СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2-95-192

Р.М.Ямалеев

ГИПЕРЭЛЛИПТИЧЕСКАЯ ДЕФОРМАЦИЯ УРАВНЕНИЙ КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ

1995

Введение

В [1] были предложены эллиптически деформированные уравнения движения, обобщающие уравнения движения классической механики на случай трехмерного фазового пространства. В настоящей работе мы продолжаем исследование постулированных в [1] уравнений. Будет показано, что первично деформированные уравнения могут быть деформированы вторично, а полученные уравнения деформированы еще раз и т.д. Высшие степени деформации будем называть гиперэллиптическими, поскольку соответствующие решения в осцилляторном потенциале будут даны гиперэллиптическими функциями. Каждой ступени деформации ставится в соответствие степенной ряд по функциям потенциала. В эллиптически деформированных уравнениях движения (ЭДУ) содержится универсальный параметр размерности энергии, а функция Гамильтона приобретает партнера. Полученную систему функций мы будем называть функциями Гамильтона—Намбу, поскольку аналогом гамильтоновых уравнений для ЭДУ являются уравнения Намбу [2 – 7]. При стационарном движении энергия системы определяется произведением функций Гамильтона—Намбу. ЭДУ предлагаются как уравнения движения при высоких энергиях; при достаточно малых значениях энергии ЭДУ переходят в уравнения Ньютона.

Гиперэллиптическая деформация обнаруживает новые особенности метода эллиптической деформации. Например, устанавливается интересная связь между степенью потенциала и числом измерений фазового пространства. С другой стороны, замена потенциала $V(x)$ в уравнении Ньютона потенциалом $\alpha_1 V(x) - \alpha_2 V^2(x) + \alpha_3 V^3(x)$ может быть интерпретирована как замена уравнений Ньютона гиперэллиптически деформированными уравнениями в 4— мерном фазовом пространстве.

§1. Эллиптическая деформация уравнений движения классической механики

Метод эллиптической деформации ставит в соответствие одномерным уравнениям Ньютона

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{dV(x)}{dx}, \quad \frac{dx}{dt} = \frac{p}{m} \tag{1.1}$$

систему уравнений вида

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{dV(x)}{dx}\frac{q}{\mu}, \tag{1.2}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{p}{m}\frac{q}{\mu}, \tag{1.3}$$

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{dV(x)}{dx}\frac{p}{m}. \tag{1.4}$$

Эту систему мы будем называть эллиптически деформированными уравнениями (ЭДУ). Как видно, ЭДУ содержат универсальный параметр μ размерности энергии.Заметим, что величины p, m и q, μ входят в уравнения движения симметричным образом.

Поскольку мы рассматриваем случай стационарного движения, то из уравнений (1.2) – (1.4) получим два интеграла движения:

$$H = \frac{p^2}{2m} + V(x), \quad N = \frac{q^2}{2\mu} + V(x). \tag{1.5}$$

Функции $H = H(p, x)$ и $N = N(q, x)$ совпадают с парой гамильтоновых функций в формализме Намбу.Напомним, что уравнения Намбу в трехмерном фазовом пространстве имеют вид [2]

$$\frac{dp}{dt} = \frac{dH}{dq}\frac{dN}{dx} - \frac{dH}{dx}\frac{dN}{dq},$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dH}{dp}\frac{dN}{dq} - \frac{dH}{dq}\frac{dN}{dp},$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{dH}{dx}\frac{dN}{dp} - \frac{dH}{dp}\frac{dN}{dx}.$$

В результате деформации в уравнениях движения появились новые динамические переменные N, q, μ. В силу симметрии между $\{H, p, m\}$ и $\{N, q, \mu\}$ мы можем рассматривать (1.2) – (1.4) как систему уравнений для своеобразно взаимодействующих частиц, где N- энергия, q -импульс и μ-масса одной из частиц. Весьма примечательно,что энергия такой системы пропорциональна произведению (!) энергий составляющих частиц.

Соответствие (1.2) – (1.4) с уравнениями Ньютона, как будет показано ниже, достигается при $\mu \to \infty$.

Имея два интеграла движения H, N, мы можем преобразовать (1.3) к виду

$$\frac{dx}{dt} = \frac{2}{\sqrt{m\mu}}\sqrt{(H-V)(N-V)},$$

откуда получим следующий интеграл:

$$t - t_0 = \frac{\sqrt{m\mu}}{2}\int\frac{dx}{\sqrt{(H-V(x))(N-V(x))}}. \tag{1.6}$$

В потенциале осциллятора

$$V(x) = \frac{m\omega^2x^2}{2}$$

интеграл (1.6) сводится к эллиптическому интегралу

$$\omega\sqrt{\frac{2N}{\mu}}(t-t_0) = \int\frac{dy}{(1-y^2)(1-k^2y^2)}, \tag{1.7}$$

где мы положили $y = \sqrt{\frac{m\omega^2}{2H}}x$ и $k^2 = \frac{H}{N}$. Так что зависимость фазовых координат от времени выражается через эллиптические функции Якоби [8]:

$$x = \sqrt{\frac{2H}{m\omega^2}}\, sn(\omega(t-t_0)\sqrt{\frac{2N}{\mu}}, k),$$

$$p = \sqrt{2Hm}\, cn(\omega(t-t_0)\sqrt{\frac{2N}{\mu}}, k), \tag{1.8}$$

$$q = \sqrt{2N\mu}\, dn(\omega(t-t_0)\sqrt{\frac{2N}{\mu}}, k).$$

Таким образом, в результате деформации осцилляторной модели тригонометрические функции, через которые определяются решения (1.1) в осцилляторном потенциале, переходят в эллиптические функции Якоби. Поэтому данную форму деформации мы называем эллиптической.

Как известно, в пределе $k \to 0$ функции Якоби имеют следующий вид:

$sn(\phi,0) = sin(\phi),\ cn(\phi,0) = cos(\phi),\ dn(\phi,0) = 1.$

Следовательно, решения (1.8) переходят в решения (1.1) в осцилляторном потенциале при $k = 0$ и $2N = \mu$.

В общем случае, поскольку единственным параметром уравнений (1.2) – (1.4) является μ, необходимо установить поведение динамических переменных при $\mu \to \infty$. Цель будет достигнута, если фазовая координата x и в деформированных уравнениях будет иметь смысл пространственной координаты частицы. Тогда $\frac{dx}{dt}$ есть скорость частицы, а $\frac{d^2x}{dt^2}$ —ускорение.Это дает нам возможность определить силу и работу по обычным формулам:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = F, \quad A = \int_a^b F dx. \tag{1.10}$$

Имея эти определения из классической механики и применяя уравнения движения, можно получить выражения как для кинетической, так и для потенциальной частей энергии.Вычислим сначала интеграл $m\int_a^b \frac{d^2x}{dt^2}dx$, применяя (1.3).Получим

$$m\int_a^b \frac{d^2x}{dt^2}dx = \frac{1}{\mu}\int_a^b \frac{d(pq)}{dt}dx = E_{kin}(x=b) - E_{kin}(x=a). \tag{1.11}$$

Откуда находим следующее выражение для кинетической энергии:

$$E_{kin} = \frac{p^2q^2}{2m\mu^2}.$$

Чтобы найти потенциальную часть энергии, вычислим тот же интеграл, используя (1.2), (1.4).Получим

$$\frac{1}{\mu}\int_a^b (q\frac{dp}{dt} + p\frac{dq}{dt})dx = -\frac{1}{\mu}\int_a^b \frac{\partial V}{\partial x}(\frac{p^2}{m} + \frac{q^2}{\mu})dx = -\frac{1}{\mu}\int_a^b \frac{\partial V}{\partial x}(2(N+H) - 4V)dx =$$

$$= 2\frac{1}{\mu}((N+H)(V(b) - V(a)) - (V^2(b) - V^2(a))) = E_{pot}(x=b) - E_{pot}(x=a). \tag{1.12}$$

Отсюда находим выражение для потенциальной части энергии:

$$E_{pot} = \frac{2}{\mu}((N+H)V(x) - V^2(x)),$$

где H, N— константы движения.Тогда полная энергия

$$E_{total} = E_{kin} + E_{pot} = \frac{2}{\mu}\{\frac{p^2q^2}{2m2\mu} + ((N+H)V(x) - V^2(x))\} =$$

$$= \frac{2}{\mu}\{\frac{p^2q^2}{2m2\mu} + V(\frac{p^2}{2m} + \frac{q^2}{2\mu}) + V^2\} =$$

$$= \frac{2}{\mu}(\frac{p^2}{2m} + V)(\frac{q^2}{2\mu} + V) = \frac{2}{\mu}HN. \tag{1.13}$$

Полученные соотношения помогают установить соответствие с уравнениями Ньютона: если принять величину $\pi = p\frac{q}{\mu}$ за импульс, то (1.3) выражает обычную связь импульса со скоростью движения, а объединение уравнений (1.2) и (1.4) дает

$$\frac{d\pi}{dt} = -\frac{\partial W}{\partial x},$$

причем $W = E_{pot}$. Более того, согласно (1.11), (1.12) изменение полной энергии оказывается связанным с изменением импульса известным соотношением

$$v d\pi = dE. \tag{1.14}$$

Таким образом, из решений ЭДУ с потенциалом $V = V(x)$ мы получим те же самые траектории движения, что и из уравнений Ньютона с потенциалом

$$W = \frac{2}{\mu}\{(N+H)V(x) - V^2(x)\}. \tag{1.15}$$

Следовательно, для потенциала вида

$$W = \alpha V(x) - \lambda V^2(x) \tag{1.16}$$

можно установить соответствие между уравнениями Ньютона с потенциалом (1.16) и ЭДУ с потенциалом $V(x)$. Сопоставление (1.15) и (1.16) приводит к следующей системе уравнений для определения μ, N, H через параметры потенциала λ, α и энергию E:

$$\frac{2}{\mu} = \lambda, \; \frac{2}{\mu}(N + H) = \alpha, \; \frac{2}{\mu}NH = E. \tag{1.17}$$

Данным соответствием можно воспользоваться, чтобы определить асимптотическое поведение N и H при $\mu \to \infty$. В (1.16) достаточно положить $\alpha = 1, \; \lambda = 0$, чтобы получить классическое движение в потенциале $V(x)$. Из уравнений (1.17) найдем N и H через μ и E. Согласно теореме Безу N и H удовлетворяют уравнению

$$x^2 - \frac{\mu}{2}x + \frac{E\mu}{2} = 0,$$

которое имеет два решения:

$$N = \frac{\mu}{4}(1 + \sqrt{1 - \frac{8E}{\mu}}),$$

$$H = \frac{\mu}{4}(1 - \sqrt{1 - \frac{8E}{\mu}}).$$

Отсюда получим асимптотические поведения N и H при $\mu \to \infty$; в этом случае

$$\lim_{\mu\to\infty} \frac{2N}{\mu} = 1, \lim_{\mu\to\infty} H = E, \lim_{\mu\to\infty} \frac{q}{\mu} = 1.$$

Следовательно, в асимптотической области q может быть представлен в виде ряда Лорана:

$$q = \mu + Q + \frac{Q_1}{\mu} + \cdots.$$

Если подставить этот ряд в (1.2) – (1.4) и сохранить только члены, не содержащие μ, то уравнения (1.2), (1.3) перейдут в уравнения Ньютона, а уравнение (1.4) примет вид

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{dV(x)}{dx}\frac{p}{m},$$

что совпадает с уравнением для кинетической энергии.

Таким образом, в результате предельного перехода уравнения (1.4) на третью

фазовую переменную q приобрело вполне конкретный смысл как уравнение, описывающее изменение по времени кинетической энергии движения.Согласно ЭДУ при достаточно больших значениях энергии в масштабе μ форма движения становится более сложной, нежели это предсказывается механикой Ньютона.Новая динамика движения может быть интерпретирована,с одной стороны, как движение в трехмерном фазовом пространстве, с другой — как влияние движения частицы на форму потенциала.

§2. Гиперэллиптическая деформация уравнений Ньютона

Аналогично квантованию,процедура эллиптической деформации может быть применена повторно.В результате получим уравнения движения в четырехмерном фазовом пространстве $\{x, p, q_1, q_2\}$. Они будут иметь вид

$$\begin{gathered}\frac{dp}{dt} = -\frac{dV(x)}{dx}\frac{q_1}{\mu_1}\frac{q_2}{\mu_2}, \\ \frac{dx}{dt} = \frac{p}{m}\frac{q_1}{\mu_1}\frac{q_2}{\mu_2}, \\ \frac{dq_1}{dt} = -\frac{dV(x)}{dx}\frac{p}{m}\frac{q_2}{\mu_2}, \; \frac{dq_2}{dt} = -\frac{dV(x)}{dx}\frac{p}{m}\frac{q_1}{\mu_1}.\end{gathered} \tag{2.1}$$

Гиперэллиптически деформированные уравнения содержат два универсальных параметра μ_1, μ_2 размерности энергии. В случае стационарного движения из уравнений (2.1) имеем три интеграла движения

$$H = \frac{p^2}{2m} + V(x), \; N_i = \frac{q_i^2}{2\mu_i} + V(x), i = 1, 2, \tag{2.2}$$

с помощью которых система (2.1)

$$\frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{8}{m\mu_1\mu_2}}\sqrt{(H - V(x))(N_1 - V(x))(N_2 - V(x))}$$

может быть проинтегрирована относительно временной координаты:

$$t - t_0 = \sqrt{\frac{m\mu_1\mu_2}{8}}\int\frac{dx}{\sqrt{(H - V(x))(N_1 - V(x))(N_2 - V(x))}}. \tag{2.3}$$

В потенциале осциллятора интеграл (2.3) сводится к гиперэллиптическому интегралу

$$2\omega\sqrt{\frac{N_1N_2}{\mu_1\mu_2}}(t-t_0)=\int\frac{dy}{\sqrt{(1-y^2)(1-k_1^2y^2)(1-k_2^2y^2)}},\tag{2.4}$$

где мы положили $y=\sqrt{\frac{m\omega^2}{2H}}x$ и $k_1^2=\frac{H}{N_1}$, $k_2^2=\frac{H}{N_2}$. Тогда зависимость фазовых координат от времени выражается через гиперэллиптические функции Якоби (см. приложение):

$$x=\sqrt{\frac{2H}{m\omega^2}}hsn(2\omega(t-t_0)\sqrt{\frac{N_1N_2}{\mu_1\mu_2}},k_1,k_2),$$

$$p=\sqrt{2mH}hcn(2\omega(t-t_0)\sqrt{\frac{N_1N_2}{\mu_1\mu_2}},k_1,k_2),\tag{2.5}$$

$$q_1=\sqrt{2\mu_1N_1}hdn(2\omega(t-t_0)\sqrt{\frac{N_1N_2}{\mu_1\mu_2}},k_1,k_2),$$

$$q_2=\sqrt{2\mu_2N_2}hdm(2\omega(t-t_0)\sqrt{\frac{N_1N_2}{\mu_1\mu_2}},k_1,k_2).$$

Как в предыдущем параграфе величина $x=x(t)$ интерпретируется как траектория частицы. Следовательно, сила и работа определяются формулами (1.9), (1.10). По той же схеме, что и в предыдущем параграфе, найдем формулы для кинетической и потенциальной частей энергии. Изменение кинетической энергии выражается интегралом

$$m\int_a^b\frac{d^2x}{dt^2}dx=\frac{1}{\mu_1\mu_2}\int_a^b\frac{d(pq_1q_2)}{dt}dx=\int_a^b vd\pi=E_{kin}(x=b)-E_{kin}(x=a),$$

где

$$\pi=p\frac{q_1q_2}{\mu_1\mu_2}$$

импульс, а величина

$$E_{kin}=\frac{p^2}{2m}\frac{q_1^2q_2^2}{\mu_1^2\mu_2^2}\tag{2.6}$$

есть кинетическая энергия. Чтобы найти потенциальную часть энергии, вычислим интеграл

$$\int_a^b\frac{d\pi}{dt}dx=\frac{1}{\mu_1\mu_2}\int_a^b\{q_1q_2\frac{dp}{dt}+pq_2\frac{dq_1}{dt}+q_1p\frac{dq_2}{dt}\}dx=$$

$$=-\frac{1}{\mu_1\mu_2}\int_a^b\frac{\partial V}{\partial x}\{\frac{p^2q_1^2}{m\mu_1}+\frac{q_1^2q_2^2}{\mu_1\mu_2}+\frac{p^2q_2^2}{m\mu_2}\}dx=$$

$$=-\frac{4}{\mu_1\mu_2}\int_a^b\frac{\partial V}{\partial x}\{(N_1-V)(N_2-V)+(N_2-V)(H-V)+(H-V)(N_1-V)\}dx.$$

Таким образом, потенцильная часть энергии имеет вид

$$E_{pot}=\frac{4}{\mu_1\mu_2}\{(N_1N_2+N_2H+HN_1)V-(N_1+N_2+H)V^2+V^3\},\tag{2.7}$$

где H,N_1,N_2 являются константами движения. Полная энергия представляется суммой

$$E_{total}=E_{kin}+E_{pot}=$$

$$=\frac{4}{\mu_1\mu_2}\{\frac{p^2}{2m}\frac{q_1^2q_2^2}{2\mu_12\mu_2}+(N_1N_2+N_2H+HN_1)V-(N_1+N_2+H)V^2+V^3\}.\tag{2.8}$$

Теперь, подставив явный вид функции H,N_1,N_2 из (2.2), преобразуем (2.8) к виду

$$E_{total}=\frac{4}{\mu_1\mu_2}(\frac{p^2}{2m}+V)(\frac{q_1^2}{2\mu_1}+V)(\frac{q_2^2}{2\mu_2}+V)=\frac{4}{\mu_1\mu_2}(N_1N_2H).\tag{2.9}$$

Таким образом, мы получили следующее соответствие с механикой Ньютона: решения уравнений (2.1) с потенциалом $V(x)$ совпадают с решениями уравнения Ньютона с потенциалом

$$W=\frac{4}{\mu_1\mu_2}\{(N_1N_2+N_2H+HN_1)V-(N_1+N_2+H)V^2+V^3\}.\tag{2.10}$$

При этом эффективный импульс определяется формулой

$$\pi=p\frac{q_1q_2}{\mu_1\mu_2}.$$

Сравнивая (2.10) с потенциалом

$$W=\alpha_1V-\alpha_2V^2+\lambda V^3,$$

найдем, как это было сделано в предыдущем параграфе, поведение N_1,N_2 при $\mu_1,\mu_2\to\infty$. Сравнение (2.10) с (2.11) и (2.9) дает систему уравнений для определения H,N_1,N_2 через E,α_1,α_2:

$$\alpha_1=\frac{4}{\mu_1\mu_2}(N_1+N_2+H),\quad \alpha_2=\frac{4}{\mu_1\mu_2}(N_1N_2+N_2H+HN_1),\quad E=\frac{4}{\mu_1\mu_2}(N_1N_2H).$$

Это система уравнений Виета для кубичного полинома

$$x^3 - \frac{\mu_1\mu_2\alpha_2}{4}x^2 + \frac{\mu_1\mu_2\alpha_1}{4}x - \frac{\mu_1\mu_2}{4}E = 0,$$

решения которого выражаются формулами Кардано.Они определяют явную зависимость N_1, N_2 от параметров μ_1, μ_2.

§3.Заключение

Попытаемся кратко описать область возможных применений метода эллиптической деформации. Как было уже отмечено выше,ЭДУ мы предлагаем как уравнения движения ,призванные описывать движение частиц при высоких энергиях.Трудно предсказать как изменится форма движения в результате эллиптической деформации для потенциалов произвольного вида , но относительно класса гладких одномерных потенциалов с бесконечными краями можно сказать следующее. В результате применения метода эллиптической деформации к потенциалу V добавляется член $\delta V = -\alpha V^2$, так что эффективный потенциал становится открытым.В рамках классической механики это означает, что траектория движения как однопериодическая функция времени после эллиптической деформации становится двупериодичной.Соответственно, в квантовой механике уровни энергии связанных состояний приобретут определенную ширину.Следовательно, одно из применений метода эллиптической деформации —это область резонансных явлений.

В классической теории поля метод эллиптической деформации позволит по-новому взглянуть на теорию спонтанного нарушения симметрии,поскольку эффективный потенциал здесь имеет форму

$$V(\phi) = \frac{m^2}{2}\phi^2 - \frac{g}{4!}\phi^4.$$

Т.о. последний член в $V(\phi)$ может быть интерпретирован как результат эллиптической деформации .

В заключение отметим, что движение планет по эллиптическим орбитам и смещение перигелия орбиты может быть истолковано как результат эллиптической

деформации уравнения Ньютона.Как известно [9], движению планет по эллипсам мы обязаны центробежной добавке $\delta V = \frac{M^2}{r^2}$ к потенциалу $V = -\frac{\alpha}{r}$. Сравнивая это с потенциалом (1.15), мы можем интерпретировать появление $\delta V = \frac{M^2}{r^2}$ как результат эллиптической деформации .

Далее,гиперэллиптическая деформация приводит к потенциалу вида

$$V = -\frac{\alpha}{r} + \beta\frac{M^2}{r^2} - \frac{\gamma}{r^3}.$$

Добавка к потенциалу $\delta V = \beta\frac{M^2}{r^2} - \frac{\gamma}{r^3}$ приводит к смещению перигелия орбиты планеты на малую угловую величину $\delta\phi$. Приведенный пример —одна из возможностей ,чтобы оценить параметры μ_1, μ_2 в уравнениях $(1.2)-(1.4), (2.1)$.

§4.Приложение

Гиперэллиптическая функция Якоби $y = hsn(u, k_1, k_2)$ определяется как обращение интеграла

$$u = \int \frac{dy}{\sqrt{(1-y^2)(1-k_1^2y^2)(1-k_2^2y^2)}}. \tag{2.4}$$

Введем еще три мероморфные функции, зависящие от параметров k_1, k_2:

$$\sqrt{1-y^2} = hcn(u, k_1, k_2),$$

$$\sqrt{1-k_1^2y^2} = hdn(u, k_1, k_2)\sqrt{1-k_2^2y^2} = hdm(u, k_1, k_2).$$

Имея эти соотношения, нетрудно получить следующие формулы дифференцирования:

$$\frac{d}{d\phi}hcn(\phi) = -hsn(\phi)hdn(\phi)hdm(\phi),$$

$$\frac{d}{d\phi}hsn(\phi) = hcn(\phi)hdn(\phi)hdm(\phi),$$

$$\frac{d}{d\phi}hdn(\phi) = -k_1^2hsn(\phi)hcn(\phi)hdm(\phi),$$

$$\frac{d}{d\phi}hdm(\phi) = -k_2^2hsn(\phi)hdn(\phi)hcn(\phi).$$

Литература

1. Р.М.Ямалеев,Сообщения ОИЯИ, Р2-94-109,Е2-94-249,Дубна,1994;
R.M.Yamaleev, Abstracts of the conference on Dynamical Systems and Chaos,Tokyo 1994,May 23-24.

2. Y.Nambu,Phys.Rev.D, 7 (1973) 2405.

3. F.B.Estabrook,Phys.Rev.D, 8 (1973)2740.

4. F.Bayen and M.Flato ,Phys.Rev.D, 11 (1975)3049.

5. M.Flato,A.Lichnerowicz,D.Sternheimer, J.Math.Phys.,17 (1976)1754.

6. G.J.Ruggeri,Int.J.Theor.Phys.,12 (1975)287;
Lett.,Nuovo Cimento,17 (1976)169; Acta Cient.Venez.,32(1981)203.

7. M.G.Sucre and A.J.Kalnay, Int.J.Theor.Phys.,12 (1975)149.

8. Н.И.Ахиезер,Элементы теории эллиптических функций, М.,Наука,1970.

9. Л.Д.Ландау,Е.М.Лифшиц,Механика,М.,Наука,1965.

Рукопись поступила в издательский отдел
24 апреля 1995 года.

Ямалеев Р.М. Р2-95-192

Гиперэллиптическая деформация
уравнений классической механики

Продолжено исследование эллиптически деформированных уравнений классической механики, постулированных автором в [1]. Показано, что первично деформированные уравнения могут быть деформированы повторно, а полученные уравнения деформированы еще раз и т.д. Высшие степени деформации мы называем гиперэллиптическими, поскольку соответствующие решения в осцилляторном потенциале будут даны гиперэллиптическими функциями. Гиперэллиптически деформированные уравнения движения формулируются в фазовом пространстве $d \geq 3$ измерений как уравнения движения с $(d-1)$ функциями Гамильтона — Намбу. В стационарном случае энергия пропорциональна произведению гамильтоновых функций. Эффективный потенциал есть полином степени $(d-1)$ от основного потенциала. В заключении приведены известные примеры из классической механики и теории поля, приобретающие новый смысл с точки зрения метода эллиптической деформации.

Работа выполнена в Лаборатории вычислительной техники и автоматизации ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1995

Перевод автора

Yamaleev R.M. P2-95-192

Hyperlliptic Deformation of Classical Mechanism Equations

We continue the investigations of elliptic deformed equations of classical mechanics which have been postulated in [1]. It is shown that after the first step of elliptic deformation the equation can be deformed for second time and the result can be deformed again, etc. We named higher degree of deformation hyperelliptic because oscillator solution is given by hyperelliptic Jacoby functions. Hyperelliptic deformed equation is formulated in $d \geq 3$ dimensional phase space with $(d-1)$ Hamilton — Namby functions. In the case of stationary moving the total energy is equal to product of Hamilton — Namby functions. Effective potential is a polynomial of $(d-1)$ degree of the original potential. In conclusion the old examples from classical mechanics are interpreted on the view of elliptic deformed theory.

The investigation has been performed at the Laboratory of Computing Techniques and Automation, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 1995