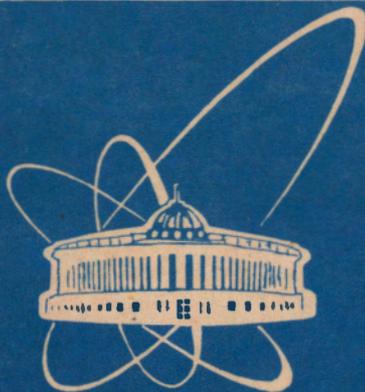


93-281



ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P2-95-281

Л.Крупа, Я.Ружичка, В.П.Зрелов

НЕОБХОДИМ ЛИ КРИТЕРИЙ ПОСТОЯНСТВА
СКОРОСТИ ЧАСТИЦЫ
В ЭФФЕКТЕ ВАВИЛОВА—ЧЕРЕНКОВА

Направлено в журнал «Foundations of Physics»

1995

1. Введение

В классической работе Тамма-Фраунка [1], заложенной в основу эффекта Вавилова-Черенкова [2,3], движение частицы в прозрачной среде предполагается прямолинейным и со строго постоянной скоростью. Впоследствии, в работе [4], Тамм ввел критерий на допустимое изменение скорости частицы следующим образом: "Для нашей цели скорость v может считаться постоянной в течение времени t_0 , если разность между vt_0 и тем путем, который в действительности пройдет электрон, окажется много меньше, чем длина волны рассматриваемого излучения:

$$\frac{t_0^2}{2} \frac{dv}{dt} \ll \lambda \dots" \quad (1)$$

Для быстрого электрона, движущегося в прозрачной среде, величина потерь на ионизацию оказывается настолько малой, что приведенное условие постоянства скорости выполняется для всех частот, соответствующих видимому свету [4]. Однако в настоящее время на ускорителях заряженных частиц достигнуты уже такие энергии, при которых скорости не только электронов, но даже самых тяжелых ядер, движущихся в плотной прозрачной среде, могут превышать порог возникновения излучения Вавилова-Черенкова (ИВЧ). (Например, как это следует из работы [5], проведенной на ускорителе тяжелых ионов SIS, ГСИ, Дармштадт при ускорении ядер $^{197}_{79}\text{Au}$ до энергии 750 МэВ/а.е.м., средней энергии при их движении в радиаторе из LiF ($n_D=1.3920$) толщиной 1.5 мм составляла 654.5 МэВ/а.е.м. и средний угол ИВЧ достигал $\sim 33.5^\circ$). Потери энергии на ионизацию тяжелых ядер при их движении в плотной среде нельзя считать малыми. Из-за квадратичной зависимости от величины заряда Z они могут составлять десятки МэВ/а.е.м. на каждом мм пути частицы.

Вследствие этого замедление скорости тяжелых ионов уже настолько большое, что вышеприведенный критерий Тамма (1) оказывается сильно нарушен. (Для ядер $^{197}_{79}\text{Au}$ при их движении в LiF с энергией 654.5 МэВ/а.е.м. ионизационные потери составляют ~ 21.0 МэВ/а.е.м. на мм пути. Разность в длине траектории без учета ионизационных потерь и с их учетом будет ≈ 8100 нм, что более чем на порядок превышает наибольшее длины волны оптического спектра. При этом из-за малого значения угла многократного рассеяния движение ионов на всем их пути можно практически считать прямолинейным).

В этой связи представляет интерес вопрос (как для экспериментов со счетчиками Черенкова, проводимых с пучками релятивистских тяжелых ионов, так и в теоретическом плане), к каким последствиям ведет нарушение критерия о постоянстве

скорости в эффекте Вавилова-Черенкова. Анализ этого вопроса посвящена данная работа.

2. Расчетные формулы

Для рассмотрения поставленной задачи используем хорошо известную из классической электродинамики формулу, описывающую энергию излучения в интервале частот $d\omega$ и в интервале телесного угла $d\Omega$, заряженной частицы, движущейся в прозрачной среде с произвольно изменяющейся скоростью \dot{v} [6]:

$$dI_{n,\omega} = \frac{e^2 \sqrt{\epsilon}}{4\pi^2 c^3} \omega^2 d\omega d\Omega \left| \int_{-\infty}^{+\infty} [\vec{n}, \dot{\vec{v}}] e^{ik \cdot \vec{r}(t) - i\omega t} dt \right|^2, \quad (2)$$

где \vec{n} - единичный вектор в направлении \vec{k} , ϵ - диэлектрическая постоянная среды, $\vec{k} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon} \vec{n}$ - волновой вектор излученного фотона. Несколько нам известно, общее аналитическое решение (2) для произвольно меняющейся скорости частицы, движущейся в прозрачной среде с $\beta n > 1$, до сих пор найдено не было. Ниже приведем краткий обзор лишь нескольких известных нам решений для конкретных частных случаев.

2.1. Постоянная скорость частицы

В случае, когда скорость частицы постоянна на конечном участке ее пути, формула (2) приводит к решению, полученному Таммом [1], которое, как было показано в [7], можно записать в следующем виде:

$$\frac{d^2 N}{d\Omega d\lambda} = - \frac{\alpha n \beta^2}{\pi^2 \lambda} \frac{\sin^2 \theta}{(1 - \beta n \cos \theta)^2} \sin^2 X, \quad (3)$$

где N - число испущенных фотонов, $X = k\pi$, $k = \frac{L}{\beta \lambda} (1 - \beta n \cos \theta)$, $\beta = \frac{v}{c}$. При $v = \text{const}$ и $L \rightarrow \infty$ из (3) получим известную формулу Тамма-Франка (см. [6], стр. 215):

$$dI_{\omega} = \frac{e^2 v \omega d\omega}{c^2} \left(1 - \frac{c^2}{v^2 \epsilon} \right), \quad (4)$$

определяющую энергию излучения в единицу времени.

2.2. Наличие одного мгновенного скачка в скорости частицы, движущейся на ограниченном участке пути

Для случая, когда скорость частицы v_1 меняется скачком на v_2 по закону, приведенному на рис. 1, формула для спектральной плотности излучения ранее была получена в работе [8]:

$$\frac{d^2N}{d\omega d\Omega} = \frac{\sqrt{\epsilon_1} n^2 e^2}{4hc^2 \pi^2} \omega \left\{ [n, \dot{v}_1] \frac{\sin^2 \left[\frac{1}{2} (\omega - k \dot{v}_1) T \right]}{\left[\frac{1}{2} (\omega - k \dot{v}_1) \right]^2} + [n, \dot{v}_2] \frac{\sin^2 \left[\frac{1}{2} (\omega - k \dot{v}_2) T \right]}{\left[\frac{1}{2} (\omega - k \dot{v}_2) \right]^2} + 2[n, \dot{v}_1] \times \right. \\ \left. \times [n, \dot{v}_2] \frac{\sin \left[\frac{1}{2} (\omega - k \dot{v}_1) T \right] \sin \left[\frac{1}{2} (\omega - k \dot{v}_2) T \right]}{\left[\frac{1}{2} (\omega - k \dot{v}_1) \right] \left[\frac{1}{2} (\omega - k \dot{v}_2) \right]} \cos \left\{ \frac{1}{2} [(\omega - k \dot{v}_1) + (\omega - k \dot{v}_2)] T \right\} \right\} \quad (5)$$

где $k = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_1} n$, $2T$ - время пролета частицы в среде. Формулу (5) можно получить также из (2), используя закон скорости движения частицы, приведенный на рис. 1. Как показано в [9], формулу (5) можно записать в следующем, более удобном, виде: через интерференцию двух излучений, возникающих до и после скачка в скорости, каждое из которых описано своей формулой Тамма (3):

$$\frac{d^2N}{d\Omega d\lambda} = -\frac{n\alpha}{\lambda} \left(\frac{L}{2\lambda} \right)^2 \sin^2 \theta \left\{ \frac{\sin^2 X_1}{X_1^2} + \frac{\sin^2 X_2}{X_2^2} + \frac{2 \sin X_1 \sin X_2}{X_1 X_2} \cos(X_1 + X_2) \right\} \quad (6)$$

где $X_1 = \frac{\pi L}{2\beta_1 \lambda} (1 - \beta_1 n \cos \theta)$, $X_2 = \frac{\pi L}{2\beta_2 \lambda} (1 - \beta_2 n \cos \theta)$.

2.3. Плавное изменение скорости частицы с v_1 на v_2

Для случая, когда скорость частицы меняется плавно со своего значения v_1 на v_2 (следуя закону $v(t) = \frac{v_1 + v_2}{2} + \frac{v_2 - v_1}{2} \text{th}(\alpha t)$, см. рис. 2), формула для спектральной плотности энергии E возникающего излучения была получена в работе [10]:

$$\frac{d^2E}{d\omega d\Omega} = \frac{q^2 \omega T \sin^2 \theta u_2}{4\pi c^2 \cos \theta \left\{ 1 - \frac{v_1}{c} \cos \theta \right\} \left\{ 1 - \frac{v_2}{c} \cos \theta \right\} \text{sh} \left\{ \frac{\pi \omega T}{2} \left\{ 1 - \frac{v_1}{c} \cos \theta \right\} \right\} \text{sh} \left\{ \frac{\pi \omega T}{2} \left\{ 1 - \frac{v_2}{c} \cos \theta \right\} \right\}} \text{sh} \left\{ \frac{u_2}{c} \frac{\pi \omega T \cos \theta}{2} \right\} \quad (7)$$

где q - заряд частицы; $u_1 = \frac{v_1 + v_2}{2}$; $u_2 = \frac{v_2 - v_1}{2}$; $T = \frac{1}{\alpha}$ - длительность перехода. Формулу (7) можно представить также в следующем виде:

$$\frac{d^2E}{d\omega d\Omega} = \frac{d^2E^{\text{brm}}(v_1, v_2)}{d\omega d\Omega} X \left[\frac{\text{sh} X_1}{X_1}, \frac{X_2}{\text{sh} X_2}, \frac{X_3}{\text{sh} X_3} \right] \quad (8)$$

где $\frac{d^2E^{\text{brm}}(v_1, v_2)}{d\omega d\Omega} = \frac{q^2 \Delta v^2 \sin^2 \theta}{4\pi^2 c^3 (1 - \beta_1 \cos \theta)^2 (1 - \beta_2 \cos \theta)^2}$

есть спектральная плотность энергии тормозного излучения, возникающего при мгновенном изменении скорости частицы от v_1 до v_2 :

$$\Delta \beta = \frac{v_2 - v_1}{c}; X_1 = \pi \Delta \beta \omega \frac{T}{2} \cos \theta; X_2 = \pi \omega \frac{T}{2} (1 - \beta_1 \cos \theta); X_3 = \pi \omega \frac{T}{2} (1 - \beta_2 \cos \theta).$$

К сожалению, формула (7) получена лишь для движения частицы в вакууме и не может быть использована для вычислений интенсивности излучения при движении в прозрачной среде с $\beta n > 1$.

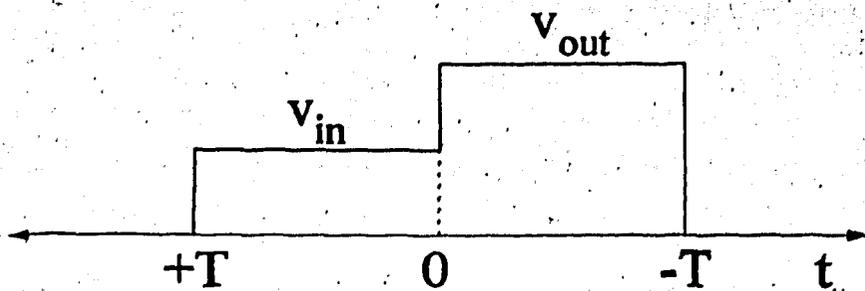


Рис. 1. Закон скорости частицы, движущейся в прозрачной среде с наличием одного мгновенного скачка в момент времени $t = 0$

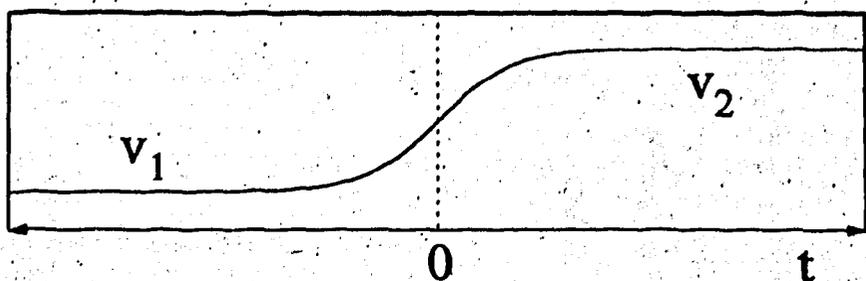


Рис. 2. Закон плавного изменения скорости частицы со значения v_1 на значение v_2 ($v(t) = \frac{v_1 + v_2}{2} + \frac{v_2 - v_1}{2} \text{th}(\alpha t)$). Параметр α характеризует длительность перехода

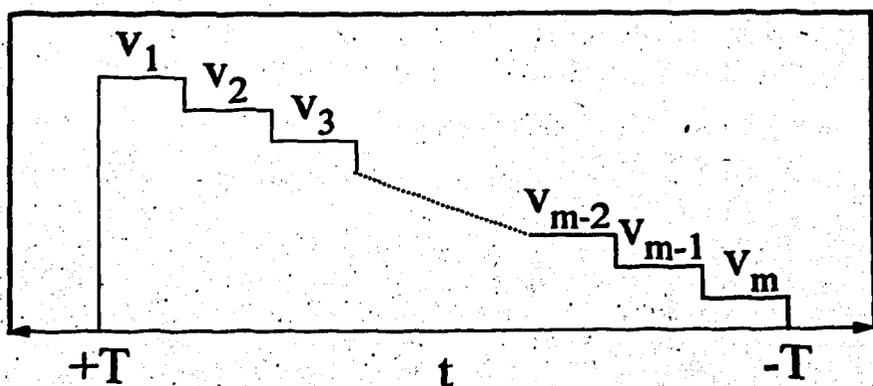


Рис. 3. Закон скорости частицы, движущейся по ограниченной траектории, с наличием "m" мгновенных скачков

2.4. Приближение мгновенных ускорений

Изменяющуюся плавную скорость частицы всегда можно представить в виде скачкообразной функции с достаточно большим числом скачков m , когда скорость между двумя соседними скачками считается постоянной (см. рис. 3). Представление формулы (2) для закона скорости, приведенного на рис. 3, найдено в работе [11] и имеет вид:

$$\frac{d^2N}{d\Omega d\lambda} = -\frac{cn \sin^2 \theta}{\lambda} \left[\sum_{i=1}^{i_{\max}} (a_{ii} + 2 \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{i_{\max}} a_{ij}) \right] \quad (9)$$

$$a_{ij} = \left(\frac{N_i L \sin X_i}{\lambda X_i} \right) \left(\frac{N_j L \sin X_j}{\lambda X_j} \right) \cos \{ [2(k_i - N_i) + N_i] X_i - [2(k_j - N_j) + N_j] X_j \},$$

$$X_i = \frac{\pi L}{\beta_i \lambda} (1 - \beta_i n \cos \theta), \quad X_j = \frac{\pi L}{\beta_j \lambda} (1 - \beta_j n \cos \theta), \quad \beta_{i,j} = \frac{v_{i,j}}{c};$$

где LN_{ij} - длина пути частицы между двумя скачками скорости; k_{ij} - временная координата (i,j) -го участка пути частицы.

Формула (9) описывает интерференцию излучений, возникающих при движении частицы с постоянной скоростью на отдельных участках траектории, каждое из которых описано своей формулой Тамма (3). Поскольку формула Тамма (3) представляет собой интерференцию двух мгновенных тормозных излучений, возникающих в начале и в конце пути (см. [7]), формулу (9) можно интерпретировать как результат многократной интерференции мгновенных тормозных излучений, возникающих при мгновенных скачках в скорости на границах отдельных прямолинейных участков.

2.5. Учет ионизационных потерь частицы

В отдельных практических случаях более удобно представить закон скорости частицы не как функцию от времени t , а как функцию ионизационных потерь $v \approx f\left(\frac{dE}{dx}\right)$ или как функцию пройденного частицей пути $v \approx f(x)$. Для первого случая решение (2) найдено в работе [12]:

$$\frac{d^2E}{d\omega d(\cos \theta)} = \omega L \left(\frac{Ze \sin \theta}{c} \right)^2 f(\theta, \omega), \quad (10)$$

где
$$f(\theta, \omega) = \frac{1}{2\Delta\theta \sin \theta_0} \{ [C(u_1) - C(u_0)]^2 + [S(u_1) - S(u_0)]^2 \},$$

$$C(u) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^u \cos t^2 dt, \quad S(u) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^u \sin t^2 dt, \quad u_{0,1} = \frac{n \cos \theta - \frac{\omega}{v_{0,1}}}{a}, \quad a = \sqrt{\frac{2\omega v_0}{v_0^2}},$$

$$\theta_{0,1} = \arccos \frac{c}{nv_{0,1}}, \quad \frac{1}{v_1} = \frac{1}{v_0} - \frac{1}{v_0^2} v_1 L, \quad \Delta\theta = \theta_0 - \theta_1 \approx \frac{|v_0|L}{v_0} \cot \theta_0, \quad \int_{-1}^1 f(\theta, \omega) d \cos \theta = 1;$$

v_1 - скорость частицы на выходе из радиатора.

Для второго случая (в предположении скачкообразного изменения скорости) формулу (9) можно представить в виде:

$$\frac{d^2N}{d\Omega d\lambda} = -\frac{\alpha n \sin^2 \theta \left(\frac{L}{\lambda}\right)^2}{\lambda} \left[\sum_{\substack{i=\text{min} \\ i \neq 0}}^{i_{\text{max}}} (a_{ij} + 2 \sum_{\substack{j=i+1 \\ j \neq 0}}^{j_{\text{max}}} a_{i,j}) \right] \quad (11)$$

где

$$a_{i,j} = \left(\frac{\sin X_{i_{\text{max}}-i+1}}{X_{i_{\text{max}}-i+1}} \right) \left(\frac{\sin X_{i_{\text{max}}-j+1}}{X_{i_{\text{max}}-j+1}} \right) \cos \left[i \left(2 - \frac{1}{\beta} \right) X_{i_{\text{max}}-i+1} - j \left(2 - \frac{1}{\beta} \right) X_{i_{\text{max}}-j+1} + Y_{i_{\text{max}}-i+1} - Y_{i_{\text{max}}-j+1} \right]$$

$$X_{i,j} = \frac{\pi L}{\lambda \beta_{i,j}} (1 - \beta_{i,j} n \cos \theta); \quad Y_i = \frac{2\pi L}{\lambda_i i_{\text{max}}} \left(\frac{i_{\text{max}} - i}{\beta_{i_{\text{max}}-i+1}} - \sum_{k=1}^{i_{\text{max}}-i} \frac{1}{\beta_k} \right)$$

Формула (11) позволяет проводить вычисления излучения, возникающего во многих реальных случаях при движении частицы как в вакууме, так и в прозрачной среде при любой ее скорости β , в том числе и при $\beta n > 1$.

3. Расчет угловых распределений излучения, возникающего при плавном изменении скорости частицы на ограниченном участке ее пути при $\beta n > 1$

3.1. Малое изменение скорости частицы (условие Тамма выполнено)

На рис. 4 представлены угловые распределения излучения, испускаемого зарядом при его движении в прозрачной среде (SiO_2 , $n_p = 1.48$) с вышнороговой скоростью ($\beta_{\text{in}} = 0.8$; $\beta_{\text{out}} = 0.799948802$) по ограниченной траектории ($L = 1 \text{ мм}$). Для случая движения заряда с постоянной (средней) скоростью $\bar{\beta} = 0.7999744$ расчет углового распределения проведен по формуле Тамма (3) (см. рис. 4, кривая 1). Расчет углового распределения для случая плавного уменьшения скорости заряда с β_{in} на β_{out} (по линейному закону) проведен по формуле (2) (см. рис. 4, кривая 2). Приближенный расчет угловых распределений для случаев, когда плавное изменение скорости $\Delta\beta = \beta_{\text{in}} - \beta_{\text{out}}$ аппроксимировалось одним или тремя одинаковыми мгновенными скачками, проведен по формулам (5) и (11) (см. рис. 4, кривые 4 и 3 соответственно).

Из рис. 4 видно, что при малом изменении скорости частицы (когда условие Тамма (1) выполнено) разница в угловом распределении проявляется в основном в минимумах, которые в случае распределения Тамма имеют строго нулевые значения. Изменения интенсивности в области центрального максимума и в области максимумов высших порядков (расположенных справа и слева) незначительны. В связи с этим и полная интенсивность излучения практически не изменится (в нашем случае

$$\frac{\Delta N(\lambda)}{N_{\text{Tamm}}(\lambda)} \leq 0.01\%.$$

В случае выполнения условия Тамма все три, приведенные выше, приближения (кривые 1, 3 и 4 на рис. 4) хорошо аппроксимируют угловое распределение излучения, возникающего при плавном изменении скорости частицы. Однако точность

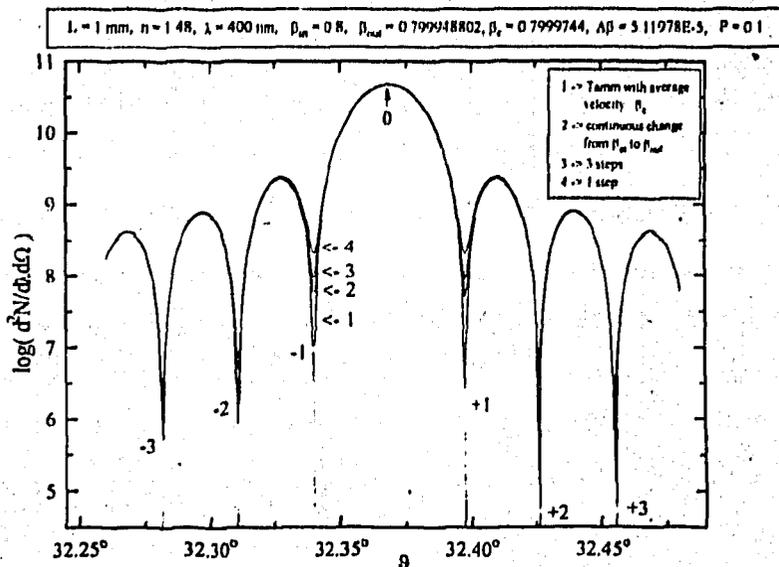


Рис. 4. Угловое распределение излучения, испускаемого зарядом при его движении в прозрачной среде (SiO_2 , $n_0 = 1.48$) с вышеперечисленной скоростью по ограниченной траектории ($L = 1 \text{ mm}$). Условие Тамма (I) выполнено:

- 1) движение с постоянной скоростью $\bar{\beta} = 0.7999744$, $\lambda = 100 \text{ nm}$;
- 2) движение с плавно уменьшающейся скоростью с $\beta_{in} = 0.8$ на $\beta_{out} = 0.799948802$;
- 3) полное изменение скорости $\Delta\beta = \beta_{in} - \beta_{out}$ аппроксимировано тремя последовательными мгновенными скачками $\Delta\beta_3 = \Delta\beta / 3$;
- 4) - полное изменение скорости частицы аппроксимировано одним мгновенным скачком $\Delta\beta_1 = \Delta\beta$

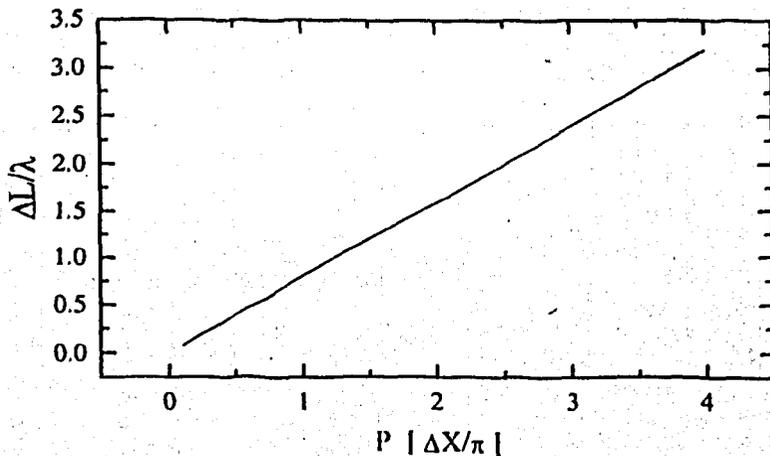


Рис. 5. Зависимость относительного изменения длины пути частицы $\Delta L / \lambda$ (следующего из условия Тамма (I)) от относительного изменения фазы $P = \Delta X / \pi$

приближения будет тем больше, чем большим количеством мгновенных скачков мы будем аппроксимировать полное изменение скорости $\Delta\beta$.

При расчете реальных случаев (при выполнении условия Тамма (I)) мы можем пользоваться любой из приведенных формул (2,3,4,5,10), но чаще, однако, пользоваться наиболее простой из них - формулой Тамма-Франка (1) или формулой Тамма (3).

3.2. Относительное изменение фазы

Как это было показано в работе [7], формулу Тамма можно представить в виде интерференции двух мгновенных тормозных излучений, излученных в начале и в конце конечной траектории заряда (см. (3)). Полная разность фаз этих двух тормозных излучений определяется выражением

$$X = \frac{\pi L}{\beta\lambda} (1 - \beta n \cos\theta). \quad (12)$$

Угловое распределение интенсивности излучения однозначным образом зависит от величины фазы X . Например, при значениях фазы $X = k\pi$, где k целое, в угловом распределении Тамма присутствуют нулевые минимумы (на рис. 1 значения целых k приведены вблизи соответствующих им минимумов). Исключение составляет лишь $k = 0$, когда в угловом распределении имеем центральный (главный) максимум. Из (12) видно, что фаза X , кроме прочих параметров, является функцией скорости β . Следовательно, плавное изменение β приводит к плавному изменению фазы X :

$$dX = -\frac{\pi L}{\beta^2\lambda} d\beta. \quad (13)$$

Полное изменение фазы при изменении скорости частицы от $\beta_1 = \beta_0 + \Delta\beta/2$ до $\beta_2 = \beta_0 - \Delta\beta/2$

$$\Delta X = \int_{\beta_2}^{\beta_1} -\frac{\pi L}{\beta^2\lambda} d\beta = \frac{2\pi L}{\lambda} \left[\frac{\left(\frac{\beta}{2}\right)}{\beta_0^2 - \left(\frac{\beta}{2}\right)^2} \right]. \quad (14)$$

Изменение фазы X приводит к расплыванию максимумов в угловом распределении излучения. Поэтому, если ΔX мало по сравнению с фазовой шириной отдельных максимумов, изменения углового распределения будут незначительны. Фазовая ширина максимумов в угловом распределении излучения равна π (за исключением главного максимума, где $\Delta X_0 = 2\pi$). Следовательно, условие малости изменения скорости $\Delta\beta$ можно записать:

$$P = \frac{\Delta X}{\pi} = \frac{2L}{\lambda} \left[\frac{\left(\frac{\Delta\beta}{2}\right)}{\beta_0^2 - \left(\frac{\Delta\beta}{2}\right)^2} \right] \ll 1. \quad (15)$$

И наоборот, изменение скорости $\Delta\beta$ можно считать малым, если относительное изменение фазы $P \ll 1$. Условие (15) является аналогом условия Тамма (I), см. рис. 5. Вычисление величины P более простое, и в дальнейшем будем везде пользоваться этим параметром.

3.3. Большое изменение скорости частицы (условие Тамма не выполняется)

На рис. 6 приведено угловое распределение излучения, испускаемого зарядом при его движении в прозрачной среде (SiO_2 , $n_D = 1.48$) с вышепороговой скоростью ($\bar{\beta} > 1$) по ограниченной траектории ($L = 1$ мм) для случая, когда плавное изменение скорости $\Delta\beta$ ($\Delta\beta = \beta_{\text{in}} - \beta_{\text{out}} = 5.1168 \cdot 10^{-3}$) уже настолько большое, что условие Тамма (1) нарушается (относительное изменение фазы $P = 1$). Угловое распределение рассчитано с помощью точной формулы (2) (рис. 6, кривая 1). При сравнении с угловым распределением, рассчитанным по формуле Тамма (3) (рис. 6, кривая 2) для средней (постоянной) скорости $\bar{\beta} = 0.799744$, мы видим, что плавное изменение скорости приводит к симметричному перераспределению интенсивности из области главного максимума и максимумы высших порядков. Расплывание главного максимума будет тем больше, чем больше будет относительное изменение фазы $P = \Delta X/\pi$.

На рис.7 (кривая 1) приведено то же самое угловое распределение, что и на рис.6, кривая 1, в сравнении с приближенными кривыми, рассчитанными с помощью формулы (11) (см. рис.7, кривые 2 и 3) для измерения скорости аппроксимированного одним и десятию мгновенными скачками соответственно.

Мы видим, что оба приближенные угловые распределения осциллируют вокруг точного углового распределения, соответствующего плавному изменению скорости. Амплитуда осцилляций уменьшается с увеличением точности расчета (т.е. с увеличением числа мгновенных скачков "m", аппроксимирующих полное изменение скорости $\Delta\beta$). Однако для каждого $\Delta\beta$ существует предельное число скачков скорости "m", больше которого дальнейшее деление $\Delta\beta$ уже бессмысленно, поскольку разность между точным расчетом (по формуле (2)) и приближенным расчетом (по формуле (11)) будет уже пренебрежимо мала. Аналогично тому, как при выполнении условия Тамма (в случае малых изменений скорости) дальнейшее уменьшение скорости $\Delta\beta$ на угловые распределения излучения практически уже не влияет.

На рис. 8 приведено угловое распределение излучения, возникающего при плавном сильном уменьшении скорости ($\Delta\beta = 1.42688 \cdot 10^{-2}$; $P = 118.44$). Это угловое распределение соответствует случаю движения ионов $^{197}_{79}\text{Au}$ с энергией $E_{\text{in}} = 1$ ГэВ/а.е.м. в радиаторе из LiF ($n = 1.39217$) толщиной $L = 5$ мм. Из рис.8 видим, что произошло уже значительное перераспределение интенсивности главного максимума и близлежащие максимумы высших порядков. Область главного максимума имеет теперь угловую ширину $\Delta\theta \approx 2^\circ$, т.е. примерно в 100 раз больше, чем в случае движения с постоянной скоростью ($\beta = \bar{\beta}$). Полное число фотонов, испущенных при плавном изменяющейся скорости $N_{\Delta\beta \neq 0}$, отличается от полного числа фотонов при

постоянной скорости $N_{\beta = \bar{\beta}}^{\text{Tamma}}$ лишь незначительно ($\frac{N_{\beta = \bar{\beta}}^{\text{Tamma}} - N_{\Delta\beta \neq 0}}{N_{\beta = \bar{\beta}}^{\text{Tamma}}} \approx 0.1\%$). Поэтому расчет интенсивности излучения все еще возможен по формуле Тамма-Фраунгофера (4), хотя все остальные выводы этой теории уже не верны.

Малое изменение полной интенсивности излучения свидетельствует о том, что тормозное излучение, возникающее при плавном изменении скорости с β_{in} на β_{out} , мало по сравнению с тормозным излучением, возникающим при мгновенном старте и мгновенной остановке частицы в начале и в конце траектории (см. задачу Тамма).

Интересным в угловом распределении (рис. 8) является интерференционная структура, отмеченная ранее в работе [12], и проявляющаяся в области центрального максимума. Интересно отметить, что число видимых больших максимумов здесь, примерно равно относительному изменению фазы P .

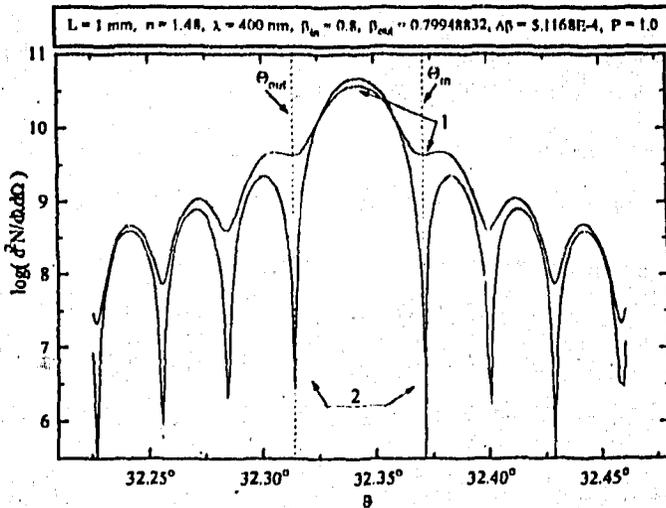


Рис. 6. Кривая 1 — угловое распределение излучения, испускаемого зарядом при его движении в прозрачной среде (SiO_2 , $n_D = 1.48$) с вынужденной средней скоростью ($\beta_{in} > 1$, $\beta_{in} = 0.8$, $\beta_{out} = 0.799948802$, $\lambda = 400$ нм) по ограниченной траектории ($L = 1$ мм) в случае плавного изменения скорости на величину $\Delta\beta = 5.1168 \times 10^{-4}$, когда условие Тамма (1) нарушается, а относительное изменение фазы $P = 1$. Кривая 2 — угловое распределение Тамма для скорости движущегося заряда с постоянной скоростью $\beta = \beta_c$ при тех же остальных параметрах

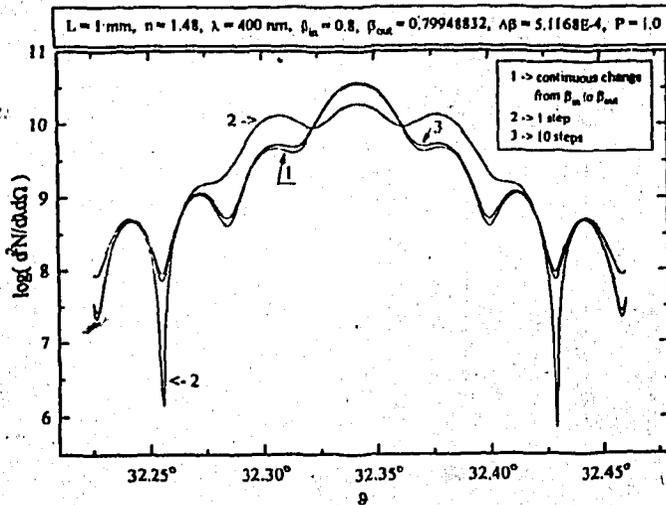
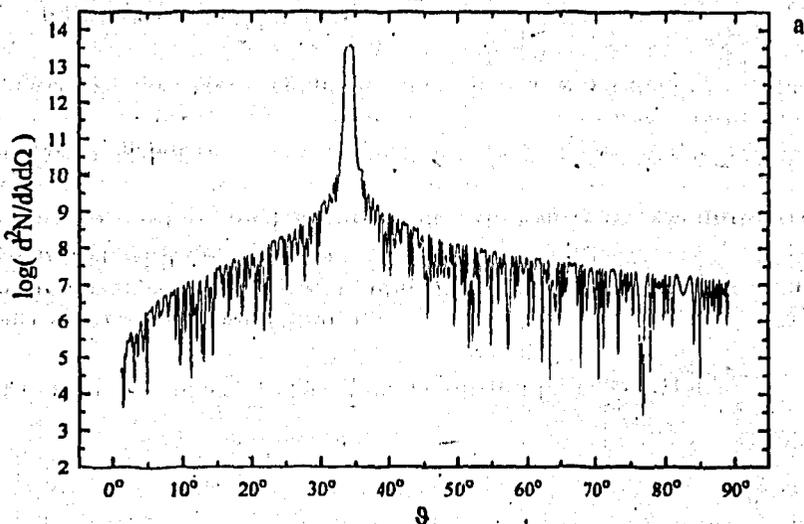


Рис. 7. То же самое, что на рис. 6; 1 - расчет проведен по точной формуле (2); 2 - плавное изменение скорости $\Delta\beta$ аппроксимировано одним мгновенным скачком (расчет проведен по формуле (5)); 3 - аппроксимация изменения скорости $\Delta\beta$ десятью мгновенными скачками (расчет проведен по формуле (11))

^{197}Au passing through the LiF. $L = 5 \text{ mm}$, $n = 1.39217$, $\lambda = 400 \text{ nm}$, $E_{in} = 1 \text{ GeV/n}$, $E_{out} = 0.90503 \text{ GeV/n}$,
 $P = 118.44$, $\beta_{in} = 0.8750278$, $\beta_{out} = 0.860759$, $\Delta\beta = 1.42688 \times 10^{-2}$.



^{197}Au passing through the LiF. $L = 5 \text{ mm}$, $n = 1.39217$, $\lambda = 400 \text{ nm}$, $E_{in} = 1 \text{ GeV/n}$, $E_{out} = 0.90503 \text{ GeV/n}$,
 $P = 118.44$, $\beta_{in} = 0.8750278$, $\beta_{out} = 0.860759$, $\Delta\beta = 1.42688 \times 10^{-2}$.

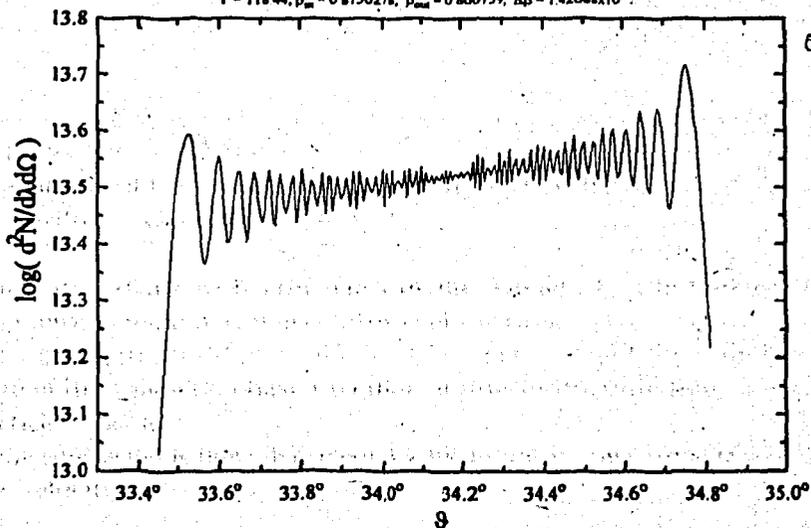


Рис. 8. а) Угловое распределение излучения, возникающего при пролете тяжелых ядер ^{197}Au с энергией $E_{in} = 1 \text{ ГэВ/а.е.м.}$ через радиатор из LiF толщиной $L = 5 \text{ мм}$ ($E_{out} = 0.90503 \text{ ГэВ/а.е.м.}$; $\Delta\beta = 1.42688 \times 10^{-2}$; $P = 118.44$; $\lambda = 400 \text{ нм}$, $n = 1.39217$);

б) Область вершины максимума. Видны интерференционные максимумы, возникающие внутри черенковского максимума

4. Заключение

Еще в работах [13,14,15,16] было показано, что при невыполнении одного из условий теории Тамма-Франка (траектория заряда является не бесконечной, а конечной) выводы этой теории существенным образом нарушаются (в этой связи см. также работы [14-16]). В частности: 1) излучение для одной длины волны λ испускается не только в направлении угла $\theta_{ch} = \arccos(\lambda/v_0)$, но имеет угловое распределение, напоминающее распределение интенсивности при дифракции (Фростель); 2) излучение в основном сосредоточено в главном максимуме (центр которого находится на черенковском угле) и в близлежащих максимумах высших порядков. Испускание излучения происходит не только в направлении вперед, но даже назад; 3) понятие порога носит условный характер, излучение испускается и ниже него; 4) испускание излучения происходит и в вакууме.

В данной работе исследуется распределение излучения, испускаемого зарядом в случае нарушения еще одного условия задачи Тамма-Франка (постоянства скорости). Показано, что в этом случае нарушаются уже выводы не только теории Тамма-Франка, но и теории Тамма (об излучении заряда, движущегося по ограниченной траектории).

В частности: 1) минимумы в угловом распределении излучения имеют ненулевые значения; 2) угловая ширина главного максимума увеличивается в зависимости от величины изменения скорости $\Delta\beta$;

$$\frac{\Delta\theta_{\Delta\beta \neq 0}}{\Delta\theta_{\Delta\beta = 0}} = \frac{\arccos(\beta_{min}^{-1}) - \arccos(\beta_{min}^{-1})}{\arccos(\frac{1}{\beta_0})} = \frac{2\pi l \cdot \left[\frac{(\frac{v_0}{\lambda})}{v^2 - (\frac{v_0}{\lambda})^2} \right]}$$

3) в области главного максимума наблюдаются своеобразные интерференционные эффекты; 4) по мере увеличения $\Delta\beta$ происходит перераспределение интенсивности из главного максимума в область близлежащих максимумов высших порядков, причем полная интенсивность изменяется лишь незначительно.

Весьма интересно, однако, что несмотря на большое нарушение постоянства скорости заряда эффект Ваншлова-Черенкова существует.

На рис. 9 в качестве примера приведена фотография кольца НВЧ, полученная в эксперименте [5], испускаемого пучком тяжелых ионов ${}_{79}^{197}\text{Au}$ с энергией $E = 11 \text{ ЭВ/а.е.м.}$ при их движении через радиатор из LiI толщиной $L = 5 \text{ мм.}$ Относительное изменение фазы Тамма, вызванное изменением скорости вследствие понижационных потерь в радиаторе из LiF, $P = 18.11$. Следовательно, изменение скорости можно характеризовать как большое, когда условие Тамма уже сильно нарушается. Однако уширение черенковского кольца вследствие понижационных потерь в данном случае не превышает его дисперсионную ширину, т.е. мы наблюдаем вполне черенковское изображение.

В вышеприведенном примере, по сравнению с задачей Тамма, имеется одно существенное различие. Если в задаче Тамма и, следовательно, в задаче Тамма-Франка причину излучения можно было приписать движению заряда с постоянной скоростью, в случае сильного нарушения условия Тамма (1) этого уже сделать нельзя. Заряд все время движется с ускорением, и единственно возможную причину возникновения излучения следует искать в нем.

Условие Тамма (1) является необходимым лишь для того, чтобы можно было оценить применимость теории Тамма [4] или Тамма-Франка [1], так как формулы для вычисления интенсивности излучения (или для вычисления других параметров),

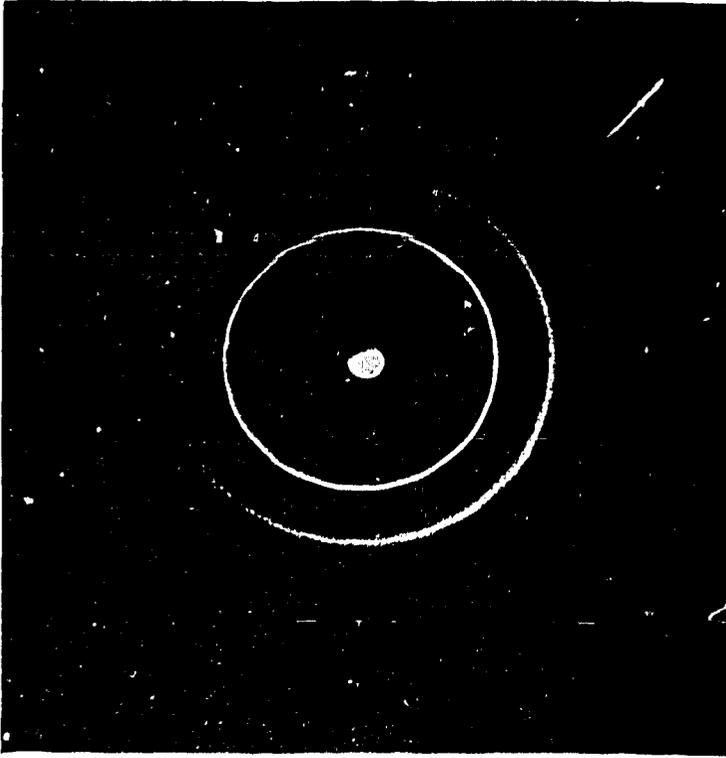


Рис. 9. Изображение кольца ИВЧ от пучка тяжелых ионов $^{197}_{79}\text{Au}$ при их движении через радиатор LiF толщиной $L = 5$ мм. Изменение скорости (из-за ионизационных потерь) $\Delta\beta = 1.42688 \times 10^{-2}$, относительное изменение фазы Тамма $P = 118.44$, т.е. условие о постоянстве скорости (1) сильно нарушено. Фотография была получена в эксперименте [5]. В центре-пятно от пучка ядер. Узкое кольцо в центре — ИВЧ от радиатора LiF. Паружное кольцо — от фокусирующей линзы.

вытекающие из этих теорий, относительно простые и ими удобно пользоваться. Однако для возникновения эффекта Вавилова-Черенкова критерий о постоянстве скорости (Тамма (1)) непужен. Необходимым условием для возникновения эффекта Вавилова-Черенкова является лишь превышение зарядом скорости света в радиаторе (т.е. $\beta n > 1$).

Авторы выражают свою благодарность проф. А.А.Тяпкину, А.П.Кобзеву и Л.К.Лыткину за поддержку и проявленный интерес к работе.

Литература

- [1] И. Е. Тамм, И. М. Франк. Докл. АН СССР, 1937, т.14, с.107.
 [2] П. А. Черенков. Докл. АН СССР, 1934, т.2, с.451.

- [3] С. И. Вавилов. Докл. АН СССР, 1934, т.2, с.457.
- [4] I. Tamm. *J.Phys. USSR*, 1939, v.1, No.5-6, p.439.
- [5] J. Ruzicka, S. Saro, H. Geissel, H. Irnich, C. Kozhuharov, A. Magel, F. Nickel, C. Scheidenberger, H.-J. Schött, W. Schwab, Th. Stöhlker, B. Voss, V.P. Zrelov, P.V. Zrelov *GSI Scientific report*, 1992, p.24.
- [6] М. Л. Тер-Микаелин. "Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях". Ереван. Изд. АН Арм.ССР, 1969, с.131.
- [7] V. P. Zrelov, J. Ruzicka. *Czech. J.Phys.* B39(1988) p.368.
- [8] A. D. Gazazian, E. V. Sekhposyan, M. L. Ter-Mikaeljan: *Izv. Akad. Nauk. Arm.SSR Ser.Fiz.*, v.16(1963), No.2, p.69.
- [9] V. P. Zrelov, J. Ruzicka, *Czech. J. Phys.*, vol.42(1992), No.1, p.45.
- [10] Б.М. Болстовский, В.А. Давыдов, *Известия высших учебных заведений, Радиофизика*, т. XXIV, № 2, 1981, с.231.
- [11] Я. Ружичка, "Теоретическое и экспериментальное исследование эффекта Вавилова-Черенкова" Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук, ОИЯИ, Дубна, 1993.
- [12] Е. С. Кузьмин, А. В. Тарасов, *Краткие сообщения ОИЯИ* 4[61]-93, Дубна, 1993, с.64.
- [13] А.П. Кобзев, И.М. Франк, *Ядерная физика*, 1981, т. 34, вып. 1(7), с. 125.
- [14] V.P. Zrelov, M. Klimanova, V.P. Lupiltsev, J. Ruzicka *Nucl. Instr. Meth.*, т.215, с.141-146, 1983.
- [15] А.П. Кобзев. - *Ядерная физика*, 1978, т.27, вып.5, с.1256.
- [16] А.Р.Кобзев, А.Кrawczuk and J.Rutkowski.- *Acta Physica Polonica*, 1988,v. B 19, No.10,p.853.

Рукопись поступила в издательский отдел
28 июня 1995 года.