

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



$C323.58$   
 $C-76$

14/11-76

P2 - 9528

2176 / 2-76

В.С.Ставинский

ФОРМАЛЬНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ ГИПОТЕЗЫ  
КУМУЛЯТИВНОГО ЯДЕРНОГО ЭФФЕКТА  
НА ОПИСАНИЕ ИНКЛЮЗИВНЫХ РЕАКЦИЙ  
"ЭЛЕМЕНТАРНЫХ" АДРОНОВ

**1976**

P2 - 9528

В.С.Ставинский

ФОРМАЛЬНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ ГИПОТЕЗЫ  
КУМУЛЯТИВНОГО ЯДЕРНОГО ЭФФЕКТА  
НА ОПИСАНИЕ ИНКЛЮЗИВНЫХ РЕАКЦИЙ  
"ЭЛЕМЕНТАРНЫХ" АДРОНОВ

Объединенный институт  
ядерных исследований  
БИБЛИОТЕКА

Согласно гипотезе ядерного кумулятивного эффекта<sup>/1/</sup> неупругие взаимодействия с нуклонами сложных составных систем типа атомных ядер, состоящих из  $A$  нуклонов, описываются суммой масштабно-инвариантных процессов типа:

$$f_1(m + m \rightarrow \pi + X) = f_1(\vec{x}_1),$$

$$f_2(2m + m \rightarrow \pi + X) = f_2(\vec{x}_2),$$

:

$$f_N(Nm + m \rightarrow \pi + X) = f_N(\vec{x}_N),$$

:

$$f_A(Am + m \rightarrow \pi + X) = f_A(\vec{x}_A).$$

Масштабный аргумент  $X_N$  - отношение энергетической переменной рожденной ( $\pi$ ) частицы /  $T \frac{\vec{p}_\pi}{p_\pi}$ ,  $\vec{p}_\pi$  и

т.д./ к максимально возможной величине этой переменной согласно кинематике соударения  $N$  нуклонов с одним.

Число нуклонов ( $N$ ) составной системы ( $A$ ), участвующих в данном акте взаимодействия, определяется вероятностью попадания  $N$  нуклонов в некоторый малый объем /равновероятно по всему объему ядра  $A$ /. Эта вероятность ( $P_N(N)$ ), следовательно, зависит только от свойств /ядерной плотности/ самого ядра и описывается, например, биномиальным распределением.

Таким образом,

$$E \frac{d\sigma}{d\vec{p}} (A m + m \rightarrow \pi + X) = C V_A \sum_{N=1}^A P_N(N) f_N(\vec{x}_N), \quad /1/$$

C - нормировочная константа и  $V_A$  - объем ядра.

Первые эксперименты с релятивистскими дейтронами <sup>/2/</sup> и дальнейшие исследования кумулятивного рождения пионов <sup>/3,4/</sup> подтвердили гипотезу кумулятивного ядерного эффекта.

В настоящей работе гипотеза кумулятивного эффекта распространяется на составные системы, состоящие из бесконечно большого числа конstituентов.

Формально такой переход означает замену суммирования по числу конstituентов фрагментирующей частицы /ядра A, отношение /1// на интегрирование по бесконечно большому числу конstituентов сталкивающихся адронов:

$$E \frac{d\sigma}{d\vec{p}} (A_2 m + A_1 m \rightarrow c + X) = G(A_1 A_2) \int_{N_2^{\min}}^{A_2} w(A_2, N_2) dN_2 \times \\ \times \int_{N_1^{\min}(N_2)}^{A_1} w(A_1, N_1) f(N_1, N_2, \xi, p_{\perp}) dN_1. \quad /2/$$

$G(A_1 A_2)$  - некоторая константа для данных адронов  $A_1$  и  $A_2$ ,  $w(A, N)$  - "функция вероятности" /нормированная на единицу/, определяющая доли /части/ масс сталкивающихся адронов, принимающих участие в реакции

$$N_2 m + N_1 m \rightarrow c + X, \quad /3/$$

инклюзивное поперечное сечение которой  $f(N_1, N_2, \xi, p_{\perp})$  зависит в общем случае от чисел  $N_1$  и  $N_2$ , а также масштабной переменной ( $\xi$ ) для рожденной частицы и перпендикулярной составляющей импульса ( $p_{\perp}$ ).

Нижний предел интегрирования ( $N_2^{\min}$ ) определяется энергетическим порогом реакции /3/ рождения частицы (C) для данных величин  $\xi$  и  $p_{\perp}$  на адроне  $A_1$  /как целом/ налетающей "частицей" с массой ( $N_2^{\min} m$ ) и импульсом  $N_2^{\min} p_{A_2}$ , где  $p_{A_2}$  - импульс адрона  $A_2$  /как целого/.

Нижний предел интегрирования по  $N_1$ , минимально возможное значение  $N_1^{\min}$ , определяется кинематикой двух-частичной реакции

$$N_2 m + N_1^{\min} m \rightarrow m_c + (N_2 + N_1^{\min}) m, \quad /4a/$$

$$N_2 m + N_1^{\min} m \rightarrow m_c + (N_2 + N_1^{\min} + \frac{m_c}{m}) m \quad /4б/$$

для рождения одной и пары частиц (C) соответственно.

При этом параметры /импульс, энергия/ рожденной частицы представляют из себя максимально возможные значения для процессов /4а/ и /4б/.

Например, в системе координат, где частица  $A_2$  покоится и частица  $A_1$  имеет импульс, полную и кинетическую энергию соответственно  $P_1, E_1, T_1$ , для процесса с рождением пары частиц с массой  $\mu$  кинематика реакции /4б/ дает связь:

$$N_1^{\min}(N_2) = \frac{T_1 + 2\mu}{T_1 - \frac{E_1 E_1 - P_1 P_1 \cos \Theta_1 + \mu m}{m N_2}}, \quad /5a/$$

где  $\cos \Theta_1$  - косинус угла вылета частицы C,  $T_1$  - ее кинетическая энергия,  $m$  - масса нуклона.

Аналогично для процесса образования ядерного фрагмента с массой  $Bm$

$$N_2 m + N_1^{\min} m \rightarrow B m + (N_2 + N_1^{\min} - B) m$$

получаем

$$N_1^{\min}(N_2) = \frac{T_1}{T_1 - \frac{E_1 E_1 - P_1 P_1 \cos \Theta_1 - B m^2}{m N_2}}. \quad /5б/$$

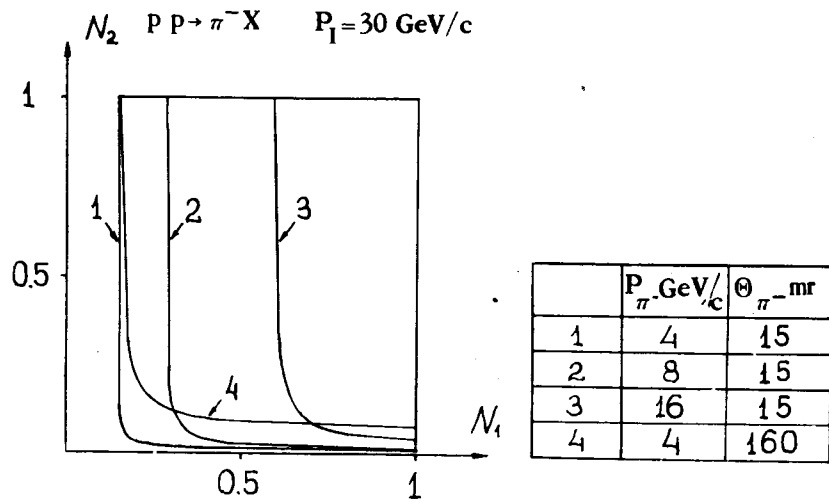


Рис. 1. Области интегрирования, разрешенные по кинематике для разных энергий /угла вылета/ пионов.

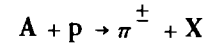
Очевидно, что величину  $N_2^{\min}$  можно найти из соотношений /5а/ и /5б/, полагая  $N_1^{\min} = A_1$ .

На рис. 1 показаны области интегрирования по переменным  $N_1$  и  $N_2$  для разных параметров /см. таблицу/ рожденного пиона для процесса  $p + p \rightarrow \pi^- + X$  при  $P_1 = 30 \text{ ГэВ}/c$ . Граница области интегрирования определяется функциями  $N_2=1$  и  $N_1=1$  и  $N_1^{\min}(N_2)$ /соотношение /5а//. Из рисунка видно, что область интегрирования соотношения /2/ сужается как с ростом импульса рожденного пиона /кривые 1,2,3/ при фиксированном угле вылета пиона, так и с ростом угла вылета /перпендикулярной составляющей импульса/ при фиксированной величине импульса пиона /кривые 1,4/.

Таким образом, изменение области интегрирования в соотношении /2/ качественно объясняет уменьшение величины  $E \frac{d\sigma}{d\vec{p}}$  с ростом масштабной переменной  $X$  и поперечной составляющей импульса рожденного пиона.

Количественно эта зависимость определяется "функцией вероятности"  $w(N)$  и  $f(N_1, N_2, P_1)$ .

Экспериментальные данные /3,4/ по сечению рождения пионов в инклюзивном процессе



указывают на экспоненциальную зависимость /это будет проиллюстрировано ниже/ функции  $w(N)$ :

$$w(A, N) = \frac{a(A)}{1 - e^{-a(A)A}} e^{-a(A)N} \quad /6/$$

Согласно принятой гипотезе кумулятивного ядерного эффекта /1/ параметр  $a(A)$  не является независимым: среднее значение  $N$  по распределению  $w(N)$  есть средняя плотность взаимодействующего адрона:

$$\langle N \rangle = \frac{A}{4/3 \pi R^3} \quad /7/$$

где  $\frac{4}{3} \pi R^3$  - объем адрона  $A$ .

Используя для вычисления объема протона его среднеквадратичный радиус /ер-рассеяние/, из соотношения /7/ получим:

$$a(1) = 1 \text{ м}^{-1} \text{ F}^3.$$

По физическому смыслу выражение /2/ есть сумма двух членов. Действительно, рожденная частица (С) может быть либо а/ фрагментом покоящейся частицы  $w_2(a_2, N_2)$ , возбуждаемой "снарядом", плотность которого в  $\gamma$  /лоренц-фактор/ раз больше  $w_1(\frac{a_1}{\gamma_1} N_1)$ :

$$w_2(a_2, N_2) w_1(\frac{a_1}{\gamma_1} N_1)$$

/ "фрагментация мишени" /; либо б/ фрагментом движущейся частицы  $w_1(a_1, N_1)$ , взаимодействующей с мишенью  $w_2(\gamma_1 a_2, N_2)$ , плотность которой эффективно уменьшена в  $\gamma_1$  раз:

$$w_2(\gamma_1 a_2, N_2) w_1(a_1, N_1) \text{ / "фрагментация снаряда" /}$$

Общее в получении этих двух выражений /в согласии с гипотезой кумулятивного ядерного эффекта/ состоит в следующем: биномиальные коэффициенты  $P_N(N)$  соотношения /1/ определяются в системе координат, связанной с фрагментирующей частицей.

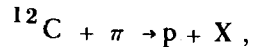
Нам осталось определить функцию  $f(N_1, N_2, p_{\perp})$ , т.е. поперечное сечение инклюзивной реакции /3/.

В качестве первого приближения мы предположим, что функция  $f(N_1, N_2, p_{\perp})$  равна константе /порядка единицы/. Это предположение эквивалентно двум физическим гипотезам:

а/ инклюзивное сечение реакции /3/ не зависит не только от энергии /масштабная инвариантность/, но и от самой масштабной переменной;

б/ инклюзивное сечение реакции /3/ не зависит от перпендикулярной составляющей импульса рожденной частицы.

Вообще говоря, независимость функции  $f$  от перпендикулярной составляющей импульса рожденной частицы следует из экспериментальных данных<sup>/5,6/</sup> для реакции



где наблюдаемое угловое распределение протонов в системе координат ядра  $^{12}\text{C}$  изотропно. К сожалению, этот факт не установлен для фиксированного значения масштабной переменной.

Таким образом, по существу, мы вводим новую гипотезу:

$$f(N_1, N_2, p_{\perp}) = f_0.$$

Коэффициент пропорциональности  $G$  /соотношение /2//, точнее произведение  $Gf_0$ , как обычно для всех инклюзивных реакций с рождением пионов, будем полагать равным по порядку величины полному неупругому сечению взаимодействия адронов  $A_1$  и  $A_2$ .

Таким образом, величины, входящие в соотношение /2/, полностью определены.

На рис. 2 приведены результаты вычислений по соотношению /2/ для инклюзивных спектров /"фрагментация

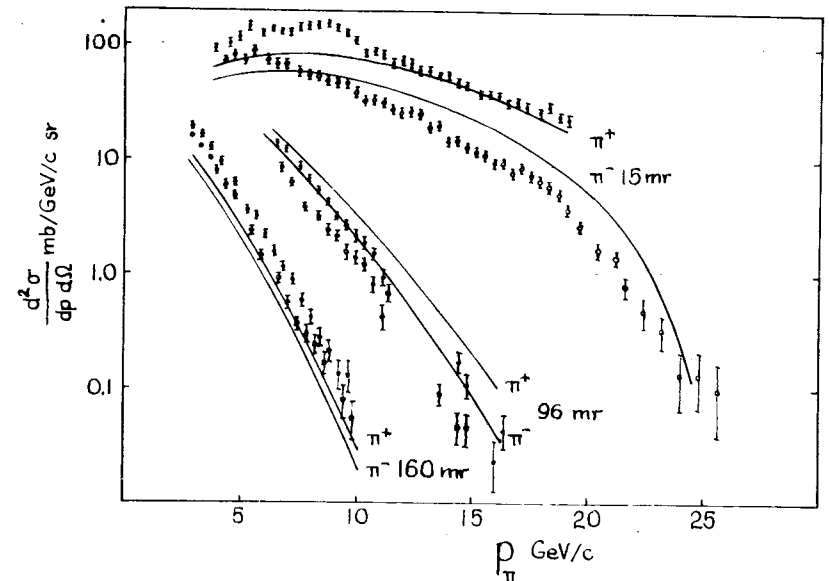


Рис. 2. Инклюзивный спектр пионов /расчет и эксперимент/ в протон-протонных взаимодействиях при импульсе 30 ГэВ/с.

снаряда"/ пионов при взаимодействии протонов с импульсом 30 ГэВ/с с протонами<sup>/7/</sup>. Нормировочная константа равна:

$$Gf_0 = \sigma_{in} = 29 \text{ мб.}$$

Из рисунка видно, что расчет удовлетворительно описывает как зависимость сечения от энергии рожденных пионов, так и зависимость от угла вылета пионов / $\theta_{\pi} = 15, 96, 160$  миллирадиан/.

На рис. 3 приведены результаты расчета спектров пионов в протон-протонном взаимодействии при импульсе 3,7 ГэВ/с<sup>/8/</sup>. С учетом того, что в теории нет свободных параметров, описание экспериментальных данных /зависимость от энергии и угла вылета пионов/ удовлетворительное.

Таким образом, для разных энергий первичных протонов спектры вторичных пионов /как энергетическая зави-

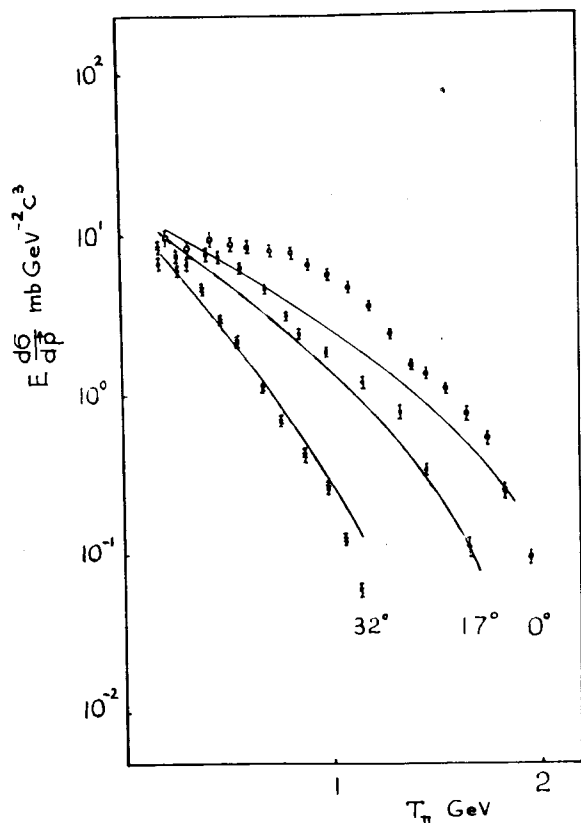


Рис. 3. Инклюзивный спектр пионов /расчет и эксперимент/ в протон-протонных взаимодействиях при импульсе 3,7 ГэВ/с.

симось, так и зависимость от перпендикулярной составляющей импульса в рамках гипотезы кумулятивного ядерного эффекта/ описываются универсальной функцией  $w(N)$  при кинематических ограничениях области интегрирования в соотношении /2/, определяемых условием /5а/.

Существенно отметить следующее. Определяя /при импульсе первичных протонов 19,2 ГэВ/с/ область интегрирования /5а/ для случая рождения антипротонов ( $\mu = m_p$ ), получаем абсолютную величину сечения инклюзивного процесса

$$p + p \rightarrow \bar{p} + X,$$

что находится в согласии с экспериментальными данными /9/.

Следовательно, разница в выходах пионов и антипротонов ( $\frac{\bar{p}}{\pi} \sim 5 \cdot 10^{-3}$ ) объясняется кинематическими ограничениями на область интегрирования соотношения /2/. Зави-

симость сечения инклюзивной реакции  $E \frac{d\sigma}{dp}$  от суммарной массы рожденных частиц видна из рис. 2. Выход положительных пионов /минимальные значения  $N_1$  и  $N_2$  определяются порогом реакции /4а// превышает выход отрицательных пионов /пороговая реакция  $pp \rightarrow \pi^-(\pi^+ pp)$ , соотношение /4б//. Здесь же можно заметить /рис. 2/,

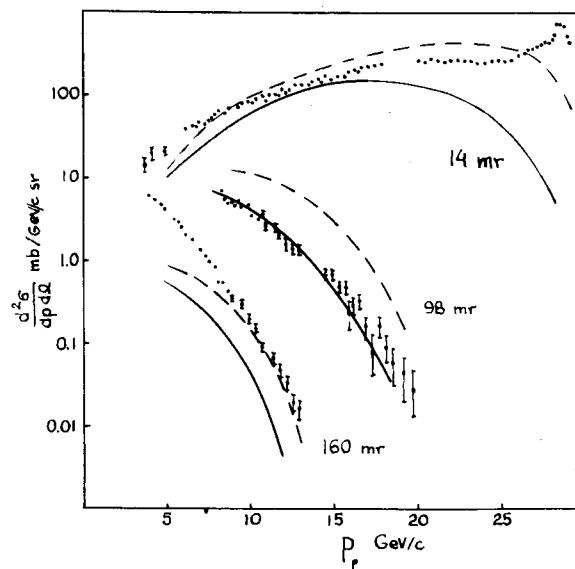


Рис. 4. Инклюзивный спектр протонов /расчет и эксперимент/ в протон-протонных взаимодействиях при импульсе 30 ГэВ/с. Пунктирная кривая соответствует расчету с  $w_1 = 1$ .

что величины выходов положительных и отрицательных пионов сближаются с ростом угла эмиссии пионов.

Определяя область интегрирования соотношением /56/ при  $V=1$ , получим поперечное сечение реакции

$$p + p \rightarrow p + X.$$

На рис. 4 приведен расчет для первичного импульса протонов  $30 \text{ ГэВ/с}^{17/}$ . Пунктирная кривая соответствует расчету в предположении, что "функция вероятности" для "снаряда" равна единице:  $w_1(N_1)=1$ .

Из рисунка видно, что качественное согласие эксперимента с расчетом есть и в этом случае. Таким образом, по крайней мере для инклюзивного рождения  $\pi^\pm$ ,  $p$  и  $\bar{p}$ , функция  $f$  /т.е. сечение процесса /3// одна и та же.

Зная "функцию вероятности"  $w(N)$  для протона, можно вычислить поперечное сечение инклюзивной реакции

$$A + p \rightarrow \pi + X$$

и из сопоставления с экспериментом /3,4/ найти как параметры "функции вероятности" для ядер  $a(A)$ , так и нормировочную константу  $G(A)f_0$ .

Поскольку экспериментальные данные работ /3,4/ относятся к "фрагментации мишени", соотношение /2/ приближенно интегрируется:

$$E \frac{d\sigma}{d\vec{p}} = G(A)f_0 \left(1 - \frac{E_1}{T_1}\right) \left\{ 1 + \frac{t \text{Ei}(-t)}{e^{-t}} \right\} e^{-a_2(A)N_2^{\min}}, \quad /9/$$

где  $t = a_2(A)N_2^{\min} \frac{E_1}{T_1}$ , а  $\text{Ei}(-t)$  - интегральная показательная функция и

$$N_2^{\min} = \frac{E_1 E_1' - P_1 P_1' \cos\theta_1 - \frac{\mu^2}{2}}{m(T_1 - E_1')} \quad /10/$$

/для цитируемых работ  $\cos\theta_1 = -1$  /.

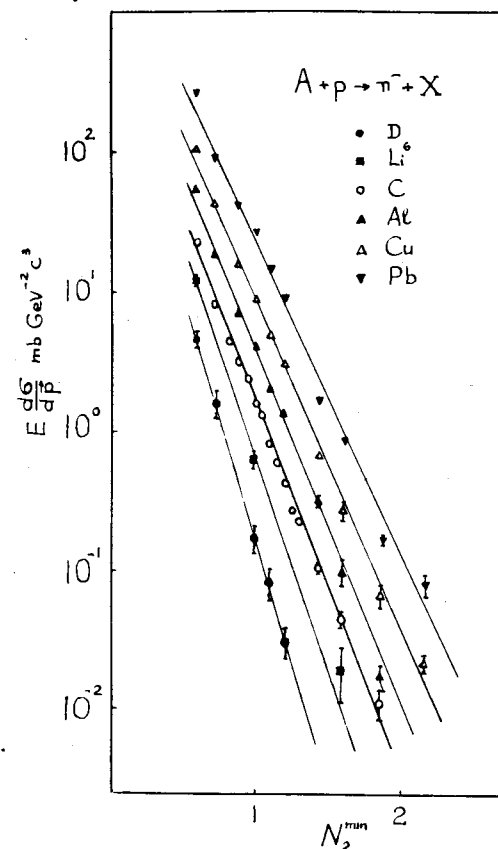


Рис. 5. Инклюзивный спектр кумулятивных пионов /расчет и эксперимент/ в ядерно-протонных взаимодействиях при импульсе  $8,4 \text{ ГэВ/с}$  на нуклон.

На рис. 5 приведены экспериментальные данные и результаты вычислений по соотношению /9/. Из рисунка

видно, что зависимость сечения  $E \frac{d\sigma}{d\vec{p}}$  от величины

$N_2^{\min}$  имеет в первом приближении экспоненциальный характер. Этот экспериментальный факт и является основанием для выбора экспоненциальной зависимости для аналитической функции  $w(N)$ .



Фитирование экспериментальных данных соотношением /9/ дает параметр  $a_2(A)$  и, следовательно, среднее значение  $\langle N \rangle$  /соотношение /7//:

$$\langle N \rangle_A \sim \frac{1}{a_2(A)}$$

На рис. 6 показаны найденные значения плотности ( $\langle N \rangle$ ) исследованных ядер: дейтерия, лития-6, углерода, алюминия, меди и свинца. Там же дано значение  $\langle N \rangle$  для ядер протонов, использованное в расчетах. Кривые на рисунке соответствуют ядерной плотности /в коридору ошибок в ее определении/, найденной из экспериментов по  $eA$ -рассеянию. Видно, что по порядку величины параметр  $\frac{1}{a_2(A)}$  соответствует ядерной плотности.

В этом смысле изучение инклюзивных спектров позволяет сделать заключение о размерах /формфакторах/ взаимодействующих частиц.

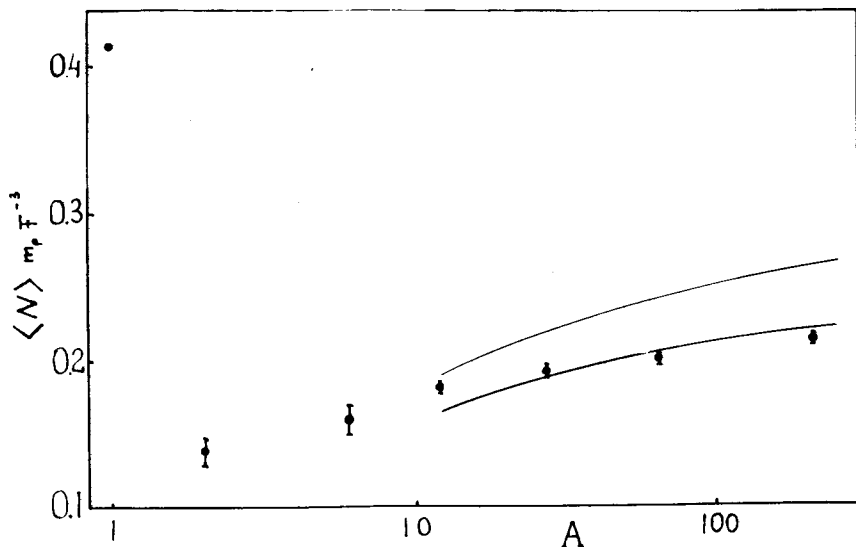


Рис. 6. Ядерная плотность из экспериментов по кумулятивному мезонообразованию.

## Выводы

Распространяя гипотезу Балдина о физической природе кумулятивного ядерного эффекта на взаимодействие "элементарных" частиц, постулируя независимое взаимодействие частей сталкивающихся адронных систем

$$m = N m_A,$$

$$p = N p_A,$$

где  $0 < N < 1$  и вероятность данного  $N$  определяется универсальной "функцией вероятности"  $w(N)$  /причем  $\langle N \rangle = \int_0^1 N w(N) dN$  есть средняя плотность частицы/, мы получили описание экспериментальных данных для разных энергий сталкивающихся частиц /без введения свободных параметров/ по зависимости инклюзивных спектров от

- 1/ энергии регистрируемой частицы;
- 2/ перпендикулярной составляющей импульса рожденной частицы;
- 3/ массы рожденной системы /  $\pi$ ,  $p$ ,  $\bar{p}$  и т.д./.

Показано, что наблюдаемые зависимости обусловлены кинематическими ограничениями на область интегрирования "функции вероятности".

В заключение мне приятно выразить благодарность А.М.Балдину, В.К.Бондареву, Н.Гиордзнеску, А.А.Повторейко, Ю.П.Панебратцеву за дискуссии по затронутым вопросам.

## Литература

1. А.М.Балдин. Препринт ОИЯИ, Р7-5769, Дубна, 1971. Краткие сообщения по физике, 1, издание АН СССР, 1971.
2. А.М.Балдин. Препринт ОИЯИ, Р1-5819, Дубна, 1971.
3. А.М.Балдин и др. Препринт ОИЯИ, Е1-8054, Дубна, 1974.
4. А.М.Балдин и др. Препринт ОИЯИ, 1-8249, Дубна, 1974.
5. А.В.Арефьев и др. Письма в ЖЭТФ, 20, в 8, 585 /1974/.

6. Сотрудничество Бухарест - Дубна - Москва - София - Ташкент - Тбилиси - Улан-Батор. Препринт ОИЯИ, P1-8566, Дубна, 1975.
7. E. W. Anderson et al. *Phys.Rev.*, 19, 198 (1967).
8. A. C. Melissinos et al. *Phys.Rev.Letters*, 7, 454 (1961).
9. J. V. Allaby et al. 14th Int. Conf. on High Energy Physics, Vienna (1968).

Рукопись поступила в издательский отдел  
10 февраля 1976 года.