

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



9595

ЭКЗ. ЧИТ. ЗАЛА

P2 - 9595

С.Т.Петков

ПРОЦЕССЫ $\mu \rightarrow e + \gamma$, $\mu \rightarrow e + e + \bar{e}$, $\nu' \rightarrow \nu + \gamma$
В МОДЕЛИ ВАЙНБЕРГА-САЛАМА
СО СМЕШИВАНИЕМ НЕЙТРИНО

1976

P2 - 9595

С.Т.Петков

ПРОЦЕССЫ $\mu \rightarrow e + \gamma$, $\mu \rightarrow e + e + \bar{e}$, $\nu' \rightarrow \nu + \gamma$
В МОДЕЛИ ВАЙНБЕРГА-САЛАМА
СО СМЕШИВАНИЕМ НЕЙТРИНО

Направлено в ЯФ

ОИЯИ
ЗИБЛИОТЕКА

I. Современные схемы слабых взаимодействий основываются на аналогии между слабым взаимодействием лептонов и слабым взаимодействием кварков. В работах /1, 2/ слабое взаимодействие четырех лептонов строилось по аналогии со слабым взаимодействием четырех кварков известной модели Глэшоу, Илипоулоса и Майани /3/. Слабый заряженный лептонный ток в этой схеме имеет вид:

$$j_a = \bar{\mu} \gamma_a (1 + \gamma_5) \nu_\mu^\theta + \bar{e} \gamma_a (1 + \gamma_5) \nu_e^\theta, \quad /1/$$

где

$$\begin{aligned} \nu_e^\theta &= \nu \cos \theta + \nu' \sin \theta, \\ \nu_\mu^\theta &= -\nu \sin \theta + \nu' \cos \theta, \end{aligned} \quad /2/$$

ν и ν' - поля нейтрино с массами /эти массы мы будем обозначать соответственно через m и m' /, а угол θ - параметр, аналогичный углу Кабиббо.

Модифицированная модель Вайнберга-Салама /4, 5/, заряженный ток которой определяется выражением /1/, не содержит несимметричных нейтральных токов. Но так как в этой схеме не существует понятия мюонного числа, то в высших порядках теории возмущений становятся возможными процессы *

*Вероятность процесса /3/ была вычислена в схеме со смешиванием майорановских нейтрино /7/ в работе /10/. Отметим, что соответствующие расчеты выполнены в рамках неперенормируемой теории.

$$\mu \rightarrow e + \gamma, \quad /3/$$

$$\mu \rightarrow e + e + \bar{e}, \quad /4/$$

$$\nu' \rightarrow \nu + \gamma, \quad /5/$$

$$\mu + p \rightarrow e + \dots,$$

аналогичные распадам $K \rightarrow \pi \nu \bar{\nu}$ и др. в схеме /3/.

В теории с заряженным током /1/ становятся возможными и осцилляции нейтрино /6,7/. Осцилляции нейтрино в рассматриваемой схеме и возможности их экспериментального обнаружения были подробно проанализированы в работах /2,8/.

В настоящей работе выполнен расчет вероятностей процессов /3/-/5/ в модифицированной в соответствии с /1/ и /2/ модели Вайнберга-Салама. Соответствующие амплитуды вычислены с точностью до членов, не меньших,

чем $\frac{m_\ell^2}{M_w^2}$ ($\ell = \mu, e, \nu, \nu', M_w$ - масса заряженного векторного бозона модели Вайнберга-Салама, $M_w \geq 37,3$ ГэВ/.

Процессы $\mu \rightarrow e + \gamma$ и $\nu' \rightarrow \nu + \gamma$ были рассмотрены также в /1/, однако полученные в этой работе амплитуды не являются градиентно-инвариантными. На всех стадиях проделанных нами вычислений /регуляризация, взятие интегралов по внутреннему импульсу, отбрасывание "малых" членов и т.д./ мы оперировали с явно градиентно-инвариантными выражениями и получили градиентно-инвариантные амплитуды, которые были использованы для вычисления соответствующих вероятностей. Результаты выполненных в настоящей работе расчетов существенно отличаются от результатов, полученных в /1/.

II. Возможность расчета вероятностей распадов /3/-/5/ основывается на том, что массы нейтрино ν' и ν можно ввести в модель Вайнберга-Салама, не нарушая ее свойства перенормируемости, т.е. за счет спонтанного нарушения симметрии /9/ /механизм Хиггса/. Это достигается добавлением к исходному лагранжиану Вайнберга-

Салама, в котором массы всех частиц равны нулю, дополнительных калибровочно-инвариантных членов:

$$- \frac{m}{M_w} g \{ (\bar{L}_e \phi^c) \cos \theta - (\bar{L}_\mu \phi^c) \sin \theta \} \nu_R + \text{э.с.} \} - \quad /6/$$

$$- \frac{m'}{M_w} g \{ (\bar{L}_e \phi^c) \sin \theta + (\bar{L}_\mu \phi^c) \cos \theta \} \nu'_R + \text{э.с.} \}.$$

Здесь

$$\nu_R = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\nu, \quad \nu'_R = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\nu',$$

$$\frac{g^2}{8M_w^2} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}, \quad L_e(\mu) = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5) \begin{pmatrix} \nu_c(\mu) \\ e(\mu) \end{pmatrix},$$

$\phi^c \equiv i\tau_2 \phi^*$, где ϕ - дублет скалярных полей модели Вайнберга-Салама. После спонтанного нарушения симметрии и перехода к унитарной калибровке ϕ^c заменяется на $\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt{2}M_w}{g} + \chi \right) / \chi$ - скаляр Хиггса/ и /6/ преобразуется в

$$-m\bar{\nu}\nu - m'\bar{\nu}'\nu' - \frac{g}{\sqrt{2}M_w} (m\bar{\nu}\nu + m'\bar{\nu}'\nu') \chi.$$

Таким образом, нейтрино ν' и ν получают массы и перенормируемость исходной модели сохраняется.

Интересующая нас часть перенормированного лагранжиана взаимодействия в унитарной калибровке имеет вид:

$$\mathcal{L} = i \left(\frac{G_F}{\sqrt{2}} M_w^2 \right)^{1/2} \{ (\bar{\mu} \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \nu'_\mu + \bar{e} \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \nu_e) W_\alpha + \text{э.с.} \} + \\ + i e (\bar{\mu} \gamma_\alpha \mu + \bar{e} \gamma_\alpha e) A_\alpha + i \{ W_\alpha^+ (\partial_\alpha W_\beta - \partial_\beta W_\alpha) +$$

$$\begin{aligned}
& + W_\alpha^+ (\partial_\beta W_\alpha - \partial_\alpha W_\beta) + \partial_\alpha (W_\alpha W_\beta^+ - W_\beta W_\alpha^+) \{ A_\alpha e + Z_\alpha g \cos \theta_w \} + \\
& + i \left(\frac{G_F}{2\sqrt{2}} M_z^2 \right)^{1/2} \{ (\bar{\nu} \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \nu + (\nu \rightarrow \nu')) - \\
& - (\bar{e} \gamma_\alpha (1 - 4 \sin^2 \theta_w + \gamma_5) e + (e \rightarrow \mu)) \} Z_\alpha,
\end{aligned}$$

где Z_α и M_z - соответственно поле и масса нейтрального векторного бозона, а θ_w - угол Вайнберга.

В матричный элемент процесса $\mu \rightarrow e + \gamma$ дают вклад диаграммы рис. 1. Вычисление их суммы приводит к конечной градиентно-инвариантной амплитуде:

$$\begin{aligned}
M_1 = & ie \frac{G_F}{8\pi^2 \sqrt{2}} (m'^2 - m^2) \sin \theta \cos \theta \times \\
& \times \bar{u}(p') \frac{1}{6} (1 - \gamma_5) \frac{\sigma_{\rho\alpha} q_\alpha}{m_\mu + m_e} u(p) \epsilon_\rho(q). \quad /7/
\end{aligned}$$

Здесь p и p' - импульсы μ -мезона и электрона соответственно, $q = p - p'$ и $\epsilon_\rho(q)$ - вектор поляризации фотона. Отметим, что диаграммы, отличающиеся друг от друга лишь виртуальным нейтрино /см. рис. 1/, дают противоположный по знаку вклад в матричный элемент. В результате при $m' = m$ амплитуда /7/ обращается в нуль. Этот механизм компенсации диаграмм аналогичен механизму Глэшоу, Илипоулоса и Майани компенсации диаграмм, соответствующих адронным слабым $\Delta S \neq 0$, $\Delta Q = 0$ процессам /3/. Вероятность рассматриваемого распада равна

$$\Gamma(\mu \rightarrow e + \gamma) = \frac{G_F^2 (m'^2 - m^2)^2}{192\pi^3} \frac{2\alpha}{3\pi} \left(\frac{\sin \theta \cos \theta}{4} \right)^2 m_\mu. \quad /8/$$

Выражение /8/ отличается численным множителем, приблизительно равным $2,2 \cdot 10^{-4}$, от выражения для $\Gamma(\mu \rightarrow e + \gamma)$, полученного в работе /1/.

Сравним полученное выражение для $\Gamma(\mu \rightarrow e + \gamma)$ с существующими экспериментальными данными. Значение

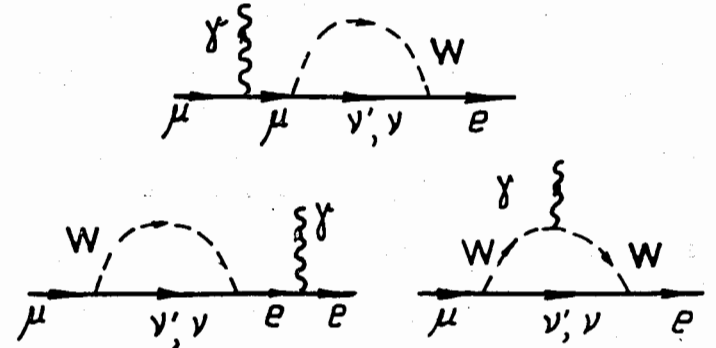


Рис. 1. Диаграммы третьего порядка для распада $\mu \rightarrow e + \gamma$.

вероятности $\Gamma(\mu \rightarrow e + \gamma)$ зависит от трех параметров теории m' , m и θ . В работах /1, 8/ угол θ считается свободным параметром, и на основе существующих данных при условии, что $m' \gg m$ было получено ограничение:

$$\begin{aligned}
\sin^2 \theta & \leq 10^{-2}, \\
m' & < 1,2 \text{ МэВ}, \quad /A/ \\
m & < 60 \text{ эВ}.
\end{aligned}$$

В работе /2/ предполагалось, что $\theta = \frac{\pi}{4}$ /максимальное смешивание/. Анализ экспериментальных данных в этом случае приводит к

$$\begin{aligned}
|m' - m| & \leq 0,1 \text{ эВ}, \\
m', m & < 60 \text{ эВ}. \quad /B/
\end{aligned}$$

Все дальнейшие численные оценки будут приведены для этих двух крайних случаев.

Используя /8/, получаем для отношения вероятности распада $\mu \rightarrow e + \gamma$ к вероятности распада $\mu \rightarrow e + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$:

$$\frac{\Gamma(\mu \rightarrow e + \gamma)}{\Gamma(\mu \rightarrow e + \nu_\mu + \bar{\nu}_e)} < \begin{cases} 2 \cdot 10^{-14} \\ 3,7 \cdot 10^{-35} \end{cases}$$

случай /А/

случай /В/

Таким образом, верхняя граница отношения $\frac{\Gamma(\mu \rightarrow e + \gamma)}{\Gamma(\mu \rightarrow e + \nu_\mu + \bar{\nu}_e)}$

даже в наиболее благоприятном случае для экспериментов по поиску распада $\mu \rightarrow e + \gamma$ на шесть порядков ниже верхней экспериментальной границы:

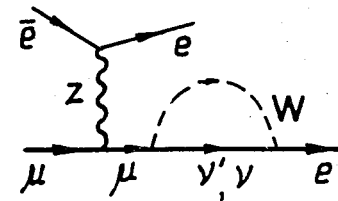
$$\left(\frac{\Gamma(\mu \rightarrow e + \gamma)}{\Gamma(\mu \rightarrow e + \nu_\mu + \bar{\nu}_e)} \right)_{\text{эксп}} < 2,2 \cdot 10^{-8} / 11/.$$

III. Перейдем к рассмотрению процесса $\mu \rightarrow e + e + \bar{e}$. Амплитуде этого процесса соответствует сумма диаграмм рис. 1, в которых фотон является виртуальным и рождает электрон-позитронную пару, и диаграмм рис. 2. Очевидно, амплитуду необходимо антисимметризовать по отношению к состояниям двух электронов. Диаграммы рис. 2 важны для сокращения расходимостей, но в используемом нами приближении их конечный вклад несущественен*. Полученная таким образом амплитуда распада $\mu \rightarrow e + e + \bar{e}$ равняется:

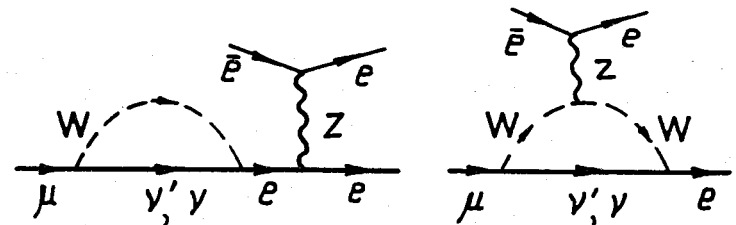
$$M_2 = ie^2 \frac{G_F}{8\pi^2 \sqrt{2}} (m^2 - m_e^2) \sin\theta \cos\theta \left\{ \frac{\bar{u}(k_1) \Gamma_\rho(p, k_1) u(p) \bar{u}(k_2) \gamma_\rho u(-k_3)}{(p - k_1)^2} - (k_1 \leftrightarrow k_2) \right\}, \quad /9/$$

где

* Действительно, отношение конечного вклада в амплитуду суммы диаграмм с виртуальным Z-бозоном /рис. 2а-2г/ к конечному вкладу суммы диаграмм с виртуальным γ -квантом определяется отношением пропагаторов этих частиц, т.е. величиной $q^2 / (q^2 + M_Z^2) \leq m_\mu^2 / M_Z^2$, где q - импульс пары. Аналогичная величина для диаграммы рис. 2д, как показывают вычисления, $\sim m_\mu^2 / M_W^2$.

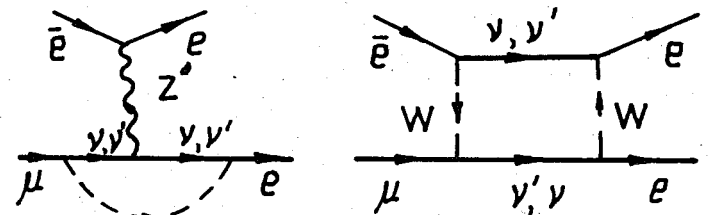


а



δ

β



ζ

д

Рис. 2. Диаграммы четвертого порядка для распада $\mu \rightarrow e + e + \bar{e}$.

$$\Gamma_\alpha(p, k) = \frac{1}{6} (1 - \gamma_5) \left\{ \frac{\sigma_{\rho\alpha} (p - k)_\alpha}{m_\mu + m_e} + \frac{(p - k)_\alpha^2 \delta_{\alpha\rho} - (p - k)_\alpha (p - k)_\rho}{m_\mu^2 - m_e^2} \gamma_\alpha \right\}$$

и k_1, k_2 - импульсы двух электронов, k_3 - импульс позитрона. Используя /9/, получаем вероятность распада $\mu \rightarrow e + e + \bar{e}$:

$$\Gamma(\mu \rightarrow e + e + \bar{e}) = \Gamma(\mu \rightarrow e + \gamma) \frac{\alpha}{\pi} \left\{ \frac{4}{3} \left(1 + \frac{\pi}{\sqrt{3}} \right) - \frac{2}{\sqrt{5}} \ln \frac{\sqrt{5} + 1}{\sqrt{5} - 1} + \frac{1}{2} \ln \frac{m_\mu}{2m_e} + \frac{1}{8} \ln \frac{4}{3} \right\}.$$

Для отношения $\frac{\Gamma(\mu \rightarrow e + e + \bar{e})}{\Gamma(\mu \rightarrow e + \nu_\mu + \bar{\nu}_e)}$ имеем:

$$\frac{\Gamma(\mu \rightarrow e + e + \bar{e})}{\Gamma(\mu \rightarrow e + \nu_\mu + \bar{\nu}_e)} < \begin{cases} 3,2 \cdot 10^{-16} & \text{случай /А/} \\ 8,3 \cdot 10^{-37} & \text{случай /В/} \end{cases}$$

Лучшее экспериментальное ограничение на вероятность распада $\mu \rightarrow e + e + \bar{e}$ было получено в работе /12/:

$$\frac{\Gamma(\mu \rightarrow e + e + \bar{e})}{\Gamma(\mu \rightarrow e + \nu_\mu + \bar{\nu}_e)} < 1,9 \cdot 10^{-9}.$$

Как видно, верхняя граница значения вероятности распада $\mu \rightarrow e + e + \bar{e}$ и при ограничениях /А/, и при ограничениях /В/ на много порядков ниже соответствующей экспериментальной верхней границы.

IV. В рассматриваемой теории массы двух нейтрино отличаются друг от друга. Предположим, что $m' > m$. Тогда становится возможным распад $\nu' \rightarrow \nu + \gamma$. Диаграммы этого процесса приведены на рис. 3. Хотя каждая из них расходится, их сумма конечна, градиентно-инварианта и приводит к следующему выражению для амплитуды:

$$M_3 = -ie \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{\sin \theta \cos \theta}{4\pi^2} m_\mu^2 \ln \frac{M_w^2}{m_\mu^2} \times$$

$$\times \bar{u}(p') \frac{\sigma_{\rho\alpha} q_\alpha}{m' + m} (1 - \gamma_5) \frac{m' + m}{m' - m} u(p) \varepsilon_\rho(q). \quad /10/$$

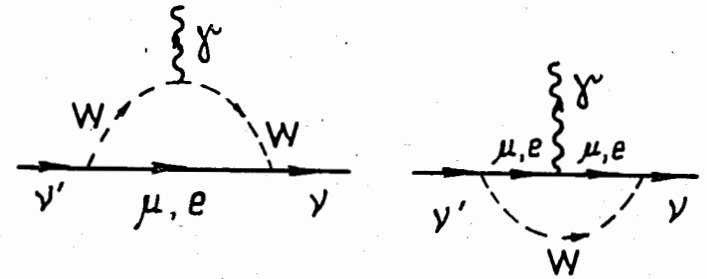


Рис. 3. Диаграммы третьего порядка для распада $\nu' \rightarrow \nu + \gamma$.

Используя /10/, получаем вероятность процесса $\nu' \rightarrow \nu + \gamma$:

$$\Gamma(\nu' \rightarrow \nu + \gamma) = G_F^2 m_\mu^4 m' \frac{\alpha}{2\pi^2} \left(\frac{\sin \theta \cos \theta}{4\pi} \right)^2 \left(1 - \frac{m^4}{m'^4} \right) \left(\ln \frac{M_w^2}{m_\mu^2} \right)^2.$$

Итак, в схеме со смешиванием нейтрино одно из них /более тяжелое/ нестабильно. Покажем, что эта нестабильность не влияет на осцилляции солнечных нейтрино. Действительно, отношение времени жизни $\nu'(m' > m)$ в л.с. τ , к времени t , за которое эти нейтрино покрывают расстояние от Солнца до Земли, равно:

$$\frac{\tau}{t} = 5,3 \cdot 10^{-5} \frac{E}{m'} \frac{\left(\frac{E^2}{m^2} - 1 \right)^{1/2}}{1 - \frac{m^4}{m'^4}} \frac{1}{\left(\sin \theta \cos \theta \ln \frac{M_w^2}{m_\mu^2} \right)},$$

где E - энергия ν' в л.с. Процесс $\nu' \rightarrow \nu + \gamma$ не будет влиять на указанные осцилляции, если $\frac{\tau}{t} \gg 1$. Будем предполагать, что $E = 1$ МэВ /характерная энергия нейт-

рино от Солнца, которые может регистрировать установка Дэйвиса и др. /13/ и $M_w = 40 \text{ ГэВ}$. При ограничениях /В/ получаем:

$$\frac{\tau}{t} > 4,9 \cdot 10^2 \gg 1.$$

Если же $m' = 0,5 \text{ МэВ}$, $\sin^2 \theta = 10^{-2}$ и $m' \gg m / \text{см. /А//}$, то

$$\frac{\tau}{t} \approx 1,3 \cdot 10^{-4} \ll 1. \quad /11/$$

Однако более подробный анализ /с учетом /11// интересных нас осцилляций приводит к выводу, что и в этом случае распад $\nu' \rightarrow \nu + \gamma$ на них не влияет. К аналогичному выводу приводит и рассмотрение возможности $m > m'$ /нестабильность ν /.

V. Перечислим основные результаты настоящей работы. В модифицированной модели Вайнберга-Салама со смешиванием нейтрино вычислены вероятности распадов $\mu \rightarrow e + \gamma$, $\mu \rightarrow e + e + \bar{e}$ и $\nu' \rightarrow \nu + \gamma$. При ограничениях на параметры теории / m , m' и угол смешивания θ /, получающихся из имеющихся экспериментальных данных, значения вероятностей процессов $\mu \rightarrow e + \gamma$ и $\mu \rightarrow e + e + \bar{e}$ на много порядков ниже существующих экспериментальных верхних границ. Тем самым мы приходим к заключению, что эти расчеты свидетельствуют об актуальности экспериментов по изучению осцилляции солнечных нейтрино, предложенных Б.М.Понтекорво /14/. В опытах по изучению осцилляции измеряется амплитуда, а не ее квадрат, и поэтому они весьма чувствительны в смысле возможности проверки рассмотренной схемы. Как показывают выполненные расчеты, нестабильность более тяжелого нейтрино не влияет на осцилляции в этой схеме.

В заключение автор выражает благодарность С.М.Биленькому за постановку задачи и интерес к работе в процессе ее выполнения, А.А.Славному - за обсуждение вопросов перенормируемости в калибровочных теориях.

Литература

1. S.Eliezer and D.Ross. *Phys.Rev.*, D10, 3088 (1974).
2. S.M.Bilenky and B.Pontekorvo. *Preprint JINR*, E2-9383, Dubna, 1975.
3. S.L.Glashow, J.Illiopoulos and L.Maiani. *Phys.Rev.*, D2, 1285 (1970).
4. S.Weinberg. *Phys.Rev.Lett.*, 19, 1264 (1967).
5. A.Salam. *Proc. of the Eight Nobel Symposium* (J.Wiley, N.Y., 1968).
6. Б.Понтекорво. *ЖЭТФ*, 53, 1717 /1967/.
7. V.Gribov and B.Pontekorvo. *Phys.Lett.*, 28B, 493 (1969).
8. S.Eliezer and A.Swift. *Preprint*, 1975.
9. P.W.Higgs. *Phys.Lett.*, 12, 1321 (1964).
10. М.Г.Щенкин. *ЯФ*, 18, 153 /1973/.
11. S.Parker, H.L.Anderson and C.Rey. *Phys.Rev.*, 133B, 768 (1964).
12. С.М.Коренченко, Б.Ф.Костин, Г.В.Мицельмахер, К.Г.Некрасов, В.С.Смирнов. *ЖЭТФ*, 70, 3 /1976/.
13. R.Davis, D.Harmer and K.Hoffman. *Phys.Rev.Lett.*, 20, 1205 (1968).
14. Б.Понтекорво. *ЖЭТФ*, 34, 247 /1958/.

Рукопись поступила в издательский отдел
9 марта 1976 года.