СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

96-436

Р2-96-436

О.О.Воскресенская, А.Н.Сисакян, А.В.Тарасов,
Г.Т.Торосян

ДИСПЕРСИЯ, АСИММЕТРИЯ И ЭКСЦЕСС ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ В БОРНОВСКОМ И МОТТОВСКОМ ПРИБЛИЖЕНИЯХ

1996

В средние потери энергии тяжелых заряженных частиц в веществе основной вклад вносят их далекие соударения с атомами вещества, для описания которых согласно [1] первое борновское приближение применимо при любых значениях Z - заряда частицы. Поэтому формула Бете [2] с достаточно хорошей точностью (не хуже 10-15 %) описывает значения средних потерь энергии даже очень тяжелых ($Z \sim 100$) ионов [3]. В высшие же моменты энергетических потерь, определяющие форму распределения частиц по потерянной энергии, доминирующий вклад вносят близкие соударения, описание которых в рамках борновского приближения возможно формально лишь при выполнении условия $Z\alpha/\beta \ll 1$, где $\beta = v/c$, v - скорость частицы, с - скорость света, а α- постоянная тонкой структуры ($\alpha \approx 1/137$).

В действительности же ввиду того, что в нерелятивистском пределе $\beta \to 0$ точное (резерфордовское) выражение для сечения eZ -рассеяния совпадает с борновским при любых значениях $Z\alpha$, борновское приближение оказывается фактически пригодным к расчету формы энергетических распределений нерелятивистских частиц (ионов) при любых значениях Z.

Таким образом, заметных отклонений от результатов борновского приближения следует ожидать лишь при расчетах характеристик энергетического распределения тяжелых ($Z\alpha \sim 1$) релятивистских ($\beta \sim 1$) ионов.

Если ограничиться рассмотрением умеренно-релятивистских энергий ионов, таких, чтобы можно было пренебречь эффектами их электромагнитной структуры ($\gamma = (1-\beta)^{-1/2} \ll 200Z^{-2/3}$), то в подобного рода расчетах можно использовать выражение для сечения eZ -рассеяния в терминах фазовых сдвигов, вычисленных Моттом [4].

В работе [5], посвященной анализу вклада близких соударений в средние потери энергии релятивистских ($\beta \sim 1$) ионов в веществе, было показано, что моттовское выражение для дифференциального сечения $eZ-$ рассеяния [4] может быть представлено в виде

$$\frac{d\sigma_M}{d\Omega} = \frac{\hbar^2}{4p^2\sin^2\vartheta/2}[\xi^2|F(\vartheta)|^2 + |G(\vartheta)|^2],$$
$$F(\vartheta) = \sum_{l=0}^{\infty} F_l P_l(x), \;\; x = \cos\vartheta,$$
$$G(\vartheta) = -\frac{dF(\vartheta)}{d\vartheta} = \sum_{l=0}^{\infty} F_l P_l^{(1)}(x), \quad (1)$$
$$F_l = lC_l - (l+1)C_{l+1},$$
$$C_l = \frac{\Gamma(\rho_l - i\nu)}{\Gamma(\rho_l + 1 + i\nu)} e^{i\pi(l-\rho_l)},$$
$$\eta = \frac{Z\alpha}{\beta}, \; \xi = \eta\sqrt{1-\beta^2}, \;\; \rho_l = \sqrt{l^2 - (Z\alpha)^2},$$
$$p = mc\beta/\sqrt{1-\beta^2},$$

где $m-$ масса электрона, $\alpha-$ постоянная тонкой структуры, $\beta-$ скорость иона в л.с., выраженная в единицах скорости света с, $Z-$ заряд иона.

Ниже мы применим это представление для $d\sigma_M/d\Omega$ к расчету таких наиболее общих характеристик распределения ионов по потерянной энергии, как дисперсия (D), асимметрия (γ_1) и эксцесс (γ_2) [6].

Эти величины связаны с $\Delta^{(n)}-$ семиинвариантами энергетического распределения

$$\Delta_M^{(n)} = 2\pi n_0 z\delta x \int_0^{\pi} [\Delta\varepsilon(\vartheta)]^n \frac{d\sigma_M}{d\Omega} \sin\vartheta d\vartheta, \quad (2)$$
$$\Delta\varepsilon(\vartheta) = \frac{2p^2}{m}(1-\cos\vartheta),$$

следующими соотношениями

$$D_M = \Delta_M^{(2)},$$
$$\gamma_{1,M} = \frac{\Delta_M^{(3)}}{[D_M]^{3/2}}, \quad (3)$$
$$\gamma_{2,M} = \frac{\Delta_M^{(4)}}{[D_M]^2}.$$

В (2) n_0- число атомов вещества в единице объема, $z-$ число электронов в атоме, $\delta x-$ толщина слоя вещества, проходимого ионом.

Используя соотношение

$$(2l+1)xP_l^m(x) = (l+1-m)P_{l+1}^m(x) - (l+m)P_{l-1}^m(x) \quad (4)$$

и соотношение ортогональности

$$\int_{-1}^{1} P_{l_1}^m(x) P_{l_2}^n dx = \frac{2}{2l_1+1}\frac{(l_1+m)!}{(l_1-m)!}\delta_{l_1 l_2}, \qquad (5)$$

из (1), (2) нетрудно получить для величин $\Delta^{(n)}$ (n=2,3,4) следующие представления в виде быстрорасходящихся рядов

$$\begin{aligned}
\Delta_M^{(2)} &= a\sum_{l=0}^{\infty}(l+1)\Big[\xi^2\Big|\frac{F_l}{2l+1}-\frac{F_{l+1}}{2l+3}\Big|^2+\Big|\frac{lF_l}{2l+1}-\frac{(l+2)F_{l+1}}{2l+3}\Big|^2\Big],\\
\Delta_M^{(3)} &= \frac{ap^2}{m}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{1}{(2l+1)}\Big[\xi^2\big|\tilde F_l\big|^2+l(l+1)\big|\tilde G_l\big|^2\Big],\\
\tilde F_l &= F_l-\frac{l}{2l-1}F_{l-1}-\frac{l+1}{2l+3}F_{l+1},\\
\tilde G_l &= F_l-\frac{l-1}{2l-1}F_{l-1}-\frac{l+2}{2l+3}F_{l+1},\\
\Delta_M^{(4)} &= a\Big(\frac{p^2}{m}\Big)^2\sum_{l=0}^{\infty}(l+1)\Big[\xi^2\Big|\frac{\tilde F_l}{2l+1}-\frac{\tilde F_{l+1}}{2l+3}\Big|^2+\Big|\frac{l\tilde G_l}{2l+1}-\frac{(l+2)\tilde G_{l+1}}{2l+3}\Big|^2\Big],\\
a &= 2\pi n_0 z\delta x(\hbar c\beta)^2/(1-\beta^2).
\end{aligned} \qquad (6)$$

Легко убедиться, что члены рядов убывают при $l\to\infty$ как l^{2n+1} (n = 2,3,4).

Результаты расчета по формулам (6) уместно сравнить с результатами расчета $d\sigma/d\Omega$ и $\Delta^{(n)}$ в борновском приближении:

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma_B}{d\Omega} &= \frac{(\eta\hbar)^2}{4p^2\sin^4\vartheta/2}(1-\beta^2\sin^2\vartheta/2),\\
\Delta_B^{(n)} &= \pi n_0 z\delta x\Big(\frac{\eta\hbar}{m}\Big)^2\Big(\frac{2p^2}{m}\Big)^n\Big(\frac{1}{n-1}-\frac{\beta^2}{n}\Big)\ ,
\end{aligned} \qquad (7)$$

с целью оценки применимости последнего к описанию близких соударений тяжелых ионов с атомами вещества.

Для этого введем величины

$$\begin{aligned}
R^{(n)}(Z,\beta) &= \frac{\Delta_M^{(n)}}{\Delta_B^{(n)}}, n=2,3,4;\\
\rho_K(Z,\beta) &= \frac{\gamma_{k,M}}{\gamma_{k,B}}, k=1,2,
\end{aligned} \qquad (8)$$

степень отличия которых от единицы и характеризует точность борновского приближения.

В таблицах 1, 2 представлены результаты расчета величин R и ρ, демонстрирующие их зависимость от заряда иона Z и его скорости β.

Таблица 1

(Z = 92)

β	$R^{(2)}$	$R^{(3)}$	$R^{(4)}$	ρ_1	ρ_2
0.4000	1.6808	2.0708	2.3156	0.9501	0.8197
0.4500	1.8016	2.2242	2.4766	0.9198	0.7630
0.5000	1.9239	2.3765	2.6336	0.8905	0.7114
0.5500	2.0481	2.5290	2.7893	0.8629	0.6650
0.6000	2.1748	2.6846	2.9478	0.8370	0.6232
0.6500	2.3055	2.8467	3.1137	0.8132	0.5858
0.7000	2.4419	3.0199	3.2932	0.7914	0.5523
0.7500	2.5865	3.2105	3.4590	0.7718	0.5224
0.8000	2.7424	3.4273	3 7323	0.7547	0.4963
0.8500	2.9140	3.6839	4.0261	0.7406	0.4741
0.9000	3.1072	4.0011	4.4139	0.7305	0.4572
0.9500	3.3303	4.4152	4.9685	0.7265	0.4480

Таблица 2

(β = 0.75)

β	$R^{(2)}$	$R^{(3)}$	$R^{(4)}$	ρ_1	ρ_2
10.0000	1.0484	1.0468	1.0424	0.9751	0.9484
20.0000	1.1172	1.1185	1.1112	0.9471	0.8902
30.0000	1.2106	1.2221	1.2145	0.9175	0.8287
40.0000	1.3330	1.3661	1.3629	0.8877	0.7670
50.0000	1.4891	1.5607	1.5696	0.8589	0.7079
60.0000	1.6832	1.8171	1.8508	0.8324	0.6532
70.0000	1.9192	2.1505	2.2263	0.8088	0.6044
80.0000	2.1988	2.5727	2.7190	0.7891	0.5624
90.0000	2.5186	3.0942	3.3507	0.7741	0.5282

Видно, что значения R могут достигать нескольких сотен процентов, из чего следует, что применять борновское приближение к анализу близких соударений тяжелых ионов с атомами вещества можно в лучшем случае лишь с целью качественных оценок.

Что же касается величин $\rho_{1,2}$, то их значения всегда меньше единицы. Это означает, что распределения ионов по потерянной энергии, рассчитанные с использованием моттовских сечений (1), всегда менее асимметричны и более ''нормальны'' (т.е. более близки к гауссовым), чем распределения, рассчитанные в борновском приближении.

Литература

[1] F.Bloch, Ann.d.Phys., **16**, 285 (1933).

[2] H.Bethe, J.Ashkin, In Experimental Nuclear Phisics 1, edited by E.Segre (Wiley, New York) Chap.2 (1953).

[3] C.Scheidenberger, H.Geissel, H.H.Mikkelsen et.al,**GSI 95-1, ISSN 0174-0814**, Scinetific Report 155 (1995).

[4] N.F.Mott, Proc.Roy.Soc. **A124**, 425 (1929).

[5] O.O.Воскресенская, А.Н.Сисакян, А.В.Тарасов, Г.Т.Торосян. Письма в ЖЭТФ, **64**, вып.10, 641 (1996); ОИЯИ, P2-96-302, Дубна, (1996).

[6] В.Идье, Д.Драйард, Ф.Джеймс, М.Рус, Б.Садуле, "Статистические методы в экспериментальной физике", Атомиздат, Москва (1976).

Воскресенская О.О. и др. P2-96-436

Дисперсия, асимметрия и эксцесс энергетического распределения тяжелых ионов в борновском и моттовском приближениях

Показано, что для высших моментов распределения тяжелых ионов по потерянной энергии результаты расчета в борновском и моттовском приближениях могут различаться в несколько раз.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1996

Voskresenskaya O.O. et al. P2-96-436

Dispersion, Asymmetry and Excess of Energy-Loss Distribution of Heavy Ions in the Born and Mott Approximations

It is shown that for higher moments of energy-loss distribution of heavy ions the results of calculations in the Born and Mott approximations may differ several times.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 1996