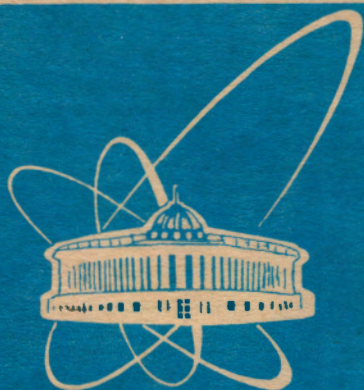


8-96



ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

96-8

P2-96-8

В.Л.Любошиц, М.И.Подгорецкий

СПИНОВЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ  
В ДВУХЧАСТИЧНЫХ КВАНТОВЫХ СИСТЕМАХ

Направлено в журнал «Ядерная физика»

1996

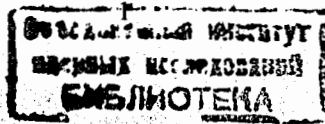
## 1. ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] были рассмотрены спиновые корреляции при генерации тождественных частиц с малыми относительными импульсами. В частности, было показано, что при генерации двух неполяризованных тождественных нуклонов с близкими импульсами и последующем рассеянии одного из нуклонов спиновая корреляция приводит к поляризации второго (нерассеянного) нуклона. На этой основе, в принципе, возможно приготовление пучков нуклонов с регулируемой спиновой поляризацией без непосредственного воздействия на поляризуемые частицы.

Настоящая работа посвящена более детальному обсуждению спиновых корреляций в двухчастичных квантовых системах. Такие корреляции, конечно, не обязательно связаны с тождественностью частиц. Они относятся к важному классу квантово-механических корреляций, возникающих при условии, что двухчастичная волновая функция не сводится к простому произведению одночастичных волновых функций и может быть представлена только в виде суммы указанных произведений.

Таким образом, речь идет о нефакторизуемых двухчастичных состояниях. Если двухчастичная система является частью более сложной системы и описывается матрицей плотности, нефакторизуемость означает, что рассматриваемое двухчастичное состояние не есть простая некогерентная смесь прямых произведений одночастичных состояний; собственные состояния двухчастичной матрицы плотности в этом случае также не являются прямыми произведениями одночастичных состояний.

В общем плане корреляции при регистрации нефакторизуемых двухчастичных квантовых состояний одночастичными детекторами следует рассматривать как проявление квантово-механического эффекта, впервые указанного в знаменитой работе Эйнштейна — Подольского — Розена [2]. Суть этого эффекта, который часто (с нашей точки зрения, не вполне оправданно) называют «парадоксом», состоит в том, что если двухчастичное состояние не факторизуется, характер измерений, проводимых над первой частицей, определяет показания второй частицы, хотя после взаимодействия обе частицы могут находиться на больших расстояниях. Ярким примером являются свойства пар  $K^0\bar{K}^0$ -мезонов, которые анализировались во многих работах (см., например, [3—7]). Спиновые корреляции, которые обсуждаются в данной статье, относятся к той же группе явлений. Следует подчеркнуть, что именно в случае нефакторизуемых двухчастичных состояний нарушаются т.н. нера-



венства Белла [8—10], выведенные на «вероятностном» (а не «амплитудном») уровне. Нарушение неравенства Белла было убедительно доказано в ряде корреляционных экспериментов (см., например, [11—14]).

## 2. СПИНОВЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ И ДВУХЧАСТИЧНАЯ МАТРИЦА ПЛОТНОСТИ

Пусть двухчастичное спиновое состояние описывается матрицей плотности  $\hat{\rho}^{(1,2)}$ . Тогда одночастичные матрицы плотности первой и второй частицы определяются как

$$\hat{\rho}^{(1)} = \text{Sp}_{(2)} \hat{\rho}^{(1,2)}, \quad \hat{\rho}^{(2)} = \text{Sp}_{(1)} \hat{\rho}^{(1,2)}. \quad (1)$$

При отсутствии корреляций имеем

$$\hat{\rho}^{(1,2)} = \hat{\rho}^{(1)} \otimes \hat{\rho}^{(2)}, \quad (2)$$

где  $\otimes$  — знак прямого произведения матриц.

Если с помощью какого-либо анализатора отбирается спиновое состояние первой частицы с матрицей плотности  $\hat{\rho}^{(1)}$ , то второй частице соответствует одночастичная матрица плотности

$$\hat{\rho}^{(2)} = \text{Sp}_{(1)} \hat{\rho}^{(1)} \hat{\rho}^{(1,2)} / \text{Sp}_{(1,2)} \hat{\rho}^{(1)} \hat{\rho}^{(1,2)}. \quad (3)$$

Ясно, что в общем случае матрицы  $\hat{\rho}^{(2)}$  и  $\hat{\rho}^{(2)}$  не совпадают. Только при отсутствии корреляций, когда справедлива формула (2),

$$\hat{\rho}^{(2)} = \hat{\rho}^{(2)} \quad (4)$$

независимо от явного вида матрицы  $\hat{\rho}^{(1)}$ .

В случае двух частиц со спином 1/2 матрица плотности  $\hat{\rho}^{(1,2)}$ , удовлетворяющая условию нормировки

$$\text{Sp}_{(1,2)} \hat{\rho}^{(1,2)} = 1, \quad (5)$$

имеет следующую структуру:

$$\hat{\rho}^{(1,2)} = \frac{1}{4} \left[ \hat{I}^{(1)} \otimes \hat{I}^{(2)} + (\hat{\sigma}^{(1)} \mathbf{P}^{(1)}) \otimes \hat{I}^{(2)} + \hat{I}^{(1)} \otimes (\hat{\sigma}^{(2)} \mathbf{P}^{(2)}) + \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 T_{ik} \hat{\sigma}_i^{(1)} \otimes \hat{\sigma}_k^{(2)} \right]. \quad (6)$$

Здесь  $\hat{I}$  — единичная двухрядная матрица,  $\hat{\sigma}_i$  — матрицы Паули,  $\mathbf{P}^{(1)} = \langle \hat{\sigma}^{(1)} \rangle$  и  $\mathbf{P}^{(2)} = \langle \hat{\sigma}^{(2)} \rangle$  — векторы поляризации,  $T_{ik} = \langle \hat{\sigma}^{(1)} \otimes \hat{\sigma}^{(2)} \rangle$ . При этом

$$\hat{\rho}^{(1)} = \frac{1}{2} (I + \hat{\sigma} \mathbf{P}^{(1)}), \quad \hat{\rho}^{(2)} = \frac{1}{2} (I + \hat{\sigma} \mathbf{P}^{(2)}). \quad (7)$$

Легко видеть, что если с помощью двух анализаторов (фильтров) отбираются конечные состояния первой и второй частицы с векторами поляризации  $\zeta^{(1)}$  и  $\zeta^{(2)}$ , то вероятность регистрации

$$W = \left\{ 1 + \zeta^{(1)} \mathbf{P}^{(1)} + \zeta^{(2)} \mathbf{P}^{(2)} + \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 T_{ik} \zeta_i^{(1)} \zeta_k^{(2)} \right\} \quad (8)$$

Если же фиксируется только вектор поляризации первой частицы  $\zeta^{(1)}$ , то в соответствии с формулами (3) и (8) второй частице отвечает матрица плотности

$$\hat{\rho}^{(2)} = \frac{1}{2} \left\{ \hat{I} + \frac{\sigma \mathbf{P}^{(2)} + \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 T_{ik} \zeta_i^{(1)} \hat{\sigma}_k}{1 + \zeta^{(1)} \mathbf{P}^{(1)}} \right\} \quad (9)$$

При этом вектор поляризации второй частицы имеет компоненты

$$\tilde{\zeta}_k^{(2)} = \frac{P_k^{(2)} + \sum_{i=1}^3 T_{ik} \zeta_i^{(1)}}{1 + \zeta^{(1)} \mathbf{P}^{(1)}}. \quad (10)$$

Если в качестве анализатора рассматривается акт рассеяния первой частицы на бесспиновой или неполяризованной мишени, то под  $\zeta^{(1)}$  следует понимать анализирующую способность

$$\zeta^{(1)} = \alpha(\theta, E) \mathbf{n}, \quad |\mathbf{n}| = 1, \quad (11)$$

где  $\alpha(\theta, E)$  — коэффициент асимметрии,  $\theta$  — угол рассеяния,  $E$  — энергия,  $\mathbf{n}$  — нормаль к плоскости рассеяния [1]. Согласно теореме Вольфенштейна [15], вектор  $\zeta^{(1)}$  совпадает с вектором поляризации, возникающим после рассеяния неполяризованной первой частицы на той же мишени.

В случае, когда одночастичные состояния неполяризованы ( $\mathbf{P}^{(1)} = \mathbf{P}^{(2)} = 0$ ), спиновые корреляции полностью определяются тензором  $T_{ik}$ :

$$\tilde{\zeta}_k^{(2)} = \sum_{i=1}^3 T_{ik} \zeta_i^{(1)}. \quad (12)$$

При отсутствии спиновых корреляций

$$T_{ik} = P_i^{(1)} P_k^{(2)}, \quad (13)$$

$$\hat{\rho}^{(1,2)} = \frac{1}{2} (I^{(1)} + \hat{\sigma}^{(1)} P^{(1)}) \otimes \frac{1}{2} (I^{(2)} + \hat{\sigma}^{(2)} P^{(2)}). \quad (14)$$

Легко видеть, что в этом случае отбор состояний первой частицы не влияет на вектор поляризации второй частицы; в соответствии с формулой (10) независимо от  $\zeta^{(1)}$

$$\tilde{\zeta}^{(2)} = P^{(2)}. \quad (15)$$

Для независимых неполяризованных частиц  $T_{ik} = 0$  и  $\tilde{\zeta}^{(2)} = 0$ .

### 3. КОРРЕЛЯЦИИ ПОЛЯРИЗАЦИЙ ДВУХ ЧАСТИЦ СО СПИНОМ $\frac{1}{2}$ В СИНГЛЕТНОМ И ТРИПЛЕТНОМ СОСТОЯНИЯХ

Внутреннее состояние системы двух частиц со спином  $\frac{1}{2}$  при полном спине  $S=0$  имеет вид

$$|\Psi\rangle_{S=0} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \left| +\frac{1}{2} \right\rangle_z^{(1)} \otimes \left| -\frac{1}{2} \right\rangle_z^{(2)} - \left| -\frac{1}{2} \right\rangle_z^{(1)} \otimes \left| +\frac{1}{2} \right\rangle_z^{(2)} \right\} \quad (16)$$

В синглетном состоянии (16) спины жестко коррелированы: спиновые проекции противоположны при любом выборе оси квантования, в то время как средняя поляризация каждой из частиц равна нулю [1]. Двухчастичная матрица плотности в этом случае описывается выражением

$$\hat{\rho}^{(s)} = \frac{1}{4} (\hat{I}^{(1)} \otimes \hat{I}^{(2)} - \hat{\sigma}^{(1)} \otimes \hat{\sigma}^{(2)}), \quad (17)$$

что соответствует значениям  $P^{(1)} = P^{(2)} = 0$ ,  $T_{ik} = -\delta_{ik}$  в общей формуле (6). При этом согласно (12)

$$\tilde{\zeta}^{(2)} = -\zeta^{(1)}.$$

Таким образом, если две частицы со спином  $\frac{1}{2}$  рождаются в синглетном состоянии и одна из них в результате рассеяния приобретает поляризацию  $\zeta^{(1)}$ ,

то вторая, нерассеянная частица, автоматически приобретает поляризацию  $(-\zeta^{(1)})$ ; при этом вектор  $\zeta^{(1)}$  определяется по формуле (11).

Заметим, что при отсутствии корреляций матрица плотности двух неполяризованных частиц со спином  $\frac{1}{2}$  пропорциональна единичной матрице:

$$\hat{\rho}^{(1,2)} = \frac{1}{4} \hat{I}^{(1)} \otimes \hat{I}^{(2)}. \quad (18)$$

В этом случае спиновое состояние двухчастичной системы представляет собой некогерентную смесь синглетного и неполяризованного триплетного состояний со статистическими весами  $\frac{1}{4}$  и  $\frac{3}{4}$  соответственно. Таким образом,

$$\frac{1}{4} \hat{I}^{(1)} \otimes \hat{I}^{(2)} = \frac{1}{4} \hat{\rho}^{(s)} + \frac{3}{4} \hat{\rho}^{(t)}. \quad (19)$$

С учетом формулы (17) для  $\hat{\rho}^{(s)}$  легко находим матрицу плотности неполяризованного триплетного состояния:

$$\hat{\rho}^{(t)} = \frac{1}{4} \left( \hat{I}^{(1)} \otimes \hat{I}^{(2)} + \frac{1}{3} \hat{\sigma}^{(1)} \otimes \hat{\sigma}^{(2)} \right) \quad (20)$$

При этом

$$T_{ik} = \frac{1}{3} \delta_{ik}.$$

Формула (20) справедлива для системы нейтрон-протон, образующейся при периферическом развале неполяризованного дейтрона, в пренебрежении вкладом  $D$ -волны (малые передачи импульса, малые энергии возбуждения  $n$ -системы). Если в результате рассеяния отбирается состояние протона с вектором поляризации  $\zeta_p$ , то нерассеянный, спектаторный нейтрон будет иметь поляризацию [1]

$$\tilde{\zeta}_n = \frac{1}{3} \zeta_p. \quad (21)$$

В рамках модели независимых источников, обсуждавшейся в статье [1], относительные веса синглетного и триплетного состояний двух взаимодействующих тождественных частиц со спином  $\frac{1}{2}$  при малых относительных импульсах составляют  $\frac{1}{4}(1 + |F(q)|^2) : \frac{3}{4}(1 - |F(q)|^2)$ , где  $q$  — разность 4-импульсов,

$$F(q) = \int W(x) e^{iqx} d^4x,$$

$W(x)$  — нормированная функция, описывающая пространственно-временное распределение источников. В соответствии с этим двухчастичная спиновая матрица плотности имеет вид

$$\hat{\rho}^{(1,2)} = \left[ \frac{1}{4} (1 + |F(q)|^2) \hat{\rho}^{(s)} + \frac{3}{4} (1 - |F(q)|^2) \hat{\rho}^{(t)} \right] / \left( 1 - \frac{1}{2} |F(q)|^2 \right)$$

С учетом выражений (17) и (20) для  $\hat{\rho}^{(s)}$  и  $\hat{\rho}^{(t)}$  находим:

$$\hat{\rho}^{(1,2)} = \frac{1}{4} \left\{ \hat{I}^{(1)} \otimes \hat{I}^{(2)} - \frac{|F(q)|^2}{2 - |F(q)|^2} \hat{\sigma}^{(1)} \otimes \hat{\sigma}^{(2)} \right\} \quad (22)$$

Корреляция поляризаций двух тождественных частиц дается формулой (ср. с соотношением (50) статьи [1])

$$\tilde{\zeta}^{(2)} = - \frac{|F(q)|^2}{2 - |F(q)|^2} \zeta^{(1)}. \quad (23)$$

При  $q \rightarrow 0$  корреляция максимальна ( $\tilde{\zeta}^{(2)} = -\zeta^{(1)}$ , синглетное состояние); при достаточно больших  $q$ , когда  $F(q) \rightarrow 0$ , корреляция отсутствует. В случае тождественных нуклонов спиновая корреляция усиливается за счет взаимодействия в конечном состоянии [1].

Рассмотрим теперь случай триплетного состояния, поляризованного и выстроенного вдоль оси квантования спина  $\mathbf{l}$ . Обозначим вероятности регистрации состояний с проекциями спина на ось  $\mathbf{l}$ , равными  $+1$ ,  $-1$  и  $0$ ,  $W_{+1}$ ,  $W_1$  и  $W_0$  соответственно. Легко показать, что двухчастичную матрицу плотности можно представить в виде

$$\hat{\rho}^{(1,2)} = W_{+1} \hat{\rho}_{+1}^{(1,2)} + W_{-1} \hat{\rho}_{-1}^{(1,2)} + W_0 \hat{\rho}_0^{(1,2)},$$

где  $W_{+1} + W_{-1} + W_0 = 1$ ,

$$\hat{\rho}_{\pm 1}^{(1,2)} = \frac{1}{4} \left[ \hat{I}^{(1)} \otimes \hat{I}^{(2)} \pm \hat{\sigma}^{(1)} \mathbf{l} \otimes \hat{I}^{(2)} \pm \hat{I}^{(1)} \otimes \hat{\sigma}^{(2)} \mathbf{l} + \hat{\sigma}^{(1)} \mathbf{l} \otimes \hat{\sigma}^{(2)} \mathbf{l} \right], \quad (24)$$

$$\hat{\rho}_0^{(1,2)} = \frac{1}{4} \left[ \hat{I}^{(1)} \otimes \hat{I}^{(2)} + \hat{\sigma}^{(1)} \otimes \hat{\sigma}^{(2)} - 2 \hat{\sigma}^{(1)} \mathbf{l} \otimes \hat{\sigma}^{(2)} \mathbf{l} \right]. \quad (25)$$

Соответствующие параметры в общей формуле (6)

$$\mathbf{P}_1 = \mathbf{P}_2 = (W_{+1} - W_{-1}) \mathbf{l}, \quad (26a)$$

$$T_{ik} = (W_{+1} + W_{-1} - 2W_0) l_i l_k + W_0 \delta_{ik}. \quad (26b)$$

Если  $W_{+1} = W_{-1} = W_0 = \frac{1}{3}$ , мы приходим к результату (21) для неполяризованного триплета.

Пусть теперь  $W_{+1} = W_{-1} \neq W_0$  (триплетное состояние «выстроено» вдоль оси  $\mathbf{l}$ , но обе частицы неполяризованы). В соответствии с соотношениями (12) и (26b), если одна из частиц рассеивается и приобретает поляризацию  $\zeta^{(1)}$  (см. формулу (11)), то вектор поляризации второй частицы определяется по формуле

$$\tilde{\zeta}^{(2)} = W_0 \zeta^{(1)} + 2(W_1 - W_0) \mathbf{l} (\zeta^{(1)} \mathbf{l}), \quad (27)$$

где  $W_1 \equiv W_{+1} = W_{-1}$ ,  $2W_1 + W_0 = 1$ .

#### 4. ПРИМЕРЫ СПИНОВЫХ КОРРЕЛЯЦИЙ В ТРИПЛЕТНЫХ СОСТОЯНИЯХ

##### а) Корреляция поляризаций при развале дейтрона

Как уже говорилось, при развале неполяризованного дейтрона из  $s$ -волнового состояния система нейтрон — протон рождается в неполяризованном триплетном состоянии. При достаточно больших энергиях возбуждения становится существенным вклад  $D$ -волновой функции дейтрона. Если расщепление неполяризованного дейтрона происходит из  $D$ -волнового состояния, система нейтрон-протон рождается в триплетном состоянии ( $S = 1$ ), «выстроенном» в направлении разлета нейтрона и протона в системе покоя дейтрона. Это связано с тем, что проекция орбитального момента ( $L = 2$ ) на это направление может быть равной только нулю. В то же время при периферическом расщеплении дейтрона полный угловой момент  $np$ -системы равен спину дейтрона  $J = 1$ .

Пусть  $u$  — амплитуда расщепления дейтрона из  $s$ -волнового состояния ( $L = 0$ ), а  $\omega$  — амплитуда расщепления дейтрона из  $D$ -волнового состояния ( $L = 2$ ); при малых энергиях возбуждения  $|u| \gg |\omega|$ . Для определения вектора поляризации нерассеянного нейтрона, регистрируемого вместе с рассеянным протоном, мы можем воспользоваться формулой (27). В рассматриваемом случае неполяризованного дейтрона

$$W_1 = \frac{1}{|u|^2 + |\omega|^2} |u C_{111-1}^{00} + \omega C_{111-1}^{20}|^2, \quad (28)$$

$$W_0 = \frac{1}{|u|^2 + |\omega|^2} |u C_{1010}^{00} + \omega C_{1010}^{20}|^2; \quad (29)$$



коэффициенты Клебша — Гордона  $C_{JMS-M}^{L0}$  равны:

$$C_{111-1}^{00} = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad C_{1010}^{00} = -\frac{1}{\sqrt{3}}, \quad C_{111-1}^{20} = \frac{1}{\sqrt{6}}, \quad C_{1010}^{20} = \sqrt{\frac{2}{3}}.$$

Таким образом,

$$W_1 = \frac{1}{|u|^2 + |\omega|^2} \left\{ \frac{1}{3} |u|^2 + \frac{1}{6} |\omega|^2 + \frac{\sqrt{2}}{3} \operatorname{Re} u \omega^* \right\} \quad (30)$$

$$W_0 = \frac{1}{|u|^2 + |\omega|^2} \left\{ \frac{1}{3} |u|^2 + \frac{2}{3} |\omega|^2 - \frac{2\sqrt{2}}{3} \operatorname{Re} u \omega^* \right\} \quad (31)$$

При этом

$$2W_1 + W_0 = 1.$$

Подставляя (30) и (31) в формулу (27), получаем

$$\tilde{\zeta}_n = C\zeta_p + D1((\zeta_p, \mathbf{l}), \quad (32)$$

где  $\zeta_p$  — анализирующая способность в процессе упругого рассеяния на бесспиновой или неполяризованной мишени (вектор поляризации рассеянного протона при отсутствии начальной поляризации [15]),

$$C = \frac{1}{3} - \frac{2\sqrt{2}}{3} \frac{\operatorname{Re} u \omega^*}{|u|^2 + |\omega|^2} + \frac{1}{3} \frac{\omega^2}{|u|^2 + |\omega|^2}, \quad (33)$$

$$D = 2\sqrt{2} \frac{\operatorname{Re} u \omega^*}{|u|^2 + |\omega|^2} - \frac{\omega^*}{|u|^2 + |\omega|^2}. \quad (34)$$

Формулы (32)—(34) совпадают с соотношениями, полученными в работе [16].

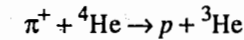
Заметим, что при развале неполяризованного дейтрона распределение направлений вылета нейтрона и протона в системе покоя дейтрона изотропно. При усреднении вектора поляризации  $\tilde{\zeta}_n$  по этим направлениям получаем

$$\langle \tilde{\zeta}_n \rangle = \left( C + \frac{D}{3} \right) \zeta_p = \frac{1}{3} \zeta_p. \quad (35)$$

Результат (35) совпадает с (21). Это и следовало ожидать, так как при усреднении по направлениям разлета триплетное состояние  $np$ -системы становится неполяризованным.

б) Корреляция поляризаций протона и ядра  ${}^3\text{He}$  в реакции  $\pi^+ + {}^4\text{He} \rightarrow {}^3\text{He} + p$

Из закона сохранения пространственной четности следует, что в реакции



независимо от угла вылета система ( ${}^3\text{He}, p$ ) рождается в триплетном состоянии\*. Если же ядро  ${}^3\text{He}$  или протон вылетают под нулевым углом к оси реакции  $\mathbf{l}$ , то состояния с проекциями спина на ось реакции, равными (+1) и (-1), запрещены, т.е. система ( ${}^3\text{He}, p$ ) рождается в состоянии с нулевой проекцией спина на вектор  $\mathbf{l}$ . При этом внутреннее состояние данной системы имеет вид

$$|\Psi\rangle_{S=1, M=0} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \left| +\frac{1}{2} \right\rangle_l^{(\text{He})} \otimes \left| -\frac{1}{2} \right\rangle_l^{(p)} + \left| -\frac{1}{2} \right\rangle_l^{(\text{He})} \otimes \left| +\frac{1}{2} \right\rangle_l^{(p)} \right\}$$

а матрица плотности описывается формулой (25).

Если протон рассеивается на неполяризованной или бесспиновой мишени и соответствующая анализирующая способность задается вектором  $\zeta_p$  (см. формулу (11)), то, согласно соотношению (27) с параметрами  $W_1 = 0$ ,  $W_0 = 1$ , нерассеянное ядро  ${}^3\text{He}$  будет иметь поляризацию

$$\tilde{\zeta}_{3\text{He}} = \zeta_p - 21(\zeta_p, \mathbf{l}). \quad (36)$$

Мы видим, что вектор поляризации  $\tilde{\zeta}_{3\text{He}}$  строится из  $\zeta_p$  в плоскости  $(\mathbf{l}, \zeta_p)$  по закону отражения. Продольные компоненты векторов поляризации ядра  ${}^3\text{He}$  и протона противоположны, а поперечные компоненты одинаковы. Таким образом, возникает принципиальная возможность приготовления пучка ядер  ${}^3\text{He}$  с заданной спиновой поляризацией без непосредственного воздействия на эти ядра.

## 5. КОРРЕЛЯЦИИ ПЛОСКОСТЕЙ РАССЕЯНИЯ ДВУХ ЧАСТИЦ СО СПИНОМ $\frac{1}{2}$

Рассмотрим ситуацию, когда две частицы со спином  $\frac{1}{2}$ , образующиеся в нефакторизуемом спиновом состоянии с матрицей плотности (6), затем рас-

\*См. работу [17], в которой рассматривалась обратная реакция  ${}^3\text{He} + p \rightarrow {}^4\text{He} + \pi^+$ .

сеиваются. Тогда корреляции между спинами приводят к корреляциям между плоскостями рассеяния двух частиц. Вероятность совместной регистрации обеих частиц после актов рассеяния на бесспиновых или неполяризованных мишенях пропорциональна

$$W(\mathbf{n}, \mathbf{m}) = \langle (1 + \alpha_1(\theta_1, E_1) \hat{\sigma}^{(1)} \mathbf{n}) \otimes (1 + \alpha_2(\theta_2, E_2) \hat{\sigma}^{(2)} \mathbf{m}) \rangle = \\ = 1 + \alpha_1(\theta_1, E_1) \langle \mathbf{P}^{(1)} \mathbf{n} \rangle + \alpha_2(\theta_2, E_2) \langle \mathbf{P}^{(2)} \mathbf{m} \rangle + \\ + \alpha_1(\theta_1, E_1) \alpha_2(\theta_2, E_2) \sum_i \sum_k T_{ik} n_i m_k. \quad (37)$$

Здесь  $\mathbf{P}^{(2)}$ ,  $\mathbf{P}^{(1)}$ ,  $T_{ik}$  — поляризационные параметры, входящие в выражение для двухчастичной матрицы плотности (6),  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{m}$  — единичные векторы вдоль нормалей к плоскостям рассеяния первой и второй частицы соответственно,  $\alpha_1(\theta_1, E_1)$  и  $\alpha_2(\theta_2, E_2)$  — коэффициенты асимметрии (см. формулу (11)). Если одночастичные состояния неполяризованы ( $\mathbf{P}_1 = \mathbf{P}_2 = 0$ ), то

$$W(\mathbf{n}, \mathbf{m}) = 1 + \alpha_1(\theta_1, E_1) \alpha_2(\theta_2, E_2) \langle \hat{\sigma}^{(1)} \mathbf{n} \rangle \otimes \langle \hat{\sigma}^{(2)} \mathbf{m} \rangle = \\ = 1 + \alpha_1(\theta_1, E_1) \alpha_2(\theta_2, E_2) \sum_i \sum_k T_{ik} n_i m_k. \quad (38)$$

Рассмотрим изотропный случай, когда  $T_{ik} = K \delta_{ik}$ . Тогда формула (38) приводит к распределению по углу  $\varphi$  между плоскостями рассеяния ( $\mathbf{nm} = \cos \varphi$ ):

$$W(\mathbf{n}, \mathbf{m}) = 1 + \alpha_1(\theta_1, E_1) \alpha_2(\theta_2, E_2) K \cos \varphi. \quad (39)$$

В случае синглетного состояния  $K = -1$ ; для неполяризованного триплетного состояния  $K = \frac{1}{3}$  (см. также [1]). В соответствии с формулой (22), в рамках модели независимых источников, испускающих неполяризованные тождественные частицы со спином  $\frac{1}{2}$ , распределение угла  $\varphi$  между плоскостями рассеяния описывается формулой (39) с коэффициентом

$$K = - \frac{|F(q)|^2}{2 - |F(q)|^2} \quad (40)$$

(см. формулу (54) в работе [1]).

Аналогичные соотношения можно написать и для других обсуждавшихся выше примеров. Так при развале неполяризованного дейтрона и последующих актах рассеяния протона и нейтрона на бесспиновых или (неполяризованных) мишенях корреляции плоскостей рассеяния описываются формулой

$$W(\mathbf{n}, \mathbf{m}) = 1 + \alpha_p(\theta_p, E_p) \alpha_n(\theta_n, E_n) [C \mathbf{nm} + D(\mathbf{ln})(\mathbf{lm})], \quad (41)$$

где  $C$  и  $D$  определяются согласно (33) (34),  $\mathbf{l}$  — единичный вектор в направлении разлета нейтрона и протона в системе покоя дейтрона. В случае реакции  $\pi^+ + {}^4\text{He} \rightarrow p + {}^3\text{He}$  под нулевым углом

$$W(\mathbf{n}, \mathbf{m}) = 1 + \alpha_p(\theta_p, E_p) \alpha_{\text{He}}(\theta_{\text{He}}, E_{\text{He}}) [\mathbf{nm} - 2(\mathbf{ln})(\mathbf{lm})], \quad (42)$$

где  $\mathbf{l}$  — единичный вектор вдоль оси реакции.

Заметим, что исследование корреляций плоскостей рассеяния двух частиц позволяет определить величины

$$\sum_i \sum_k T_{ik} n_i m_k = \langle \hat{\sigma}^{(1)} \mathbf{n} \rangle \otimes \langle \hat{\sigma}^{(2)} \mathbf{m} \rangle, \quad (43)$$

которые имеют смысл средних от удвоенных произведений проекций спина первой и второй частицы на разные оси, и проверить неравенства Белла [8]. Неравенства Белла были получены в рамках концепции локальных скрытых параметров. Одно из них в применении к частицам со спином  $\frac{1}{2}$  имеет вид

$$B = | \langle \hat{\sigma}^{(1)} \mathbf{n} \rangle \otimes \langle \hat{\sigma}^{(2)} \mathbf{m} \rangle + \langle \hat{\sigma}^{(1)} \mathbf{n} \rangle \otimes \langle \hat{\sigma}^{(2)} \mathbf{m}' \rangle + \\ + \langle \hat{\sigma}^{(1)} \mathbf{n}' \rangle \otimes \langle \hat{\sigma}^{(2)} \mathbf{m} \rangle - \langle \hat{\sigma}^{(1)} \mathbf{n}' \rangle \otimes \langle \hat{\sigma}^{(2)} \mathbf{m}' \rangle | \leq 2,$$

где  $\mathbf{m}$ ,  $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{m}'$  и  $\mathbf{n}'$  — произвольные единичные векторы. С точки зрения квантовой механики это неравенство явно нарушается (например, для синглетного состояния при выборе векторов  $\mathbf{n} = \mathbf{m}$ ,  $\mathbf{nm}' = \mathbf{n}'\mathbf{m} = \cos \varphi$ ,  $\mathbf{m}'\mathbf{n}' = \cos 2\varphi$ ,  $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$ ; см. подробнее [10]).

## 6. СВЯЗЬ МЕЖДУ КОРРЕЛЯЦИЯМИ ПОЛЯРИЗАЦИЙ В НАЧАЛЬНОМ И КОНЕЧНОМ СОСТОЯНИЯХ ДЛЯ ПРЯМЫХ И ОБРАТНЫХ РЕАКЦИЙ

Рассмотрим бинарную реакцию  $a + b \rightarrow c + d$ . Пусть начальные частицы  $a$  и  $b$  имеют спин  $\frac{1}{2}$ , а конечные частицы — спины  $j_c$  и  $j_d$ . Эффективное сечение процесса  $a + b \rightarrow c + d$  с поляризованными начальными частицами, просуммированное по проекциям спина конечных частиц, имеет общую структуру

$$\sigma(a + b \rightarrow c + d) = \sigma_0(\theta) [1 + a(\theta) \langle \mathbf{P}^{(a)} \mathbf{n} \rangle +$$

$$+ B(\theta)(\mathbf{P}^{(b)}\mathbf{n}) + C(\theta) \sum_{l=1}^3 \sum_{k=1}^3 M_{ik} P_i^{(a)} P_k^{(b)} \Big]. \quad (44)$$

Здесь  $\sigma_0(\theta)$  — эффективное сечение реакции  $a + b \rightarrow c + d$  для неполяризованных частиц  $a$  и  $b$  при угле вылета  $\theta$  одной из конечных частиц ( $c$ ) в с.ц.и.;  $\mathbf{P}^{(a)}$  и  $\mathbf{P}^{(b)}$  — векторы поляризации частиц  $a$  и  $b$  соответственно;

$$\mathbf{n} = [\mathbf{k}_a \mathbf{k}_c] / |[\mathbf{k}_a \mathbf{k}_c]|, \quad (45)$$

где  $\mathbf{k}_a$  и  $\mathbf{k}_c$  — начальный и конечный импульсы в с.ц.и.;  $M_{ik}$  — тензор, составленный из компонент векторов  $\mathbf{k}_a$  и  $\mathbf{k}_c$ .

Исходя из инвариантности относительно обращения времени, мы можем на основе (44) написать выражение для эффективного сечения обратной реакции  $c + d \rightarrow a + b$  с неполяризованными частицами  $c$  и  $d$  и фиксированными поляризациями  $\zeta^{(a)}$  и  $\zeta^{(b)}$  конечных частиц  $a$  и  $b$ . Как известно, при обращении времени производится замена

$$\mathbf{k}_a \rightleftharpoons -\mathbf{k}_c, \quad \mathbf{P}^{(a)} \rightarrow -\zeta^{(a)}, \quad \mathbf{P}^{(b)} = -\zeta^{(b)}, \quad (46)$$

при этом  $\mathbf{n} \rightarrow -\mathbf{n}$ . Таким образом,

$$\sigma(c + d \rightarrow a + b) = \bar{\sigma}_0(\theta) \left[ 1 + A(\theta)(\zeta^{(a)}\mathbf{n}) + B(\theta)(\zeta^{(b)}\mathbf{n}) + C(\theta) \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 \tilde{M}_{ik} \zeta_i^{(a)} \zeta_k^{(b)} \right], \quad (47)$$

где в соответствии с принципом детального равновесия

$$\bar{\sigma}_0(\theta) = \frac{4}{(2j_c + 1)(2j_d + 1)} \frac{k_a^2}{k_c^2} \sigma_0(\theta). \quad (48)$$

Подчеркнем, что  $\sigma_0(\theta)$ ,  $A(\theta)$ ,  $B(\theta)$  и  $C(\theta)$  — те же функции, что и в формуле (44), а тензор  $\tilde{M}_{ik}$  получается из  $M_{ik}$  путем взаимной замены  $\mathbf{k}_a \rightleftharpoons -\mathbf{k}_c$ .

Так как формула (47) справедлива при любых фиксированных конечных поляризациях  $\zeta^{(a)}$  и  $\zeta^{(b)}$ , ясно, что двухчастичная матрица плотности конечных частиц  $a$  и  $b$  в реакции  $c + d \rightarrow a + b$ , удовлетворяющая условию нормировки

$$\text{Sp}_{(a,b)} \hat{\rho}^{(a,b)} = 1,$$

имеет вид

$$\hat{\rho}^{(a,b)} = \frac{1}{4} \left[ \hat{I}^{(a)} \otimes \hat{I}^{(b)} + A(\theta)(\hat{\sigma}^{(a)}\mathbf{n}) \otimes \hat{I}^{(b)} + B(\theta)\hat{I}^{(a)} \otimes (\hat{\sigma}^{(b)}\mathbf{n}) + \right.$$

$$\left. + C(\theta) \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 \tilde{M}_{ik} \hat{\sigma}_i^{(a)} \otimes \hat{\sigma}_k^{(b)} \right]. \quad (49)$$

Выражение (49) имеет структуру (6) с поляризационными параметрами

$$\mathbf{P}^{(1)} = A(\theta)\mathbf{n}, \quad \mathbf{P}^{(2)} = B(\theta)\mathbf{n}, \quad T_{ik} = C(\theta)\tilde{M}_{ik}. \quad (50)$$

Мы видим, что спиновые корреляции начальных частиц (зависимость эффективного сечения от начальных поляризаций) приводят в силу инвариантности относительно обращения времени к корреляциям поляризаций конечных частиц в обратной реакции. При  $\theta = 0$  функции  $A(\theta)$  и  $B(\theta)$  обращаются в нуль,  $\tilde{M}_{ik} = M_{ik}$ . Тензор  $M_{ik}$  в этом случае можно представить в виде

$$C(0)M_{ik} = L \delta_{ik} + N l_i l_k,$$

где  $\mathbf{l}$  — единичный вектор вдоль оси реакции,  $L$  и  $N$  зависят только от энергии. Тогда формулы (44) и (49) упрощаются:

$$\sigma(a + b \rightarrow c + d) = \sigma_0(0) (1 + L \mathbf{P}^{(a)}\mathbf{P}^{(b)} + N(\mathbf{P}^{(a)}\mathbf{l})(\mathbf{P}^{(b)}\mathbf{l})), \quad (51)$$

$$\hat{\rho}^{(a,b)} = \frac{1}{4} \left[ \hat{I}^{(a)} \otimes \hat{I}^{(b)} + L \hat{\sigma}^{(a)} \otimes \hat{\sigma}^{(b)} + N(\hat{\sigma}^{(a)}\mathbf{l}) \otimes (\hat{\sigma}^{(b)}\mathbf{l}) \right]. \quad (52)$$

В частности, зависимость эффективного сечения реакции  ${}^3\text{He} + p \rightarrow {}^4\text{He} + \pi^+$  при  $\theta = 0$  от поляризаций ядра  ${}^3\text{He}$  и протона имеет вид [17]

$$\sigma({}^3\text{He} + p \rightarrow {}^4\text{He} + \pi^+) = \sigma_0(0) \left( 1 + \mathbf{P}^{(3\text{He})}\mathbf{P}^{(p)} - 2(\mathbf{P}^{(3\text{He})}\mathbf{l})(\mathbf{P}^{(p)}\mathbf{l}) \right) \quad (53)$$

Действительно, ввиду сохранения пространственной четности эта реакция при  $\theta = 0$  возможна только в триплетном состоянии с проекцией спина на ось реакции  $\mathbf{l}$ , равной нулю [17]. В этом случае  $W_0 = 1$ ,  $W_{+1} = W_{-1} = 0$ , что приводит к значениям  $L = 1$ ,  $M = -2$ . В полном соответствии с соотношением (53) спиновая матрица плотности системы  $({}^3\text{He}, p)$ , образующейся в обратном процессе  $\pi^+ + {}^4\text{He} \rightarrow p + {}^3\text{He}$  при  $\theta = 0$ , определяется по формуле (25). Это приводит к корреляции поляризаций (36) и к корреляции плоскостей рассеяния (42).

Подчеркнем в заключение, что рассмотренные выше двухчастичные спиновые корреляции имеют чисто квантовую природу. Их исследование позволяет проверить основные принципы квантовой механики (в частности, установить нарушение «классических» неравенств Белла). Вместе с тем, изучение спиновых корреляций дает дополнительную информацию о механизмах генерации частиц. С практической точки зрения спиновые корреляции могут быть



использованы для приготовления пучков с регулируемой поляризацией без непосредственного силового воздействия на поляризуемые частицы.

Авторы благодарны Р.Ледницкому и В.А.Никитину за полезные обсуждения.

Данная работа выполнена при поддержке Международного научного фонда и Правительства России, гранты № NKA000 и № NKA300.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Любошиц В.Л., Подгорецкий М.И. — ОИЯИ P2-95-134, Дубна, 1995; Ядерная физика, 1996, т.59, № 3, с.104.
2. Einstein A., Podolsky B., Rosen N. — Phys. Rev., 1935, v.47, p.477; в кн.: Эйнштейн А. Собрание научных трудов, т.3. «Наука», 1966, с.604.
3. Inglis D.R. — Rev. Mod. Phys., 1961, v.33, p.1.
4. Day T.B. — Phys. Rev., 1961, v.121, p.1204.
5. Огиевецкий В.И., Подгорецкий М.И. — ЖЭТФ, 1962, т.43, с.1362.
6. Любошиц В.Л., Оконов Э.О. — Ядерная физика, 1966, т.4, с.1194.
7. Lipkin H.J. — Phys. Rev., 1968, v.176, p.1715.
8. Bell I.S. — Physica, 1965, v.1, p.1951.
9. Bell I.S. — Rev. Mod. Phys., 1965, v.38, p.447.
10. Гриб А.А. — Успехи физич. наук, 1984, т.142, с.619.
11. Lampard D.C. — J. Appl. Phys., 1954, v.25, p.802.
12. Carter W.H., Wolf E. — Opt. Acta, 1981, v.28, с.227.
13. Marchand E.W., Wolf E. — J. Opt. Soc. Amer., 1968, v.58, p.1256.
14. Antes G., Baltes H.P., Steinle B. — Helv. Phys. Acta, 1976, v.49, p.759.
15. Wolfenstein L., Ashkin J. — Phys. Rev., 1952, p.85, p.947.
16. Dorodnych Yu.L., Kolybasov V.M. — Phys. Lett., 1994, v.B333, p.283.
17. Lyuboshitz V.L. — JINR E2-93-397, Dubna, 1993; Proc. Intern. Symp. «Dubna, Deuteron-93», JINR-94-95, p.292, Dubna, 1994.

Рукопись поступила в издательский отдел  
11 января 1996 года.