

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



С 332.3

Д-819

P2 - 9562

2619/1-76

Л.С.Дульян, Ар.М.Коцинян, Р.Н.Фаустов

РАЗВАЛ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ПОЗИТРОНИЯ
В ПОЛЕ АТОМА

1976

P2 - 9562

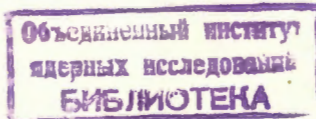
Л.С.Дульян,* Ар.М.Кочинян,** Р.Н.Фаустов

РАЗВАЛ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ПОЗИТРОНИЯ
В ПОЛЕ АТОМА

Направлено в ЯФ

* Институт математики АН Арм ССР.

** Ереванский физический институт.



1. Пучки релятивистских позитрониев представляют значительный интерес во многих отношениях /1.2/. Источником таких позитрониев являются распады нейтральных мезонов:

$$\begin{aligned} \pi^0 &\rightarrow \gamma + A_{2e}, \\ \eta^0 &\rightarrow \gamma + A_{2e}, \end{aligned} \quad /1.1/$$

где символ A_{2e} обозначает связанное состояние электрона и позитрона. Для определения интенсивности пучков позитрониев, генерированных в распадах /1.1/ на протонных кольцевых ускорителях, необходимо знание сечения развала или расщепления позитрония в веществе. Грубая оценка этого сечения была дана в работе Л.Л.Неменова /1/. Нами последовательно рассмотрена задача

о развале в поле атома релятивистского позитрония с энергией порядка 1 ГэВ, характерной для фотонов от распада π^0 -мезонов на ускорителе ИФВЭ /Серпухов/. В указанной реакции позитроний рождается только в триплетном состоянии /ортопозитроний/, причем он может находиться и в радиально-возбужденных S-состояниях. Нам удалось показать, что полное сечение развала позитрония зависит от проекции спина на направление импульса /спиральности/. Для возбужденных состояний разница между сечениями развала позитрониев с различной спиральностью уменьшается.

2. В низшем порядке по внешнему полю A_{μ}^{ext} амплитуда процесса развала позитрония представляется в виде

$$\mathbb{M} = A_{\mu}^{\text{ext}} \int_{\mathcal{P} \rightarrow \text{pp}'}^{\mu} \quad /2.1/$$

где

$$J_{\mathcal{P} \rightarrow \text{pp}'}^{\mu} = \langle \vec{p}, s, \vec{p}', s' | J^{\mu}(0) | \vec{\mathcal{P}}, B \rangle \quad /2.2/$$

матричный элемент оператора тока между связанным состоянием $|\vec{\mathcal{P}}, B\rangle$ полным импульсом $\vec{\mathcal{P}}$ ($E = \sqrt{\vec{\mathcal{P}}^2 + M^2}$) и состоянием $|\vec{p}, s, \vec{p}', s'\rangle$ двух свободных частиц с импульсами \vec{p} и \vec{p}' .

Для вычисления матричных элементов между связанными состояниями существует стандартный аппарат в рамках четырехмерного формализма /3/, распространенный впоследствии /4,5/ на трехмерный квазипотенциальный метод Логунова и Тавхелидзе /6/. Этот метод, как известно, является наиболее эффективным и экономным способом описания связанных систем в квантовой теории поля.

Используя один из вариантов такого трехмерного аппарата /7,8/, мы получим, что в низшем приближении /без учета взаимодействия в конечном состоянии/ матричный элемент /2.2/ записывается в виде

$$J_{\mathcal{P} \rightarrow \text{pp}'}^{\mu} = \bar{u}^s(\vec{p}) \gamma^{\mu} \chi_{B\mathcal{P}}(\vec{p}', s') + \bar{\chi}_{B\mathcal{P}}(\vec{p}, s) \gamma^{\mu} v^s(\vec{p}). \quad /2.3/$$

Здесь волновые функции

$$\chi_{B\mathcal{P}}(\vec{p}, s) = \langle \vec{p}, s, (+) | \psi(0) | \vec{\mathcal{P}}, B \rangle, \quad /2.4a/$$

$$\bar{\chi}_{B\mathcal{P}}(\vec{p}, s) = \langle \vec{p}, s, (-) | \bar{\psi}(0) | \vec{\mathcal{P}}, B \rangle, \quad /2.4б/$$

$\psi(x)$ - гейзенберговский оператор взаимодействующего электронно-позитронного поля, значки /+/ и /-/ относятся к позитронным и электронным состояниям, а u и v - положительно- и отрицательно-частотные дираковские спиноры, нормированные условием $\bar{u}u = -\bar{v}v = 2m$.

Таким образом, в выбранном приближении процесс изображается двумя диаграммами *рис. 1*.

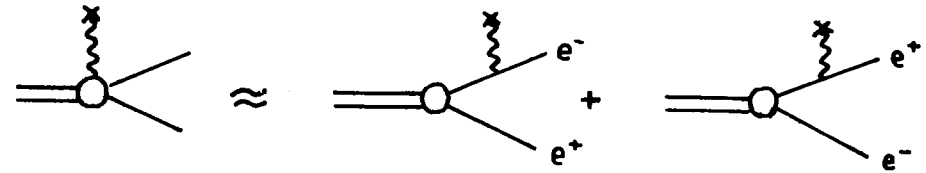


Рис. 1

Видно, что непосредственно с внешним полем атома взаимодействует лишь одна из частиц, в то время как другая находится на массовой поверхности.

Как было показано в работах /7,8/, величины /2.4а,б/ представляют собой трехмерные релятивистские волновые функции связанной системы двух частиц, одна из которых находится на массовой поверхности. Отметим, что при помощи этих волновых функций можно вычислять и высшие порядки теории возмущений.

На основании определений /2.4а,б/, используя трансформационные свойства векторов состояний и полевых операторов при преобразовании зарядового сопряжения, легко показать, что χ и $\bar{\chi}$ связаны соотношением

$$\bar{\chi}_{B\mathcal{P}}^{\alpha}(\vec{p}, s) = c_{B} C_{\alpha\beta} \chi_{B\mathcal{P}}^{\beta}(\vec{p}, s), \quad /2.5/$$

где $C_{\alpha\beta}$ матрица зарядового сопряжения, а c_{B} - зарядовая четность позитрония /для ортопозитрония $c_{B}=1$ /. Поэтому ток /2.3/ можно записать в виде

$$J_{\mathcal{P} \rightarrow \text{pp}'}^{\mu} = \bar{u}^s(\vec{p}) \gamma^{\mu} \chi_{B\mathcal{P}}(\vec{p}', s') + \bar{u}^s(\vec{p}') \gamma^{\mu} \chi_{B\mathcal{P}}(\vec{p}, s), \quad /2.6/$$

содержащем только полную функцию с позитроном на массовой поверхности.

3. Волновая функция $\chi_{B\mathcal{P}}$ подчиняется модифицированному уравнению Дирака /7/

$$(\hat{\mathcal{P}} - \hat{p} - m) \chi_{B\mathcal{P}}(\vec{p}, s) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_s d^3 p' \hat{V}(\vec{p}, s, \vec{p}', s', \mathcal{P}) \chi_{B\mathcal{P}}(\vec{p}', s'),$$

$$\text{где } \hat{p} = \gamma^{\mu} p_{\mu}, \quad p_0 = \sqrt{\vec{p}^2 + m^2}. \quad /3.1/$$

Это трехмерное ковариантное уравнение получено на основе одного из вариантов квазипотенциального подхода Логунова и Тавхелидзе. В операторной форме квазипотенциал

$$V = \frac{1}{i} (g^{-1} - g_f^{-1}) \quad /3.2/$$

и определяется через функции Грина следующего вида:

$$\begin{aligned} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p+q-p'-q') g(\vec{p}, s, \vec{p}', s', \mathcal{P}) = \\ = \int dx dx' e^{iqx - iq'x'} \langle \vec{p}, s | T \psi(x) \psi(x') | \vec{p}', s' \rangle, \\ \mathcal{P} = p+q, \end{aligned} \quad /3.3/$$

и несвязную часть полной функции Грина:

$$g_f(\vec{p}, s, \vec{p}', s', \mathcal{P}) = (2\pi)^3 2p_0 \delta(\vec{p}-\vec{p}') \delta_{ss'} i(\hat{p}-m)^{-1}. \quad /3.4/$$

Квазипотенциал V также можно^{/6/} выразить через амплитуду рассеяния вне массовой поверхности. В приближении однофотонного обмена ей соответствуют две диаграммы на рис. 2.

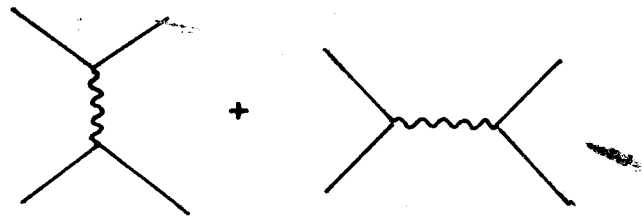


Рис. 2

В системе покоя позитрония движение составляющих его частиц носит нерелятивистский характер, поэтому вклад от аннигиляционной диаграммы пренебрежимо мал, а вклад от обменной диаграммы приобретает вид ку-

лоновского потенциала, который мы и используем в качестве квазипотенциала в первом приближении:

$$V(\vec{p}, s, \vec{p}', s', \vec{0}) = -\gamma^0 \frac{2me^2}{(\vec{p}-\vec{p}')^2} \delta_{ss'}. \quad /3.6/$$

Уравнение /3.1/ в этой системе записывается в виде

$$\{\gamma^0(M-p_0) + \vec{\gamma} \vec{p} - m\} \chi_{B0}(\vec{p}, s) = -\frac{\gamma^0 e^2}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 p'}{(\vec{p}-\vec{p}')^2} \chi_{B0}(\vec{p}', s). \quad /3.7/$$

Вспомня, что для дираковских спиноров

$$(\gamma^0 p_0 + \vec{\gamma} \vec{p} - m) u(-\vec{p}) = 0,$$

представим $\chi_{B0}(\vec{p}, s)$ в виде

$$\chi_{B0}(\vec{p}, s) = \sum_{s'} a_{ss'} u^{s'}(-\vec{p}) \Psi(\vec{p}). \quad /3.8/$$

Коэффициенты $a_{ss'}$ будут определять спиновую структуру χ_B , а волновая функция $\Psi(\vec{p})$ в нерелятивистском пределе будет удовлетворять уравнению Шредингера с приведенной массой $m/2$ в кулоновском поле:

$$\left(\frac{\vec{p}^2}{m} + \epsilon\right) \Psi(\vec{p}) = \frac{e^2}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 p'}{(\vec{p}-\vec{p}')^2} \Psi(\vec{p}'), \quad /3.9/$$

где энергия связи $-\epsilon = M - 2m$.

Решения этого уравнения хорошо известны. Для основного состояния ($n=1, l=0$) волновая функция

$$\Psi(\vec{p}) = \frac{C}{(\vec{p}^2 + m\epsilon)^2}. \quad /3.10/$$

Постоянную C мы определим из условия нормировки для функции χ_B :

$$\chi_B \mathcal{P} \left[\frac{\partial}{\partial \mathcal{P}^2} (i g_f^{-1} - V) \right] \mathcal{P}^2 = M^2 \chi_B \bar{\mathcal{P}}^{-1},$$

где умножение понимается как интегрирование с инвариантной мерой по пространству трехмерных импульсов и суммирование по поляризационным индексам.

Простые вычисления дают

$$|C|^2 = 2^8 \pi m^6 \left(\frac{\epsilon}{m}\right)^{5/2}, \quad \epsilon = \frac{a^2 m}{4}. \quad /3.11/$$

Для описания спиновой структуры волновой функции в качестве оси квантования выберем ось Z. В различных спиновых состояниях ортопозитрония χ_{0SS_z} будет иметь вид

$$\begin{aligned} \chi_{011}(\vec{p}, s) &= \delta_{1/2 s} u^{1/2}(-\vec{p}) \Psi(\vec{p}), \\ \chi_{010}(\vec{p}, s) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{ \delta_{1/2 s} u^{-1/2}(-\vec{p}) + \delta_{-1/2 s} u^{1/2}(-\vec{p}) \} \Psi(\vec{p}), \\ \chi_{01-1}(\vec{p}, s) &= \delta_{-1/2 s} u^{-1/2}(-\vec{p}) \Psi(\vec{p}). \end{aligned} \quad /3.12/$$

Таким образом, нам известна волновая функция позитрония в системе центра масс. Для перехода к лабораторной системе, где атом-источник внешнего поля покоится, а полный импульс позитрония равен \vec{P} , воспользуемся трансформационными свойствами χ_B . Пусть $L_{\vec{P}}$ - преобразование Лоренца, переводящее 4-вектор $\{M, \vec{0}\}$ в $\{E(\vec{P}), \vec{P}\}$. Тогда

$$\chi_{B\vec{P}}^{\alpha}(\vec{p}, s) = \sum_s D_{ss'}^{+1/2} (R_{L_{\vec{P}}^{-1}, p}^W) S_{\alpha\beta} \chi_{B0}^{\beta}(\vec{L}_{\vec{P}}^{-1} p, s), \quad /3.13/$$

где $S_{\alpha\beta}$ - матрица спинорного представления группы Лоренца, $D_{ss'}^{1/2} (R_{\Lambda, p}^W)$ - матрица вигнеровского вращения

$$R_{\Lambda, p}^W = L_{\Lambda p}^{-1} \Lambda L_p$$

Подставляя /3.8/ в правую часть /3.13/ и используя известные формулы преобразования спиноров, получим

$$\begin{aligned} \chi_{B\vec{P}}(\vec{p}, s) &= \\ &= \sum_{s'' s'''} D_{ss''}^{+1/2} (R_{L_{\vec{P}}^{-1}, p}^W) a_{s'' s'''} D_{s'' s'''}^{1/2} (R_{L_{\vec{P}}, k}^W) u^{s'''}(\vec{L}_{\vec{P}} \vec{k}) \times \\ &\quad \Psi(\vec{L}_{\vec{P}} \vec{p}), \end{aligned} \quad /3.14/$$

где $k \equiv L_{\vec{P}} \{p_0, -\vec{p}\}$.

Теперь рассмотрим подробнее аргумент волновой функции Ψ в правой части /3.14/:

$$\vec{\ell} \equiv L_{\vec{P}}^{-1} p = \left\{ \frac{P p}{M}, \frac{1}{E+M} \left[\vec{p}(E+M) - \vec{P} \left(p_0 + \frac{P p}{M} \right) \right] \right\}. \quad /3.15/$$

Поскольку для получения полного сечения мы в дальнейшем должны будем интегрировать по переменной p , уже здесь учтем, что из-за кулоновского характера $\Psi(p)$ основной вклад в интеграл дает область

$$|\vec{\ell}| \lesssim a m \quad /3.16/$$

/ $a = 1/137$ - постоянная тонкой структуры/, а это, как видно из /3.15/, соответствует большим $|\vec{p}| \sim 1/2 |P^*|$. Поэтому мы можем пренебречь массами m и M по сравнению с импульсами $|\vec{p}|$ и $|P|$. Тогда в системе, где полный импульс позитрония направлен по оси Z, т.е. $\vec{P} = (0, 0, P)$, для вектора $\vec{\ell}$ получим простое выражение

$$\ell_x = p_x, \quad \ell_y = p_y, \quad \ell_z = \frac{2m}{P} \left(p_z - \frac{P}{2} \right). \quad /3.17/$$

Непосредственным вычислением нетрудно убедиться, что $\vec{k} \approx \vec{P} - \vec{p}$. Аналогичные соображения показывают, что D-матрицы в /3.14/ можно заменить на единичные. В результате представление /3.14/ запишется в простом виде:

$$\chi_{B\vec{P}}(p, s) = \sum_s a_{ss'} u^{s'}(\vec{P} - \vec{p}) \Psi(\vec{L}_{\vec{P}}^{-1} p). \quad /3.18/$$

Например,

$$\chi_{\varphi 11}(\vec{p}, s) = \delta_{1/2 s} u^{1/2}(\vec{P} - \vec{p}) \Psi(\vec{L}_{\vec{P}}^{-1} p).$$

Из /3.16/ и /3.17/ следует, что импульс \vec{p} , а значит и \vec{k} , направлен "почти" вдоль полного импульса \vec{P} , т.е. по оси Z. Поэтому функции u^s в /3.18/ можно считать спинорами, соответствующими определенной спираальности.

4. Дифференциальное сечение рассматриваемого процесса имеет вид

$$d\sigma = \frac{1}{(2\pi)^5} \frac{1}{8} \frac{d^3 p}{P_0} \cdot \frac{d^3 p'}{P'_0} \delta(E - p_0 - p'_0), \quad /4.1/$$

где \mathcal{M} определяется равенством /2.1/.

При выборе потенциала поля атома мы будем руководствоваться следующими соображениями. Используя кинематику, легко показать, что развал позитрония возможен уже при очень малых передачах, что соответствует взаимодействию на больших расстояниях. Поэтому необходимо учитывать эффект экранирования электронами поля ядра, и потенциал мы выберем в соответствии с моделью Томаса-Ферми-Мольера /9/:

$$A_i^{ext} = 0; \quad A_0^{ext}(\vec{q}) = Z e \sum_{i=1}^3 \frac{a_i}{\beta_i^2 + \vec{q}^2}; \quad /4.2/$$

где

$$\vec{q} = \vec{p} + \vec{p}' - \vec{p}'; \quad \beta_i = \frac{mb_i}{121} Z^{1/3}; \quad a_1 = 0,10; \quad a_2 = 0,55;$$

$$a_3 = 0,35; \quad b_1 = 6,0; \quad b_2 = 1,2; \quad b_3 = 0,3.$$

Далее заметим, что поскольку мы интересуемся ультрарелятивистским позитронием, то исчезающий вклад дают лишь переходы с сохранением спиральности в электромагнитной вершине. В этом приближении из состояния со спиральностью +1 /-1/ возможен переход только в состояние, где обе частицы обладают спиральностью +1/2 /-1/2/. Используя полученные для волновых функций χ в \mathcal{P} выражения /3.18/ и явный вид спиноров, запишем матричные элементы тока /2.6/ для этих переходов. Очевидно, что в силу выбора потенциала внешнего поля /4.2/ нас интересуют лишь их временные компоненты:

$$J_{\mathcal{P} 11 \rightarrow p 1/2, p' 1/2}^{\circ} = -2i \frac{1}{\sqrt{P_0} \sqrt{P'_0}} e^{\frac{i}{2}(\phi - \phi')} \times$$

$$\times \cos \frac{\theta}{2} \Psi(L_{\mathcal{P}}^{-1} \vec{p}') + \sqrt{P'_0} \sqrt{E - p_0} e^{-\frac{i}{2}(\phi - \phi')} \times$$

$$\times \cos \frac{\theta'}{2} \Psi(L_{\mathcal{P}}^{-1} \vec{p}); \quad /4.3/$$

$$J_{\mathcal{P} 1-1 \rightarrow p-1/2, p'-1/2}^{\circ} = 2i \frac{1}{\sqrt{P_0} \sqrt{P'_0}} e^{-\frac{i}{2}(\phi - \phi')} \times$$

$$\times \cos \frac{\theta}{2} \Psi(L_{\mathcal{P}}^{-1} \vec{p}') + \sqrt{P'_0} \sqrt{E - p_0} \times$$

$$\times e^{\frac{i}{2}(\phi - \phi')} \cos \frac{\theta'}{2} \Psi(L_{\mathcal{P}}^{-1} \vec{p}). \quad /4.4/$$

Здесь θ, ϕ и θ', ϕ' - полярные углы векторов p и p' , причем уже учтено, что в силу условия /3.16/ в сомножителях при $\Psi(L_{\mathcal{P}}^{-1} p)$ можно положить $\theta=0$, а при $\Psi(L_{\mathcal{P}}^{-1} p')$ соответственно $\theta'=0$.

Для состояния же со спиральностью 0 возможны два вида конечных состояний, отличающихся заменой электрона на позитрон. Сечение в этом случае будет определяться суммой квадратов модулей двух следующих матричных элементов:

$$J_{\mathcal{P} 10 \rightarrow p 1/2, p' 1/2}^{\circ} = -i\sqrt{2} e^{\frac{i}{2}(\phi - \phi')} \frac{1}{[\sqrt{P_0} \sqrt{E - p'_0}] \cos \frac{\theta}{2}} \times$$

$$\times \Psi(L_{\mathcal{P}}^{-1} \vec{p}') + \sqrt{P'_0} \sqrt{E - p_0} \cos \frac{\theta'}{2} \Psi(L_{\mathcal{P}}^{-1} \vec{p}), \quad /4.5a/$$

$$J_{\mathcal{P} 10 \rightarrow p-1/2, p' 1/2}^{\circ} = i\sqrt{2} e^{-\frac{i}{2}(\phi - \phi')} \frac{1}{[\sqrt{P_0} \sqrt{E - p'_0}] \cos \frac{\theta}{2}} \times$$

$$\times \Psi(L_{\mathcal{P}}^{-1} \vec{p}') + \sqrt{P'_0} \sqrt{E - p_0} \cos \frac{\theta'}{2} \Psi(L_{\mathcal{P}}^{-1} \vec{p}). \quad /4.5b/$$

Для вычисления полных сечений подставим формулы /4.3/, /4.4/ и /4.5а,б/ вместе с выбранным нами потенциалом /4.2/ в выражение /4.1/ для дифференциального сечения и проинтегрируем по импульсам \vec{p} и \vec{p}' . Одно интегрирование снимается при помощи δ -функции, выражающей закон сохранения энергии, и полные сечения получаются в виде пятимерных интегралов. При этом сечения развала позитрониев со спиральностью +1 и -1 совпадают - обозначим их σ^1 , а σ^0 - сечение для спиральности 0 - отличается от них. Запишем эти сечения в виде суммы двух слагаемых:

$$\begin{aligned}\sigma^1 &= A + B, \\ \sigma^0 &= A + C,\end{aligned}\quad /4.6/$$

где

$$A = K \int dp d\Omega d\Omega' \frac{pp'^3 \cos \frac{\theta'}{2} \left(\sum_{i=1}^3 \frac{a_i}{\beta_i^2 + q^2} \right)^2}{\left\{ \frac{4m^2}{\varphi^2} \left(p \cos \theta - \frac{\varphi}{2} \right)^2 + p^2 \sin^2 \theta + m\epsilon \right\}^4}, \quad /4.7a/$$

$$d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi, \quad K = \frac{2^7 m^6}{\pi^2 \varphi} \left(\frac{\epsilon}{m} \right)^{5/2}$$

$$B = K \int dp d\Omega d\Omega' \frac{p^2 p'^2 \cos(\phi - \phi') \left(\sum_{i=1}^3 \frac{a_i}{\beta_i^2 + q^2} \right)^2}{\left\{ \frac{4m^2}{\varphi^2} \left(p \cos \theta - \frac{\varphi}{2} \right)^2 + p^2 \sin^2 \theta + m\epsilon \right\}^2 \{ p - p' \}^2}, \quad /4.7б/$$

$$C = K \int dp d\Omega d\Omega' \frac{p^2 p'^2 \left(\sum_{i=1}^3 \frac{a_i}{\beta_i^2 + q^2} \right)^2}{\left\{ \frac{4m^2}{\varphi^2} \left(p \cos \theta - \frac{\varphi}{2} \right)^2 + p^2 \sin^2 \theta + m\epsilon \right\}^2 \{ p - p' \}^2}, \quad /4.7в/$$

Интеграл А, общий для σ^1 и σ^0 , соответствует вкладам от каждой из диаграмм рис. 1 в отдельности, а В и С учитывают интерференцию между ними. Отметим, что сечение развала парапозитрония, вычисленное тем же способом, совпадает с σ^0 .

Интеграл А удается приближенно вычислить аналитически. Зависимость А от атомного номера Z дается формулой

$$A = 0,692 \cdot 10^{-19} Z^{4/3} \text{ см}^2. \quad /4.8/$$

Интегралы В и С до конца аналитически проинтегрировать не удается, и они были вычислены на ЭВМ для разных значений Z. Результаты представлены в виде таблицы.

Таблица

n = 1			
	Z	$\sigma^1 \times 10^{17} \text{ см}^2$	$\sigma^0 \times 10^{17} \text{ см}^2$
Al	13	0,193	0,145
Ni	28	0,556	0,446
Mo	42	0,968	0,800
W	74	2,091	1,794
n = 2			
Al	13	0,211	0,208
Ni	28	0,587	0,582
Mo	42	1,008	1,001
W	74	2,147	2,135

Для вычисления сечения развала позитрония в возбужденных S-состояниях вместо /3.20/ надо использо-

вать соответствующие шредингеровские волновые функции. При этом оказывается, что интеграл А не зависит от главного квантового числа n , а интегралы В и С быстро убывают по абсолютной величине, т.е. разница между сечениями уменьшается. Например, если для основного состояния ($n=1$)

$$\eta = \frac{\sigma^1 - \sigma^0}{\sigma^1 + \sigma^0} \sim 8 \div 14\%,$$

то для первого возбужденного состояния ($n=2$) $\eta < 1\%$. Для следующих возбужденных состояний разница между σ^1 и σ^0 становится меньше точности вычисления интеграла А, и сечения можно считать совпадающими и равными А.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность Л.Л.Неменову за постановку задачи и ценные советы, Н.Н.Боголюбову, А.Н.Тавхелидзе и Д.Ю.Бардину за интерес к работе и полезные обсуждения, В.В.Бурову за помощь в численных расчетах на ЭВМ.

Литература

1. Л.Л.Неменов. ЯФ, XV, 1047 /1972/.
2. Л.Л.Неменов. Препринт ОИЯИ, P1-9145, Дубна, 1975.
3. S.Mandelstam. Proc.Roy.Soc., A233, 248 /1955/.
4. Н.Н.Боголюбов, В.А.Матвеев, А.Н.Тавхелидзе. Вопросы теории элементарных частиц, стр. 269, Дубна, 1968.
5. R.N.Faustov. Ann.Phys., 78, 176 /1973/.
6. А.А.Логунов, А.Н.Тавхелидзе. Nuovo Cim., 29, 380 /1963/.
7. Л.С.Дульян, Р.Н.Фаустов. ТМФ, 22, 314 /1975/.
8. Ар.М.Коцинян. ОИЯИ, P2-8682, Дубна, 1975.
9. Yung-Su Tsai. Rev.Mod.Phys., 46, 815 /1974/;
G.Moliere. Z.Naturforsch, A2, 133 /1947/.

Рукопись поступила в издательский отдел
25 февраля 1976 года.