. Drell, D.J. Levy, T.M. Yan. Phys. Rev. Lett 22, 744, 1969; Phys. Rev. 187, 2159. 1969; Phys. Rev. D1, 1035,1970; D1,1617,1970. Shan-Jing Chang, Paul M. Fischbane, Phys. Rev. Lett, 24, 847 (1970).
9. J. Bjørken. Phys. Rev., 179, 1547, 1969.
10. R.P. Feynman. Phys. Rev. Lett. 23, 1415, 1969.
11. R.P. Feynman "Взаимодействие фотонов с адронами", Мир, Москва, 1975.
12. E.D. Bloom et al, Kiev Conference report (1970), SLAC-PVB-796. R. Taylor et al., SLAC Conference report (1975).
13. Н.Н. Боголюбов, В.С. Владимиров, А.Н. Тавхелидзе. ТМФ, 12, 305, 1972.

14. Г.В. Ефимов, ИТФ,Киев, №№ 52,54,55, 1968;
Commun. math. phys. 31,1,1973, 38, II, 1974,
Проблемы физики ЭЧАЯ, I, вып. I, 256, 1970.
5, вып. 1974.

15. G.V.Efimov. Int. J. of Theor. Phys. 10, 19, 1974.

16. S.D. Drell, Tung-Mow Yan. Ann, Phys. (N.Y) 66,578, 1971.

Рукопись поступила в издательский отдел
17 марта 1976 года.