ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2-95-33

И.В.Аникин, М.А.Иванов, В.Е.Любовицкий

ПРОВЕРКА НЕРАВЕНСТВА БЬЕРКЕНА — ХУ ДЛЯ ФУНКЦИЙ ИЗГУРА — ВАЙЗЕ ТЯЖЕЛЫХ БАРИОНОВ

Направлено в журнал «Ядерная физика»

1995

1 Введение

Слабые распады тяжелых адронов являются уникальным инструментом для определения элементов матрицы Кабиббо-Кобаяши-Маскава, изучения внутренней структуры адронов, а также исследования явлений, лежащих вне рамок стандартной модели.

Рост интереса к такого рода процессам связан, в первую очередь, с появлением новых возможностей в экспериментальных исследованиях в области физики промежуточных энергий. Длительное время экспериментальные программы были направлены на изучение процессов с участием тяжелых мезонов [1], [2], [3] и очарованных барионов [4], [5]. Однако за последние несколько лет наметился заметный прогресс в изучении процессов с участием прелестных барионов. В частности, в CERN на протон-антипротонном коллайдере впервые наблюдался Λ_b-барион в распаде $\Lambda_b \to J/\Psi\Lambda$ [6]. Группой ALEPH и OPAL на LEP исследовались полулептонные распады Λ_b- барионов: $\Lambda_b \to \Lambda_c X e\nu$ [7, 8]. Исследования процесса рождения Λ_b- бариона в распадах Z^0- бозона и измерение его времени жизни были выполнены коллаборацией DELPHI [9]. В рамках выполненных экспериментов удалось извлечь полезную информацию о физических свойствах тяжелых адронов. Были измерены массы и времена жизни тяжелых адронов, а также брэнчинги слабых распадов и поляризационные характеристики.

С теоретической точки зрения столь живой интерес к исследованию слабых распадов тяжелых адронов связан, главным образом, с открытием нового вида симметрии - спин-флэйворной симметрии в мире тяжелых кварков (симметрия Изгура- Вайзе) [10, 11] и разработкой эффективной теории тяжелых кварков (HQET) [10]-[19] - пертурбативной вычислительной схемы для исследований свойств адронов, содержащих один тяжелый кварк. Симметрия Изгура-Вайзе проявляется в предельном случае, когда массы тяжелых кварков стремятся к бесконечности: $m_Q \to \infty, Q = b, c$ (предел Изгура-Вайзе).

Важным динамическим следствием симметрии Изгура-Вайзе явились групповые соотношения между релятивистскими формфакторами слабых распадов тяжелых адронов [10], [11]. В работах Изгура и Вайзе было

показано [10], что формфакторы слабых распадов B-мезона $B \to D\ell\nu$ и $B \to D^*\ell\nu$ выражаются через универсальную функцию $\xi(\omega)$ (мезонная функция Изгура-Вайзе), где кинематическая переменная ω представляет собой скалярное произведение 4-скоростей начального и конечного адронов. Явный вид мезонной функции Изгура-Вайзе был получен в модели валентных кварков [20], релятивистской осцилляторной модели [21], модели конфайнмированных кварков [22], [23] а также в рамках правил сумм КХД [24].

Амплитуды полулептонных распадов барионов имеют более сложную спиновую структуру, чем амплитуды аналогичных процессов с участием тяжелых мезонов. Инвариантный матричный элемент полулептонных распадов тяжелых барионов $B_b(p) \to B_c(p') + \ell(k_1) + \bar\nu_\ell(k_2)$, идущих с изменением аромата $b \to c$, записывается в стандартном виде

$$M(B_b \to B_c \ell \bar\nu_\ell) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{bc} \ell^\mu(q) J_\mu(v, v') \tag{1}$$

где $G_F \simeq 1.166$ ГэВ$^{-2}$- константа Ферми, ℓ^μ - слабый лептонный ток, $J_\mu(v, v')$ слабый адронный ток, V_{bc} - матричный элемент матрицы Кобаяши-Маскава, v и v' - 4-х скорости тяжелых барионов в начальном и конечном состоянии, соответственно. Слабая спиновая матрица выбирается согласно гипотезе о левой структуре (левой киральности) слабого заряженного кваркового тока

$$O_\mu = \gamma_\mu(1 + \gamma_5) \qquad \gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & -I \\ -I & 0 \end{pmatrix} \tag{2}$$

Слабые адронные токи $J_\mu(v, v')$ представляют собой линейные комбинации релятивистских формфакторов, зависящих от кинематической величины ω:

$$\omega = \frac{pp'}{M_{B_b} M_{B_c}} = \frac{M_{B_b}^2 + M_{B_c}^2 - q^2}{2 M_{B_b} M_{B_c}} \tag{3}$$

Для переходов $\frac{1}{2}^+ \to \frac{1}{2}^+$ ($\Lambda_b \to \Lambda_c$, $\Sigma_b \to \Sigma_c$), рассматриваемых в данной работе, токи $J_\mu(v, v')$ удобно параметризовать следующим образом

$$\begin{aligned} J_\mu(v, v') &= \bar u_f(v') \Lambda_\mu(v, v') u_i(v), \\ \Lambda_\mu(v, v') &= F_1(\omega)\gamma_\mu + F_2(\omega) v_\mu + F_3(\omega) v'_\mu \\ &+ G_1(\omega)\gamma_\mu\gamma^5 + G_2(\omega) v_\mu \gamma_5 + G_3(\omega) v'_\mu \gamma_5 \end{aligned} \tag{4}$$

Здесь $F(G)_i$ $(i = 1...3)$ - искомые формфакторы полулептонных распадов тяжелых барионов.

В работе [25] впервые были получены модельно-независимые соотношения между формфакторами барионов, описывающие переход $\frac{1}{2}^+ \to \frac{1}{2}^+$. Было показано, что в пределе Изгура-Вайзе формфакторы тяжелых барионов удовлетворяют групповым соотношениям и выражаются через три неизвестных универсальных функции: $\zeta(\omega)$, $\eta(\omega)$ и $\iota(\omega)$ [26]. Так матричный элемент, соответствующий распаду $\Lambda_b \to \Lambda_c(\ell\bar{\nu}_\ell)$, имеет вид

$$< \Lambda_c(v')|J_\mu(v,v')|\Lambda_b(v) > \propto \zeta(\omega)\bar{u}_{\Lambda_c}(v')\gamma_\mu(1+\gamma_5)u_{\Lambda_b}(v) \tag{5}$$

Для распада $\Sigma_b \to \Sigma_c(\ell\bar{\nu}_\ell)$ матричный элемент имеет более сложную структуру:

$$< \Sigma_c(v')|J_\mu(v,v')|\Sigma_b(v) > \propto \bar{u}_{\Sigma_c}(v')\Gamma_\mu^{\Sigma_c\Sigma_b}(v,v')u_{\Sigma_b}(v) \tag{6}$$

где

$$\begin{aligned}\Gamma_\mu^{\Sigma_c\Sigma_b} &= -\frac{1}{6}\gamma_\mu(1+\gamma_5)(2\omega\eta(\omega)+(\omega-1)\iota(\omega)) + \\ &(v'+v)_\mu\frac{2}{3}\eta(\omega)+(v-v')_\mu\gamma_5\frac{2}{3}(\eta(\omega)+\iota(\omega))\end{aligned} \tag{7}$$

Полулептонные распады Λ_Q- и Σ_Q-барионов рассматривались также в рамках правил сумм КХД [27], в нерелятивистской кварковой модели [28]. Кроме этого, вышеуказанные распады исследовались в различных кварковых моделях, в основе которых лежит представление о барионе как связанном состоянии, состоящем из кварка и дикварка. При этом для волновых функций барионов использовались волновые функции в т. н. системе бесконечного импульса [29], [30]. Функции Изгура-Вайзе распадов $\Lambda_b \to \Lambda_c$, $\Sigma_b \to \Sigma_c$ были вычислены в рамках модели МКК [23].

В работе [31] получены правила сумм Бьеркена, исходя из которых можно вывести модельно-независимые ограничения на формфакторы полулептонных распадов Ω-барионов, $\Omega_b \to \Omega_c(\Omega_c^*)\ell\bar{\nu}_\ell$. (неравенство Бьеркена-Ху). Так в терминах функций Изгура-Вайзе $\eta(\omega)$, $\iota(\omega)$ неравенство Бьеркена-Ху имеет вид

$$1 \geq \frac{2+\omega^2}{3}\eta^2(\omega) + \frac{(\omega-1)^2}{4}\iota^2(\omega) - \frac{(\omega-1)(2-\omega)}{3}\eta(\omega)\iota(\omega)$$

Кроме того, для радиуса ρ_1 формфактора $\eta(\omega)$ также возникает ограничивающее условие:

$$\rho_1^2 \geq \frac{1}{3} - \frac{1}{6}\iota(1) \tag{8}$$

В модели МКК при использовании кварк-дикварковой аппроксимации [32] было получено, что все формфакторы полулептонных распадов $\Lambda_b \to \Lambda_c$, $\Sigma_b \to \Sigma_c$ в пределе Изгура-Вайзе являются линейными комбинациями универсальной функции $\Phi(\omega)$, которая имеет вид:

$$\Phi(\omega) \equiv \zeta(\omega) = \frac{\ln(\omega+\sqrt{\omega^2-1})}{\sqrt{\omega^2-1}} \tag{9}$$

Подставляя в неравенство (9) результаты МКК для $\eta(\omega) = \Phi(\omega)$, $\iota(\omega) = -2\Phi(\omega)$, получим ограничение сверху на функцию $\Phi(\omega)$

$$\Phi^2(\omega) \leq \frac{3}{1+2\omega^2} \tag{10}$$

и, как следствие, ограничение на ее радиус ρ

$$\rho^2 \geq \frac{2}{3} \tag{11}$$

Как нетрудно убедится, функция $\Phi(\omega)$ не удовлетворяет условию (12). В связи с этим, целью предлагаемой работы является модификация модели МКК, для того чтобы получить:

- "мягкое" поведение функции $\zeta(\omega)$ распада $\Lambda_b \to \Lambda_c$,

- согласие с модельно-независимыми выводами правил сумм Бьеркена для функций $\eta(\omega)$, $\iota(\omega)$ распада $\Sigma_b \to \Sigma_c$ ($\Omega_b \to \Omega_c$).

Для достижения поставленной задачи

- тяжелые Λ_Q- и Σ_Q- барионы рассматриваются как трехкварковые состояния

- исходя из представлений эффективной теории тяжелых кварков о том, что в пределе Изгура-Вайзе тяжелый кварк находится вблизи своей массовой поверхности (наступает инфракрасный режим), в качестве первого приближения для пропагатора тяжелого кварка используется результат абелевой теории (так называемый "инфрапропагатор"):

$$S_{inf}(p) = (m-\hat{p})^{-1}(1-p^2/m^2)^{-\nu},$$

где ν-инфракрасный параметр, $p^\mu = (M_Q+\bar{\Lambda})v^\mu$ а $\bar{\Lambda}$ - разность масс M_{B_Q} тяжелого бариона и m_Q тяжелого кварка.

2 Структура тяжелых барионов в МКК

Исходной точкой при описании полулептонных распадов тяжелых барионов в МКК являются лагранжианы взаимодействия барионов с кварковыми полями

$$\mathcal{L}_B(x) = g_B \bar{B}_\alpha(x) J^\alpha_B(x) + h.c. \tag{12}$$

где α, a и i - соответственно, спиновые, цветовые и ароматические индексы, g_B константа связи, J^α_B-трехкварковый ток с соответствующими квантовыми числами бариона B [23], [33], [34]:

$$J^\alpha_B(x) = R^{i_1 i_2 i_3,\alpha}_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3} q^{a_1}_{i_1\alpha_1}(x) q^{a_2}_{i_2\alpha_2}(x) q^{a_3}_{i_3\alpha_3}(x)\varepsilon^{a_1 a_2 a_3} \tag{13}$$

здесь $R^{i_1 i_2 i_3,\alpha}_{\alpha_1\alpha_2\alpha_3}$ произведение матриц спина и аромата.

Для барионов с квантовыми числами $\frac{1}{2}^+$ (Λ_Q, Σ_Q) трехкварковый ток имеет две равноправные формы, - тензорную и векторную. В данной работе мы будем использовать тензорный вариант

$$J_{\Lambda_Q} = \varepsilon^{abc} \cdot [Q^a(u^b C\gamma^5 d^c) + \gamma^5 Q^a(u^b C d^c)], \tag{14}$$

$$J_{\Sigma_Q} = \varepsilon^{abc} \cdot \sigma^{\mu\nu}\gamma_5 [Q^a(u^b C \sigma^{\mu\nu} d^c)] \tag{15}$$

$C = \gamma^0\gamma^2$-матрица зарядового сопряжения; $Q = b, c$.

Константа связи g_B может быть вычислена из *условия связности* [23], которое означает, что константа перенормировки волновой функции бариона равна нулю:

$$Z_B = 1 + \frac{3g_B^2}{4\pi^2}\Pi'_B(m_B) = 0 \tag{16}$$

где Π'_B - производная массового оператора, m_B - масса бариона. Массы адронов рассматриваются как входные параметры модели и берутся из таблиц "Particle Data Group" [35]. Важно отметить, что *условие связности* полностью эквивалентно условию нормировки электромагнитного формфактора бариона $F_{em}(q^2 = 0) = 1$, обладающего электрическим зарядом ± 1.

Полулептонные распады тяжелых барионов описываются в МКК диаграммой, изображенной на рис.1, соответствующие вершинные части

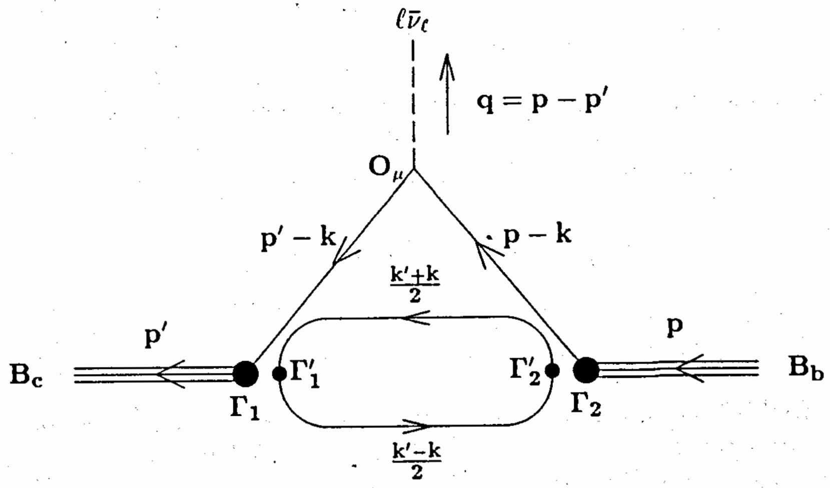

Рис.1

выглядят следующим образом:

$$\Lambda^{(\Lambda)}_\mu(v, v') \propto \frac{g_{\Lambda_b} g_{\Lambda_c}}{(16\pi^2)^2} \int \frac{d^4k}{\pi^2 i} \{S_c(p' - k, \nu) O_\mu S_b(p - k, \nu)\Pi_{PP}(k) + \gamma^5 S_c(p' - k, \nu) O_\mu S_b(p - k, \nu)\gamma^5 \Pi_{SS}(k)\}, \tag{17}$$

$$\Lambda^{(\Sigma)}_\mu(v, v') \propto \frac{g_{\Sigma_b} g_{\Sigma_c}}{(16\pi^2)^2} \int \frac{d^4k}{\pi^2 i} \gamma_5\sigma^{\alpha\beta} S_c(p' - k, \nu) O_\mu S_b(p - k, \nu)\gamma_5\sigma^{\gamma\delta}\Pi^{\alpha\beta\gamma\delta}_{TT}(k), \tag{18}$$

где

$$\Pi_{\Gamma\Gamma}(k) = \int \frac{d^4k'}{\pi^2 i} \int d\sigma_z \, Tr\left[\Gamma S_z\left(\frac{k'+k}{2}\right)\Gamma S_z\left(\frac{k'-k}{2}\right)\right], \tag{19}$$

$$\Gamma = \begin{cases} \gamma^5 & \text{для } \Pi_{PP}(k^2) \\ I & \text{для } \Pi_{SS}(k^2) \end{cases}$$

$$\Pi^{\alpha\beta\gamma\delta}_{TT}(k) = \int \frac{d^4k'}{\pi^2 i} \int d\sigma_z \, Tr\left[\sigma^{\alpha\beta} S_z\left(\frac{k'+k}{2}\right)\sigma^{\gamma\delta} S_z\left(\frac{k'-k}{2}\right)\right], \tag{20}$$

Функции $\Pi_{\Gamma\Gamma}(k)$, $\Pi_{TT}^{\alpha\beta\gamma\delta}(k)$ соответствующие петлям легких кварков, не содержат ультрафиолетовых расходимостей благодаря *анзацу конфайнмента* для легких (u, d, s) кварков [23]. Под *анзацем конфайнмента* следует понимать определенную процедуру усреднения полей легких кварков по вакуумным глюонным конфигурациям. С математической точки зрения *анзац конфайнмента* состоит в определении интеграла

$$S(p) = \int d\sigma_z S_z(p) = \int d\sigma_z \frac{1}{z\Lambda_q - \hat{p}} =$$
$$\frac{1}{\Lambda_q}\left[a\left(-\frac{p^2}{\Lambda_q^2}\right) + \frac{\hat{p}}{\Lambda_q} b\left(-\frac{p^2}{\Lambda_q^2}\right)\right] \tag{21}$$

В модели МКК постулируется, что функция $S(p)$ является аналитической функцией в комплексной плоскости $\hat{p}$. Функции конфайнмента $a(u)$ и $b(u)$ определяются формулами

$$a(u) = a_0 exp(-u^2 - a_1 u), \quad b(u) = b_0 exp(-u^2 + b_1 u) \tag{22}$$

Параметры a_i, b_i и Λ_q были зафиксированы из условия наилучшего описания экспериментальных данных низкоэнергетической адронной физики [23]:

$$a_0 = b_0 = 2, \quad a_1 = 1, \quad b_1 = 0.4, \quad \Lambda_q = 460 \text{ МэВ}.$$

Из эффективной теории тяжелого кварка (HQET) известно,что в пределе Изгура-Вайзе тяжелый кварк находится около своей массовой поверхности, т.е. для тяжелого кварка наступает инфракрасный режим. В абелевой теории инфракрасное поведение одночастичной функции Грина фермионного поля исследовано в целом ряде работ [36]-[38].
В частности *инфрапропагатор* электрона имеет следующий вид:

$$S(p) \sim (m - \hat{p} - i\epsilon)^{-1}\left(1 - \frac{p^2}{m^2}\right)^{-\nu}, \tag{23}$$

где параметр ν связан с параметром λ, фиксирующим калибровку, выражением

$$\nu = \frac{\alpha_s}{4\pi}(3 - \lambda),$$

α_s- постоянная тонкой структуры.

Поскольку, в неабелевой теории вопрос об инфракрасной асимптотике одночастичной функции Грина до сих пор не решен, мы сделаем предположение относительно вида пропагатора тяжелого кварка, учитывающего его инфракрасное поведение. В качестве первого приближения выбираем пропагатор в виде

$$S_Q(p, \nu) = S_0(p) D\left(\frac{p^2}{m_Q^2}, \nu\right), \tag{24}$$

где $S_0(p)$- свободный дираковский пропагатор:

$$S_0(p) = \frac{1}{m_Q - \hat{p}},$$

множитель $D\left(\frac{p^2}{m_Q^2}, \nu\right)$ имеет вид

$$D\left(\frac{p^2}{m_Q^2}, \nu\right) = \left(1 - \frac{p^2}{m_Q^2}\right)^{-\nu}. \tag{25}$$

где ν - инфракрасный параметр. Импульсы начального p и конечного p' состояния выражаются через их 4-х скорости следующим образом

$$p^\mu = (m_Q + \bar{\Lambda})v^\mu \quad p'^\mu = (m_Q + \bar{\Lambda})v'^\mu,$$

здесь $\bar{\Lambda}$-разность масс тяжелого бариона M_{B_Q} и тяжелого кварка m_Q (или энергия связи).

Множитель $D(\frac{p^2}{m_Q^2}, \nu)$, с одной стороны, характеризует эффект "одевания" тяжелого кварка "шубой" из "мягких" глюонов. С другой стороны, его можно рассматривать как формфактор, обеспечивающий сходимость интеграла по конфигурационному пространству. Действительно, вследствии анзаца конфайнмента интеграл по виртуальному импульсу k' в легкой петле достаточно хорошо сходится (см. (22)), в то же время структурные функции $\Pi_{\Gamma\Gamma}(k)$, $\Pi_{TT}^{\alpha\beta\gamma\delta}(k)$ убывают как $1/k^2$, что явно не достаточно для сходимости интеграла по виртуальному импульсу k. Эта проблема решается благодаря фактору $D(\frac{p^2}{m_Q^2}, \nu)$ в пропагаторе тяжелого кварка $S_Q(p, \nu)$ при любых положительных значениях инфракрасного параметра ν.

Итак, пропагатор (26) ведет к появлению двух дополнительных параметров: инфракрасного параметра ν и энергии связи $\bar{\Lambda}$. Необходимо отметить, что никаких экспериментальных ограничений на выбор параметра $\bar{\Lambda}$ не существует. Теоретическая оценка величины $\bar{\Lambda}$ была сделана Нойбертом с использованием техники правил сумм КХД [39].

В нашей модели при исследовании лептонных распадов тяжелых мезонов [40] было показано, что наилучшее согласие с экспериментальными результатами для слабых констант f_B и f_D достигается в случае, когда параметры $\bar{\Lambda}$ и ν меняются в пределах: $0 \leq \bar{\Lambda} \leq 0.6$ ГэВ, $0 \leq \nu \leq 1$.

3 Функции Изгура-Вайзе тяжелых Λ_Q- и Σ_Q- барионов

В данном разделе остановимся на вычислении функций Изгура-Вайзе $\zeta(\omega)$, $\eta(\omega)$, $\iota(\omega)$ тяжелых Λ_Q- и Σ_Q- барионов, а также проверим - удовлетворяют ли вычисленные функции $\eta(\omega)$, $\iota(\omega)$ модельно-независимым ограничениям (неравенство Бьеркена-Ху).

Для получения явного вида барионных функций Изгура-Вайзе $\zeta(\omega)$, $\eta(\omega)$, $\iota(\omega)$ в структурных интегралах вершинных частей (20), (21) осуществляем переход к $\alpha-$ представлению Фейнмана, после чего полученные выражения раскладываем в ряд по $1/m_Q$. В лидирующем порядке по $1/m_Q$ имеем

$\underline{\Lambda_b \to \Lambda_c}$

$$\Lambda_\mu^{(\Lambda)}(v,v') \propto \frac{g_{\Lambda_b} g_{\Lambda_c}}{(16\pi^2)^2} \int\limits_0^\infty \int\limits_0^\infty d\alpha_1 d\alpha_2 (\alpha_1\alpha_2)^\nu \int\limits_0^1 d\alpha_3 \int \frac{d^4k}{\pi^2 i}$$
$$(1+\hat{v}')O_\mu(1+\hat{v}) R_{PP}(k,\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3) \tag{26}$$

$\underline{\Sigma_b \to \Sigma_c}$

$$\Lambda_\mu^{(\Sigma)}(v,v') \propto \frac{g_{\Sigma_b} g_{\Sigma_c}}{(16\pi^2)^2} \int\limits_0^\infty \int\limits_0^\infty d\alpha_1 d\alpha_2 (\alpha_1\alpha_2)^\nu \int\limits_0^1 d\alpha_3 \int \frac{d^4k}{\pi^2 i}$$
$$\gamma_5 \sigma^{\alpha\beta}(1+\hat{v}')O_\mu(1+\hat{v})\gamma_5\sigma^{\gamma\delta} R_{TT}^{\alpha\beta,\gamma\delta}(k,\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3) \tag{27}$$

где введены обозначения

$$R_{PP}(k,\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3) = \int \frac{d^4k'}{\pi^2 i} \int d\sigma_z$$
$$\frac{tr\left[\gamma_5\left(z+\frac{\hat{k}'+\hat{k}}{2}\right)\gamma_5\left(z+\frac{\hat{k}'-\hat{k}}{2}\right)\right]}{\left[z^2-\frac{k^2}{4}-\frac{k'^2}{4}-kk'\alpha_3+2k(\alpha_1 v+\alpha_2 v')-2\bar{\Lambda}(\alpha_1+\alpha_2)\right]^{2\nu+4}}, \tag{28}$$

$$R_{TT}^{\alpha\beta,\gamma\delta}(k,\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3) = \int \frac{d^4k'}{\pi^2 i} \int d\sigma_z$$
$$\frac{tr\left[\sigma^{\alpha\beta}\left(z+\frac{\hat{k}'+\hat{k}}{2}\right)\sigma^{\gamma\delta}\left(z+\frac{\hat{k}'-\hat{k}}{2}\right)\right]}{\left[z^2-\frac{k^2}{4}-\frac{k'^2}{4}-kk'\alpha_3+2k(\alpha_1 v+\alpha_2 v')-2\bar{\Lambda}(\alpha_1+\alpha_2)\right]^{2\nu+4}}, \tag{29}$$

Следующим шагом наших расчетов является вычисление трейсов и интегралов по виртуальным импульсам k, k'. После простых преобразований получим для формфакторов полулептонных распадов $\Lambda_b(\Sigma_b) \to \Lambda_c(\Sigma_c)$

$\underline{\Lambda_b \to \Lambda_c}$

$$\begin{aligned} F_1(\omega) &= G_1(\omega) = \zeta(\omega) \\ F_i(\omega) &= G_i(\omega) = 0 \quad ,(i=2,3). \end{aligned} \tag{30}$$

$\underline{\Sigma_b \to \Sigma_c}$

$$\begin{aligned} F_1(\omega) &= G_1(\omega) = -\frac{1}{3}\zeta_1(\omega) \\ F_2(\omega) &= F_3(\omega) = \frac{2}{3}\zeta_1(\omega) + \frac{1}{3}(\omega-1)\zeta_2(\omega) \\ G_2(\omega) &= G_3(\omega) = \frac{2}{3}\zeta_1(\omega) + \frac{1}{3}(\omega+1)\zeta_2(\omega) \end{aligned} \tag{31}$$

Функции $\zeta(\omega)$, $\zeta_1(\omega)$ и $\zeta_2(\omega)$ имеют вид отношений структурных интегралов

$$\zeta(\omega,\bar{\Lambda},\nu) = \frac{\Phi_0(\omega,\bar{\Lambda},\nu)}{\Phi_0(1,\bar{\Lambda},\nu)} \tag{32}$$

$$\zeta_1(\omega,\bar{\Lambda},\nu) = \frac{\Phi_1(\omega,\bar{\Lambda},\nu)}{\Phi_1(1,\bar{\Lambda},\nu)}, \quad \zeta_2(\omega,\bar{\Lambda},\nu) = \frac{\Phi_2(\omega,\bar{\Lambda},\nu)}{\Phi_1(1,\bar{\Lambda},\nu)} \tag{33}$$

Явные выражения для функций Φ_0, Φ_1, Φ_2 при различных положительных значениях свободного параметра ν приведены в Приложении.

Теперь перейдем к обсуждению численных результатов. Как отмечалось выше, барионные функции $\zeta(\omega)$, $\zeta_1(\omega)$ и $\zeta_2(\omega)$ зависят от двух свободных параметров, поэтому вначале проведем анализ чувствительности поведения функции $\zeta(\omega)$ распада $\Lambda_b \to \Lambda_c$ от различного выбора ν и $\bar{\Lambda}$; затем выясним как различные значения параметров влияют на выполнение неравенства Бьеркена-Ху для функций $\zeta_1(\omega)$ и $\zeta_2(\omega)$ распада $\Sigma_b \to \Sigma_c$.

Уместно подчеркнуть, что, несмотря на расходимости в структурном интеграле Φ_0 при $\nu = 0$, существует конечное выражение для функции $\zeta(\omega)$ при условии равенства нулю параметра $\bar{\Lambda}$, вследствие факторизации и последующем формальном сокращении расходимостей. На рис.3г представлена зависимость $\zeta(\omega)$ от ν при $\bar{\Lambda} = 0$.

На рис. 2 приведены семейства графиков зависимости формфактора ζ от кинематической переменой ω при фиксированых значениях $\nu = 0.2; 0.6; 1.0$ и меняющемся параметре $\bar{\Lambda}$: $0 \leq \bar{\Lambda} \leq 0.55$. Видно, что максимальное изменение функции $\zeta(\omega)$ при фиксированом ν и различных $\bar{\Lambda}$ не превышает 20 %:

$$\text{для} \quad \nu = 0.2 \quad - \quad 20\%;$$

$$\text{для} \quad \nu = 0.6 \quad - \quad 17\%;$$

$$\text{для} \quad \nu = 1.0 \quad - \quad 18\%.$$

Устойчивое поведение $\zeta(\omega)$ наблюдается в интервале $0.45 \leq \bar{\Lambda} \leq 0.55$, где изменения составляют лишь 2 % при $\nu = 0.6$ и 1 % при $\nu = 0.2; 1.0$.

Зависимость $\zeta(\omega)$ от варьировании инфракрасного параметра ν в пределах $0.2 \leq \nu \leq 1.0$ при фиксированом $\bar{\Lambda}$ отражена на рис. 3а,б,в. Значения параметра $\bar{\Lambda}$ выбираем из интервала (0.45,...,0.55), по вышеуказаной причине. Максимальная разница в поведении кривых составляет 8 % ($\bar{\Lambda} = 0.55$), минимальная - 6 % ($\bar{\Lambda} = 0.5$).

Итак, определив пределы устойчивости функции $\zeta(\omega)$ к изменениям свободных параметров, выбираем ν и $\bar{\Lambda}$ так, чтобы удовлетворить дипольному убыванию функции $\zeta(\omega)$ [30]. Отметим, что убывание функции Изгура-Вайзе $\zeta(\omega)$ в большей степени зависит от параметра ν, чем от $\bar{\Lambda}$.

На рис.4 для сравнения приведены результаты для функции Изгура-Вайзе распада $\Lambda_b \to \Lambda_c$ в нашей модели ($\nu = 1.0$ и $\bar{\Lambda} = 0.5$; параметры фитированы по дипольному убыванию функции $\zeta(\omega)$), в рамках правил сумм КХД и эффективной теории HQET [30], [27].

Другой важной величиной является радиус функции Изгура-Вайзе, который характеризует угол наклона

$$\rho^2 = -\zeta'(1).$$

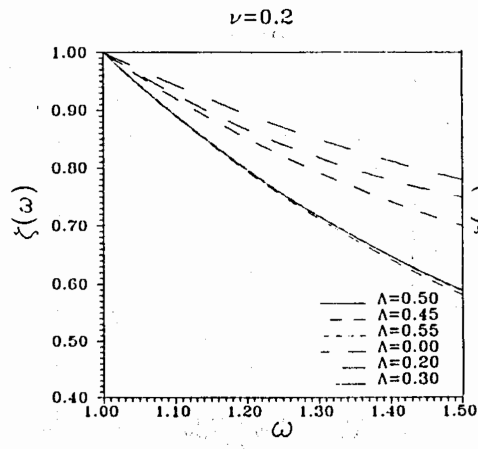

Рис.2а.

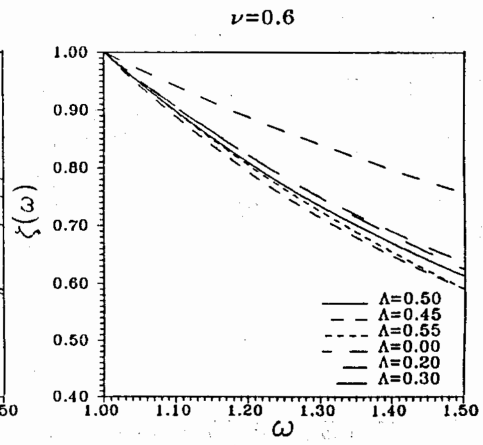

Рис.2б.

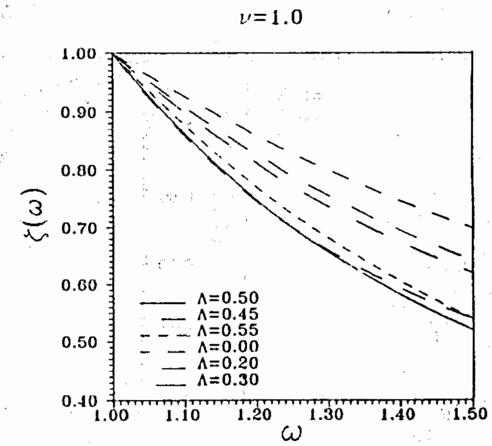

Рис.2в.

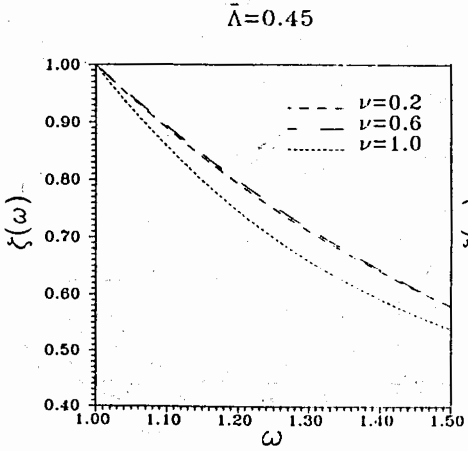

Рис.3а.

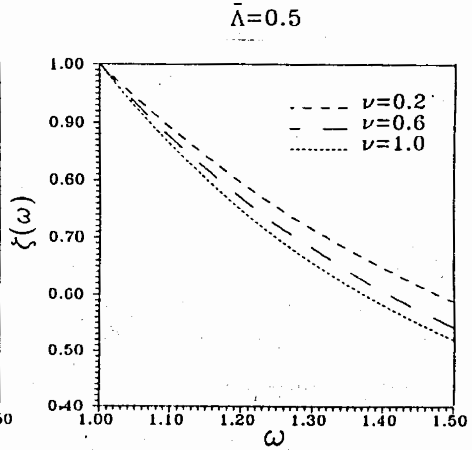

Рис.3б.

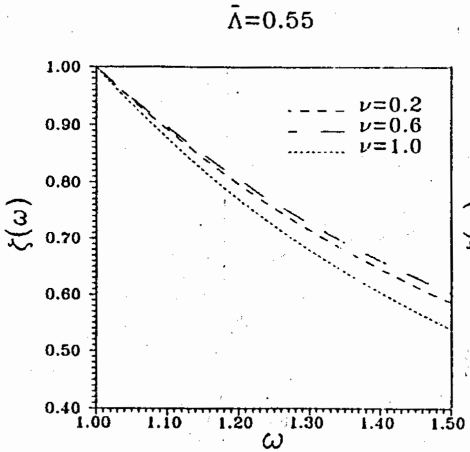

Рис.3в.

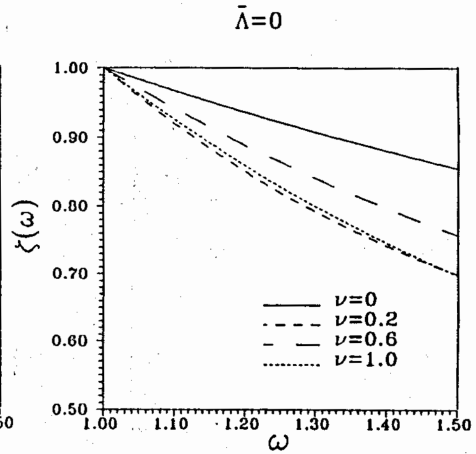

Рис.3г.

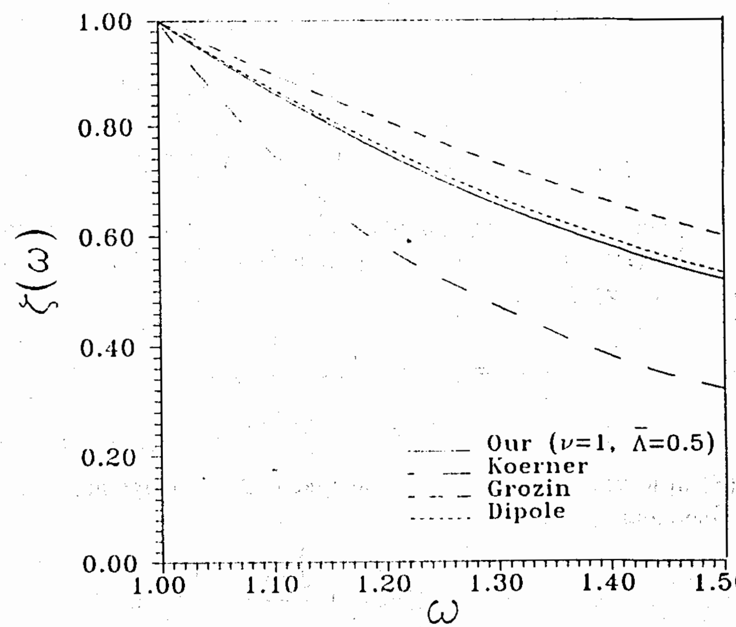

Рис.4.

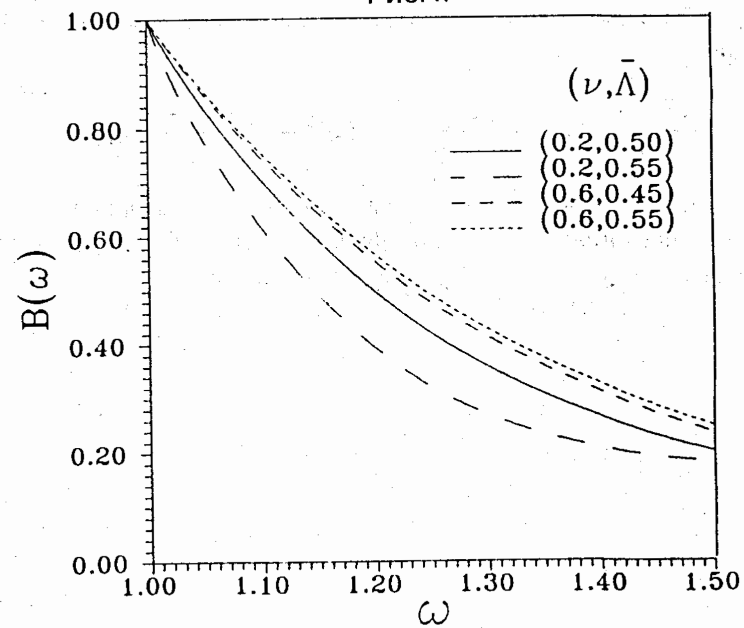

Рис.5.

Результаты для радиуса

$$
\begin{aligned}
1.09 \le \rho^2 \le 1.20 \quad (\nu = 0.2,\ 0 \le \bar\Lambda \le 0.55)\\
1.06 \le \rho^2 \le 1.23 \quad (\nu = 0.6,\ 0 \le \bar\Lambda \le 0.55)\\
1.12 \le \rho^2 \le 1.50 \quad (\nu = 1.0,\ 0 \le \bar\Lambda \le 0.55).
\end{aligned} \tag{34}
$$

Теперь перейдем к анализу распада $\Sigma_b \to \Sigma_c$. Выражая барионные функции $\eta(\omega)$, $\iota(\omega)$, полученные Изгуром и Вайзе в работе [25], через наши функции $\zeta_1(\omega)$, $\zeta_2(\omega)$:

$$
\begin{aligned}
\eta(\omega) &= \zeta_1(\omega) + \frac{1}{2}(\omega-1)\zeta_2(\omega)\\
\iota(\omega) &= -2\zeta_1(\omega) - \omega\zeta_2(\omega)
\end{aligned} \tag{35}
$$

с учетом (8) приходим к неравенству Бьеркена-Ху, следующему из правил сумм Бьеркена

$$
1 \ge \frac{2\omega^2+1}{3}\zeta_1(\omega)^2 + \frac{(\omega^2-1)^2}{6}\zeta_2(\omega)^2 + \frac{2\omega(\omega^2-1)}{3}\zeta_1(\omega)\zeta_2(\omega). \tag{36}
$$

На рис.5 представлены результаты для функции $B(\omega)$, которая определена как

$$
B(\omega) = \frac{2\omega^2+1}{3}\zeta_1(\omega)^2 + \frac{(\omega^2-1)^2}{6}\zeta_2(\omega)^2 + \frac{2\omega(\omega^2-1)}{3}\zeta_1(\omega)\zeta_2(\omega), \tag{37}
$$

при различных выборах параметров модели ν, $\bar\Lambda$, можно увидеть, что при любых значениях параметров функции $\zeta_1(\omega)$, $\zeta_2(\omega)$ удовлетворяют неравенству, следующему из правил сумм Бьеркена.

4 Приложение

Приведем явные выражения для функций Φ_0, Φ_1, Φ_2 для различных значений ν из интервала $0 < \nu \le 1$.

1) Распад $\Lambda_b \to \Lambda_c$

<u>$0 < \nu < 0.5$</u>

$$
\begin{aligned}
\Phi_0(\omega,\bar\Lambda,\nu) \;=\; & \int_0^1 d\alpha\,[\alpha(1-\alpha)\,]^{\nu-1} \int_0^1 d\tau\tau^{\nu}(1-\tau^2)^{\frac{\nu}{2}-\frac{1}{2}}\\
& \int_0^\infty d\beta\beta^{1+2\nu} \int_0^\infty dt t^{1-2\nu}\\
& \Big((2\nu-3)b(\Delta+t) - \chi_0 b'(\Delta+t)\Big)
\end{aligned} \tag{38}
$$

<u>$\nu = 0.5$</u>

$$
\begin{aligned}
\Phi_0(\omega,\bar\Lambda,\nu) \;=\; & \frac{\bar\Lambda}{3}\int_0^1 d\alpha \int_0^1 d\tau\tau^{\frac{1}{2}}(1-\tau^2)^{-\frac{1}{4}}\\
& (\tau + \sqrt{1-\tau^2}) \int_0^\infty d\beta\beta^3 b(\Delta)
\end{aligned} \tag{39}
$$

<u>$0.5 < \nu < 1.0$</u>

$$
\begin{aligned}
\Phi_0(\omega,\bar\Lambda,\nu) \;=\; & \int_0^1 d\alpha\,[\alpha(1-\alpha)\,]^{\nu-1} \int_0^1 d\tau\tau^{\nu}(1-\tau^2)^{\frac{\nu}{2}-\frac{1}{2}}\\
& \int_0^\infty d\beta\beta^{1+2\nu} \int_0^\infty dt t^{2-2\nu}\\
& \Big(\chi_0 b''(\Delta+t) - (2\nu-3)b'(\Delta+t)\Big)
\end{aligned} \tag{40}
$$

$\underline{\nu = 1.0}$

$$\Phi_0(\omega,\bar{\Lambda},\nu) = -\int_0^1 d\alpha \int_0^1 d\tau\tau \int_0^\infty d\beta\beta^3\left(\frac{1}{8}b(\Delta)+\frac{1}{12}\chi_0 b'(\Delta)\right) \tag{41}$$

2) Распад $\Sigma_b \to \Sigma_c$

$\underline{0 < \nu < 0.5}$

$$\Phi_1(\omega,\bar{\Lambda},\nu) = \int_0^1 d\alpha\,[\alpha(1-\alpha)\,]^{\nu-1}\int_0^1 d\tau\tau^\nu(1-\tau^2)^{\frac{\nu}{2}-\frac{1}{2}} \int_0^\infty d\beta\beta^{1+2\nu}\int_0^\infty dtt^{1-2\nu} \left(b(\Delta+t)-\frac{\chi_1}{2\nu+1}b'(\Delta+t)\right) \tag{42}$$

$$\Phi_2(\omega,\bar{\Lambda},\nu) = \int_0^1 d\alpha\,[\alpha(1-\alpha)\,]^{\nu-2}\int_0^1 d\tau\tau^{\nu+1}(1-\tau^2)^{\frac{\nu}{2}} \int_0^\infty d\beta\beta^{2+2\nu}\int_0^\infty dtt^{1-2\nu} \frac{\chi_2}{2\nu+1}b'(\Delta+t) \tag{43}$$

$\underline{0.5 < \nu < 1}$

$$\Phi_1(\omega,\bar{\Lambda},\nu) = \int_0^1 d\alpha\,[\alpha(1-\alpha)\,]^{\nu-1}\int_0^1 d\tau\tau^\nu(1-\tau^2)^{\frac{\nu}{2}-\frac{1}{2}} \int_0^\infty d\beta\beta^{1+2\nu}\int_0^\infty dtt^{2-2\nu} \left(\frac{\chi_1}{2\nu+1}b''(\Delta+t)-b'(\Delta+t)\right) \tag{44}$$

$$\Phi_2(\omega,\bar{\Lambda},\nu) = \int_0^1 d\alpha\,[\alpha(1-\alpha)\,]^{\nu-2}\int_0^1 d\tau\tau^{\nu+1}(1-\tau^2)^{\frac{\nu}{2}} \int_0^\infty d\beta\beta^{2+2\nu}\int_0^\infty dtt^{2-2\nu} \frac{\chi_2}{2\nu+1}b''(\Delta+t) \tag{45}$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned}
\chi_0 &= \beta^2(1+2\omega\tau\sqrt{1-\tau^2})\\
\chi_1 &= \frac{3-12\alpha(1-\alpha)}{16\alpha(1-\alpha)}+2\bar{\Lambda}\sqrt{\alpha(1-\alpha)}\beta(\tau+\sqrt{1-\tau^2})\\
\chi_2 &= \alpha(1-\alpha)+\frac{3}{4}\\
\Delta &= \chi_0-2\bar{\Lambda}\sqrt{\alpha(1-\alpha)}\beta(\tau+\sqrt{1-\tau^2})
\end{aligned} \tag{46}$$

References

[1] ARGUS Collab., Albrecht H., et al. - Phys. Lett.B, 1989, **V.229**, No. 1,2, pp.175-180; Phys. Lett.B, 1992, **V.275**, No.1,2, pp.195-201; Preprint **DESY 92-46**. 1991.

[2] CLEO Collab., Fulton R., et al. - Phys.Rev.D, 1991, **V.43**, No.3, pp.651-663.

[3] E653 Collab., Kodama K., et al. - Phys. Lett.B, 1992, **V.274**, No.2, pp.246-252.

[4] CLEO Collab., Bergfeld T., et al. - Phys.Lett., 1994, **V.323**, No.2, pp.219-226.

[5] ARGUS Collab., Albrecht H., et al. - Phys.Lett.B, 1992, **V.274**, No.2, pp.239-245.

[6] UA1 Collab., Albajar C., et al. - Phys.Lett.B, 1991, **V.273**, No.4, pp.540-548.

[7] ALEPH Collab., Buskulic D., et al. -Phys.Lett.B, 1992, **V.294**, No.1, pp.145-156.

[8] OPAL Collab., Acton P.D., et al. -Phys.Lett.B, 1992, **V.281**, No.3,4, pp.394-404.

[9] DELPHI Collab., Abreu P., et al. -Phys.Lett.B, 1993, **V.312**, No.1,2, pp.253-266.

[10] Isgur N., Wise M. - Phys.Lett.B, 1989, **V.232**, No.1, pp.113-117.

[11] Isgur N., Wise M. - Phys.Lett.B, 1990, **V.237**, No.3,4, pp.527- 530.

[12] Georgi H. - Phys.Lett.B, 1990, **V.240**, No.3,4, pp.447-450.

[13] Bjorken J.D.-Preprint **SLAC-PUB-5278**, 1990.

[14] Grinstein B. - Nucl. Phys.B, 1990, **V.339**, No.2, pp.253-274.

[15] Eichten E., Hill B. - Phys.Lett.B, 1990, **V.234**, No.4, pp.511-516; Phys. Lett.B. 1990, **V.243**, No.4, pp.427-431.

[16] Falk A.F., Georgi H., Grinstein B., Wise M.B. - Nucl.Phys.B, 1990, **V.343**, No.1. pp.1-13.

[17] Mannel T., Roberts W., Ryzak Z. - Nucl.Phys.B, 1991, **V.355**, No.1, pp.38-53.

[18] Mannel T., Roberts W., Ryzak Z. - Nucl.Phys.B, 1991, **V.368**, No.1, pp.204-217.

[19] Falk A.F., Grinstein B. and Luke M.E. - Nucl.Phys.B, 1991, **V.357**, No.1, pp.185-207.

[20] Isgur N., Wise M. - Phys.Rev.D, 1991, **V.43**, No.3 , pp.810-818.

[21] Neubert M. and Rieckert V. - Nucl.Phys.B, 1992, **V.382**, No.1, pp.97-119.

[22] Ivanov M.A., Khomutenko O.E., Mizutani T. -Phys.Rev.D, 1992, **V.46**, No.9, pp.3817-3831.

[23] Efimov G.V. and Ivanov M.A. The Quark Confinement Model of Hadrons.- IOP Publishing, Bristol & Philadelphia, 1993.

[24] Radyushkin A.V. - Phys.Lett.B, 1991, **V.271**, No.1,2, pp.218-222.

[25] Isgur N., Wise M. - Nucl.Phys.B, 1991, **V.348**, No.2, pp.276-292.

[26] Grinstein B., et al. - Nucl.Phys.B, 1991, **V.363**, No.1, pp.19-33.

[27] Grozin A.G. and Yakovlev O.I. - Phys. Lett.B 1992. **V.291**, No.3,4, pp.441-447.

[28] Singleton R.Jr. - Phys.Rev.D., 1991, **V.43**, No.9, pp.2939-2950.

[29] Guo X.-H., Kroll P. - Z.Phys.C 1993, **V.59**. No.4. pp. 567-574.

[30] König, Körner J.G., Krämer M. Kroll P. - Preprint **DESY 93-011**, 1993.

[31] Xu Q.P. - Phys.Rev.D, 1993, **V.48**, No.11, pp.5429-5432.

[32] Efimov G.V., Ivanov M.A., Kulimanova N.B., Lyubovitskij V.E. - Z.Phys.C, 1992, **V.54**, No.4, pp.349-356.

[33] Efimov G.V., Ivanov M.A., Lyubovitskij V.E. - Few-Body Systems, 1989, **V.6**, No.1, pp.17-43.

[34] Efimov G.V., Ivanov M.A., Lyubovitskij V.E. - Z.Phys.C, 1990, **V.47**, No.4, pp.583-594.

[35] Particle Properties Data. - Phys.Lett.B, 1990, **V.239**, No.1, p.1.

[36] N.N.Bogolubov, D.V.Shirkov, Introduction to the Theory of Quantized Fields, Interscience Publishers Inc., New York, 1959.

[37] Karanikas A.I., Ktorides C.N. and Stefanis N.G. - Phys.Lett.B, 1993, **V.301**, No.4, pp.397-404.

[38] D.Zwanziger, Phys. Rev. **D11**, 3481 (1975).

[39] Neubert M. - Phys.Rev.D, 1992, **V.45**, No.7, pp.2451-2466.

[40] Ivanov M.A., Mizutani T. -Preprint **hep-ph/9406226**.

**Рукопись поступила в издательский отдел
31 января 1995 года.**

Аникин И.В., Иванов М.А., Любовицкий В.Е. P2-95-33

Проверка неравенства Бьеркена — Ху
для функций Изгура — Вайзе тяжелых барионов

Λ_Q- и Σ_Q-барионы ($Q = b, c$) рассматриваются как трехкварковые системы в модели конфайнмированных кварков в пределе бесконечно больших масс тяжелых кварков (предел Изгура — Вайзе). На основе представлений эффективной теории HQET о том, что тяжелый кварк в пределе Изгура — Вайзе находится вблизи своей массовой поверхности рассматривается инфракрасный режим для пропагатора тяжелого кварка. В качестве первого приближения для «инфрапропагатора» тяжелого кварка используется результат абелевой теории. Вычисляются барионные функции Изгура — Вайзе. Показано, что формфакторы полулептонного распада $\Sigma_b \to \Sigma_c l \bar{\nu}_l$ удовлетворяют модельно-независимому неравенству Бьеркена — Ху.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н.Н.Боголюбова ОИЯИ при финансовой поддержке РФФИ, контракт №94-02-03463, и МНФ, контракт №SDF000.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1995

Перевод авторов

Anikin I.V., Ivanov M.A., Lyubovitskij V.E. P2-95-33

Test of the Bjorken-Xu Inequality
for Baryonic Isgur-Wise Functions

The Λ_Q- and Σ_Q-baryons ($Q = b, c$) are considered as three-quark systems within the Quark Confinement Model in the heavy quark limit (the Isgur-Wise limit). Using the basic notion of the effective HQET that a heavy quark is near its mass-shell in the quark limit, the «infrared» regim for a heavy quark propagator is considered. As the first approximation we use the «infrapropagator» of Abelian theory for a heavy quark propagator. The baryonic Isgur-Wise functions are calculated. It is shown that form factors of semileptonic devays $\Sigma_b \to \Sigma_c l \bar{\nu}_l$ satisfy the model-independent inequality.

The investigation has been performed at the Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, JINR, under the financial support of the RFRF, contract No 94-02-03463, and the ISF, contract №SDF000.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 1995