СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р2 - 9498

Д.Баатар, М.Динейхан, Х.Намсрай

ВЕКТОРНЫЕ ПОЛЯ И НЕЛОКАЛЬНОСТЬ

1976

P2 - 9498

Д.Баатар,* М.Динейхан,* Х.Намсрай*

ВЕКТОРНЫЕ ПОЛЯ И НЕЛОКАЛЬНОСТЬ

* Институт математики АН МНР

1. Введение

Существование векторных мезонов в природе, их связи с законами сохранения и универсальностью взаимодействий [1] наводят на мысль, что для последовательного построения векторной теории неренормируемых взаимодействий с самого начала необходимо привлекать методы нелокальной теории поля [2] и постулировать, что источником нелокальности взаимодействия служат векторные поля. Однако в силу требования градиентной инвариантности не все векторные поля взаимодействуют нелокально, а только нейтральные поля, так как введение нелокальности во взаимодействие эффективно приводит к тому, что в ряду теории возмущений изменяются пропагаторы векторных полей [2].

В настоящее время известны следующие нейтральные векторные поля:

$A_\mu(x)$ - электромагнитное поле; поля ρ°, ω, ϕ, $\psi(3105)$? и др. сильновзаимодействующих векторных частиц; Z° - векторное поле, связанное с нейтральным током слабого взаимодействия в модели Вайнберга.

Введением нелокальности в электромагнитное поле $A_\mu(x)$ Г.В.Ефимовым [3] была построена нелокальная квантовая электродинамика, удовлетворяющая основным принципам теории поля: унитарности, градиентной инвариантности, макропричинности, ковариантности и конечности. Более того, в рамках нелокальной теории Г.В.Ефимова были получены ограничения на элементарные длины ℓ_w -слабых и ℓ_{em} -электромагнитных взаимодействий

$$\ell_w \lesssim 10^{-15}\ \text{см}, \qquad \ell_{em} \lesssim 10^{-15}\ \text{см}$$

на основе экспериментальных данных при высоких и низких энергиях [4]. Здесь $\ell_w (\ell_{em})$ характеризует область, где слабое /электромагнитное/ взаимодействие становится нелокальным.

Этот экспериментальный факт говорит о том, что вполне возможно существование единой фундаментальной длины $\Lambda = \ell_w \sim \ell_{em} \sim \ell_{st}$ для всех типов взаимодействий, имеющей более глубокий физический смысл, чем мы сейчас предполагаем. Эта универсальная длина может быть связана с максимоном [5] или со стохастическим характером самого пространства-времени [6]. Поэтому представляет большой интерес получение информации о величине ℓ_{st}, где ℓ_{st} - элементарная длина сильного взаимодействия.

В настоящее время отсутствие единого описания процессов сильного взаимодействия приводит к трудностям введения нелокальности в это взаимодействие. Тем не менее есть некоторые универсальные соотношения /например, дисперсионные/, выражающие важное требование взаимосвязи между различными физическими процессами, полученные из наиболее общих принципов локальной квантовой теории, и модели, основанные на симметрии, универсальности и сохраняющихся токах /например, модель векторной доминантности/, проверка которых при высоких энергиях /на малых расстояниях/ требует частичного введения нелокальности в теорию сильного взаимодействия.

Данная работа посвящена попытке ввести нелокальность через векторные поля в теорию сильных взаимодействий на основе модели векторной доминантности и вычислению величины элементарной длины ℓ_{st}. Исследованы распады $\omega \to 3\pi$, $\omega \to \pi\gamma$ в рамках модели векторной доминантности и получено ограничение на величину ℓ_{st}, $\ell_{st} \lesssim 10^{-14}$ *см.*

2. *Пропагатор нелокального векторного поля*

Нелокальность в теорию сильного взаимодействия входит через поля $B_\mu(x, \ell_{st})$ доминирующих векторных нейтральных частиц. По определению, их хронологические свертки определяются следующим образом:

$$D_{\mu\nu}(x-y) = \langle 0 | T\{B_\mu(x, \ell_{st}), B_\nu(y, \ell_{st})\} | 0 \rangle =$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^4 i} \int d^4 p \, \frac{g_{\mu\nu} V_1(-p^2 \ell_{st}^2) - \frac{p_\mu p_\nu}{m^2} V_2(-p^2 \ell_{st}^2)}{m^2 - p^2 - i\epsilon} e^{-ip(x-y)}, \qquad /1/$$

где $V_i(z)$ - целые функции в комплексной z -плоскости конечного порядка роста $\frac{1}{2} \le \rho < \infty$, удовлетворяющие условиям [2]. Измененный согласно формуле /1/ векторный пропагатор $D^E_{\mu\nu}(x)$ в евклидовом x -пространстве записывается в виде

$$D^E_{\mu\nu}(x) = [g_{\mu\nu} W_1\left(\frac{x^2}{\ell_{st}^2}\right) + \frac{1}{m^2} W_2\left(\frac{x^2}{\ell_{st}^2}\right) \frac{\partial^2}{\partial x_\mu \partial x_\nu}] \Delta^c_E(x).$$

Здесь $W_i(x^2/\ell_{st}^2)$ - некоторые функции,

$$\Delta^c_E(x) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4 k_E e^{ik_E x_E} \frac{1}{m^2 + k_E^2} = \frac{m}{(2\pi)^2} \frac{K_1(m\sqrt{x^2})}{\sqrt{x^2}}.$$

Мы рассматриваем случай, когда $W_1 = W_2$, т.е. $D^E_{\mu\nu}(x) = W\left(\frac{x^2}{\ell_{st}^2}\right) D^\circ_{\mu\nu}(x)$,

$$D^\circ_{\mu\nu}(x) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4 k_E e^{ik_E x_E} \frac{1}{m^2 + k_E^2} [g_{\mu\nu} - \frac{k_\nu k_\mu}{m^2}] =$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^2} \{ g_{\mu\nu} [K_3(m\sqrt{x^2}) - 3K_2(m\sqrt{x^2})] \frac{1}{x^2} +$$

$$+\frac{x_\mu x_\nu}{x^2\sqrt{x^2}}\, m\, K_3(m\sqrt{x^2}\,)\}. \qquad /2/$$

Здесь

$$W(u)=\begin{cases} O(u^{\sigma}) & \text{при} \quad u\to 0\,,\ \sigma\ge\frac{1}{2}\,, \\ 1+O(\exp\{-u^{\gamma}\}) & \text{при} \quad u\to\infty\,, \end{cases} \qquad /3/$$

где $\gamma=\rho/(2\rho-1)>\frac{1}{2}$ для $\rho>\frac{1}{2}$ и $W(u)=1$ при $u>1$ для $\rho=\frac{1}{2}$.

Используя соотношение /2/, выразим $V_i\,(k_E^2\ell_{st}^2)$ через $W(u)$. Тогда

$$\frac{g_{\mu\nu}V_1(k_E^2\ell_{st}^2)-k_\nu k_\mu V_2(k_E^2\ell_{st}^2)/m^2}{m^2+k_E^2}=$$

$$=\frac{g_{\mu\nu}}{\sqrt{k_E^2}}\int_0^\infty dr\,\{[\,rm\,K_1(mr)+K_2(mr)]\,\times \qquad /4/$$

$$\times\, J_1(r\sqrt{k_E^2})-\frac{m}{\sqrt{k_E^2}}K_3(mr)J_2(r\sqrt{k_E^2})\}W\Big(\frac{r^2}{\ell_{st}^2}\Big)\ -$$

$$-\frac{k_\mu k_\nu}{k_E^2\sqrt{k_E^2}}\,m\int_0^\infty dr\, r\,K_3(mr)\times J_3(r\sqrt{k_E^2})W\Big(\frac{r^2}{\ell_{st}^2}\Big).$$

Учитывая соотношения между цилиндрическими функциями и условие /3/, интегрируем по частям; далее, сделав

замену переменных $u=\frac{r^2}{\ell_{st}^2}$, воспользуемся представлением функций Бесселя, получим для функций V_i^H, удовлетворяющих условию $V_i^H(-m^2\ell_{st}^2)=1$, следующие выражения:

$$V_i\,(-k^2\ell_{st}^2)=\frac{1}{2i}\int_{-\beta+i\infty}^{-\beta-i\infty} d\zeta\,\frac{\left(-\frac{k^2\ell_{st}^2}{4}\right)^{\zeta}\ v_i(\zeta,k^2)/v_i\,(0,m^2)}{\sin\pi\zeta\,\Gamma(1+\zeta)}\,, \qquad /5/$$

где

$$\Gamma(3+\zeta)v_1(\zeta,k^2)=\frac{m\ell_{st}}{4}\int_0^\infty du\,\{3\zeta\,(2+\zeta)K_1(m\,\ell_{st}\sqrt{u})\,+$$

$$+\frac{4\zeta+6}{2}\sqrt{u}\,m\,\ell_{st}\ K_2\,(m\ell_{st}\sqrt{u})\,+$$

$$+\frac{k^2\ell_{st}^2\ u}{4}K_3(m\,\ell_{st}\sqrt{u})\}\,u^{\zeta+\frac{1}{2}}\ W'(u)\,,$$

$$\Gamma(3+\zeta)v_2\ (\zeta,k^2)=\frac{m^2\ell_{st}^2}{2}\int_0^\infty du\,\{\frac{m\ell_{st}\sqrt{u}}{2}K_3(m\ell_{st}\sqrt{u})\,+$$

$$+\zeta\frac{m^2}{\ell_{st}^2}K_2(m\ell_{st}\sqrt{u})\}U^{\zeta+1}\ W'(u).$$

3. Вероятность распада $\omega\to 3\pi$

Диаграмма Фейнмана для этого распада приведена на рис. 1.

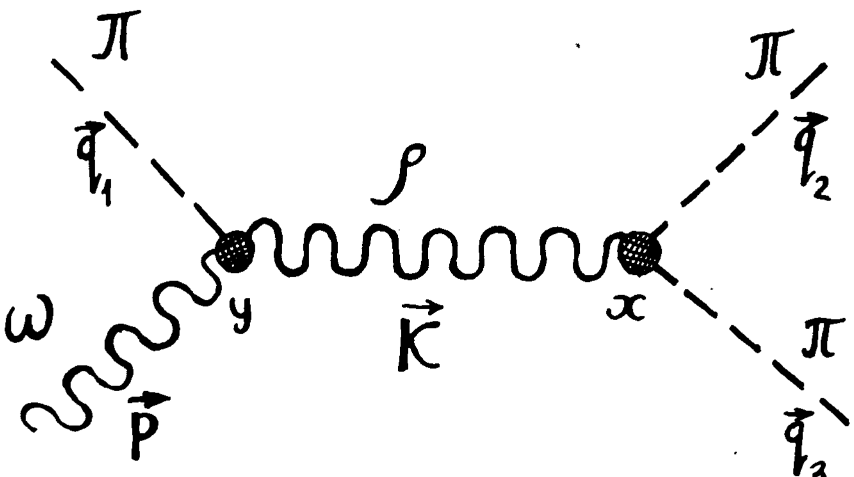

Рис. 1

Запишем лагранжиан взаимодействия нашего процесса в отдельных вершинах:

$$\mathcal{L}_1(y) = \frac{f_{\rho\pi\omega}}{m_\omega}\, \epsilon_{\alpha\beta\nu\mu}\, \omega_\alpha \left(\frac{\partial \vec{\rho}_\beta(y, \ell_{st})}{\partial y_\nu} \, \frac{\partial \vec{\phi}}{\partial y_\mu} \right),$$

$$\mathcal{L}_2(x) = f_{\rho\pi\pi}\, \vec{\rho}_\delta(x, \ell_{st}) \left(\vec{\phi} \times \frac{\partial \vec{\phi}}{\partial x_\delta} \right). \qquad /6/$$

Матричный элемент S -матрицы дается выражением

$$M = \langle f \,|\, S \,|\, i \rangle = i^2 \iint d^4x\, d^4y \,\langle f \,|\, T\,[\,\mathcal{L}_1(y),\ \mathcal{L}_2(x)\,] \,|\, i \rangle =$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^2}\, \frac{1}{4}\, \frac{f_{\rho\pi\pi}\, f_{\rho\pi\omega}}{m_\omega \sqrt{p_0 q_{10} q_{20} q_{30}}}\, \epsilon_{\alpha\beta\nu\mu}\, e_\alpha q_{1\mu} k_\nu \tilde{D}_{\beta\sigma}(k) \times$$

$$\times\ (q_3 - q_2)\ \delta^{(4)}(p - q_1 - q_2 - q_3)', \qquad /7/$$

где e_α - вектор поляризации ω-мезона и $\tilde{D}_{\beta\sigma}(k)$ определяется формулами /4/ и /5/.

Учитывая, что $k_\mu(q_3 - q_2)_\mu = 0$ и подставляя в /7/ явный вид функции $\tilde{D}_{\beta\delta}(k)$ по формулам /5/, получим следующее выражение для вероятности распада с точностью до членов порядка $O(k^4 \ell^4_{st})$ /очевидно, $K^2 < m^2_\omega$ /:

$$W = \frac{1}{(2s_i + 1)}\, \frac{1}{(2\pi)^5}\, \frac{f^2_{\rho\pi\pi}\, f^2_{\rho\pi\omega}}{2^4\, m^2_\omega}\, \frac{1}{(m^2_\rho - k^2)^2} \left(1 + \frac{k^2 \ell^2_{st} v_1(1, k^2)}{12}\right) \times$$

$$\times \sum_{s_i} \epsilon_{\alpha\beta\nu\mu}\, \epsilon_{\rho\kappa\sigma\lambda} \cdot e_\alpha e_\rho q_{1\mu} q_{1\lambda} k_\nu k_\sigma (q_3 - q_2)_\beta (q_3 - q_2)_\kappa \,.$$

Суммирование по поляризации ω-мезона $\left(\sum_{s_i} e_\alpha e_\rho = g_{\alpha\rho} - \frac{p_\alpha p_\rho}{m^2_\omega} \right)$ и интегрирование по фазовому объему двух частиц дает

$$W = \frac{1}{9}\, \frac{f^2_{\rho\pi\omega}\, f^2_{\rho\pi\pi}}{2^7\, \pi^4}\, \frac{1}{m^2_\omega} \int \frac{d\vec{q}_1}{q_{10}}\, \frac{1}{p_0}\, \frac{1}{(m^2_\rho - k^2)^2} \times$$

$$\times \left(1 + \frac{\ell^2_{st} k^2\, v_1(1, k^2)}{12}\right) \sqrt{1 - \frac{4m^2_\pi}{k^2}} \left(1 - \frac{4m^2_\pi}{k^2}\right) \times$$

$$\times \left[3\left(1 + \frac{m^2_\pi}{m^2_\omega}\right) \frac{q_{10}}{m_\omega} - \frac{2q^2_{10}}{m^2_\omega} - \left(1 + \frac{m^2_\pi}{m^2_\omega}\right)^2 \right] (q^2_{10} - m^2_\pi)\,.$$

Переходя к системе покоя ω-мезона и проделав необходимые численные расчеты, получим

$$W(\omega \to 3\pi) = \frac{f^2_{\rho\pi\omega} \cdot f^2_{\rho\pi\pi}}{16\pi^2\, m^2_\omega} \left[Q^2 m_\omega S_0 (1 - 0{,}2\, m^2_\omega \ell^2_{st}) \right],$$

$$Q = 321 \text{ МэВ}, \qquad S_0 \cong 0{,}5 \qquad /8/$$

для простого формфактора $V(z)$ порядка роста $\rho=1/2$, при котором $W(u)=\theta(u-1)$.

4. *Вероятность распада* $\omega\to\pi\gamma$

Матричный элемент S-матрицы, соответствующий диаграмме *рис. 1*, во втором порядке может быть записан в виде

$$M=\frac{(-i)^2}{2m_\omega}f_{\rho\pi\pi}\frac{em_\rho^2}{f_\rho}\iint d^4x\,d^4y<f|T\{\epsilon_{\alpha\beta\nu\mu}\;\omega_\alpha\Big(\frac{\partial\vec{\rho}_\beta}{\partial y_\nu}\cdot\frac{\partial\vec{\phi}}{\partial y_\mu}\Big)\times$$

$$\times\rho_\kappa(x)A^\kappa(x)\}|i>.$$

Заметим, что здесь не нужно вводить нелокальность в поле ρ-мезона, поскольку в этом случае ρ-мезон служит своеобразным мостиком между сильным и электромагнитным взаимодействиями.

Проделав вычисления, аналогичные приведенным выше, получим следующее выражение для вероятности распада $\omega\to\pi\gamma$:

$$W(\omega\to\pi\gamma)=\frac{f^2_{\rho\pi\omega}}{2^5}\,\frac{\alpha}{3f_\rho^2m_\omega^3}\,\frac{25}{12}(m_\omega^2-m_\pi^2)^2.$$

Отношение к вероятности распада $\omega\to3\pi$ /8/ составляет

$$\Gamma=\frac{W(\omega\to\pi\gamma)}{W(\omega\to3\pi)}=W_0\,(1-0{,}2m_\omega^2\ell^2_{st}),\qquad /9/$$

где

$$W_0=\alpha s/\Big(\frac{f^2_{\rho\pi\pi}}{4\pi}\cdot\frac{f^2_\rho}{4\pi}\Big),$$

$s\sim100$ - фазовое пространство и другие кинематические множители. Экспериментальное отношение

$$\Gamma_{экс}=\frac{(9\pm1)\%}{90\%}=0{,}1\pm0{,}01.\qquad /10/$$

С другой стороны, в силу требования универсальности векторного мезона в модели векторной доминантности должно выполняться условие

$$f_{\rho\pi\pi}=f_{\rho NN}=\ldots=f_\rho$$

при малых передаваемых импульсах , а эксперименты по измерению ширины распадов $\rho\to\pi^+\pi^-$, $\rho\to\mu^+\mu^-$ и $\pi N\to\pi N$ дают

$$\frac{f_\rho f_{\rho\pi\pi}}{4\pi}=2{,}3\pm0{,}3;\;\Big[\frac{\Gamma(\rho\to\mu^+\mu^-)}{\Gamma(\rho\to\pi^+\pi^-)}=(5{,}1\pm1{,}2)\cdot10^5\Big];$$

$$\frac{f^2_{\rho\pi\pi}}{4\pi}=2{,}5\pm0{,}1;$$

$$[\Gamma(\rho\to\pi^+\pi^-)=(128\pm5)];\qquad\frac{f_{\rho\pi\pi}f_{\rho NN}}{4\pi}=2{,}85\pm0{,}3.$$

Отсюда $f_\rho\cdot f_{\rho\pi\pi}/4\pi\cong2\div3$.

Тогда, принимая во внимание равенства /9/ и /10/, получим следующее ограничение:

$$\ell_{st}\lesssim10^{-14}\ см$$

в рамках модели векторной доминантности.

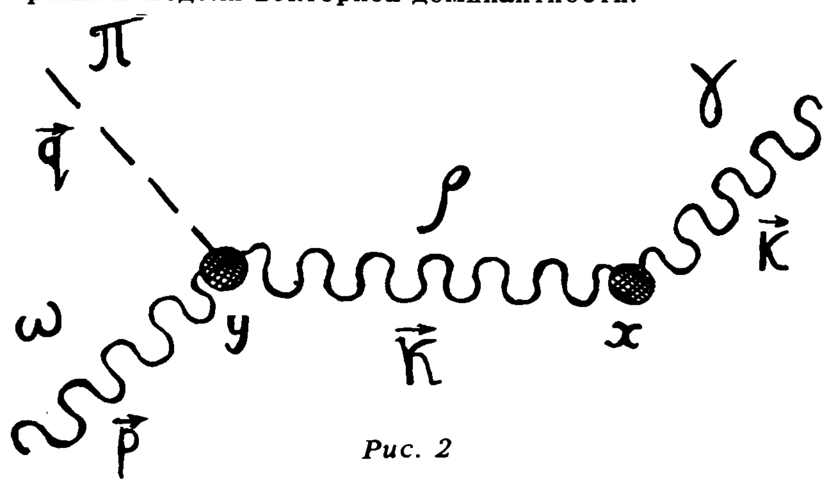

Рис. 2

В заключение выражаем глубокую благодарность участникам семинара Института физики и техники АН МНР за полезные обсуждения, а также доктору Г.В.Ефимову и В.Г.Малышкину за интерес к работе, стимулирующие обсуждения и замечания.

Литература

1. *C.N.Yang, R.L.Mills. Phys.Rev., 96, 191 (1954);*
   M.Gell-Mann, F.Zachariansen. Phys.Rev., 124, 953 (1961);
   В.И.Огиевецкий, И.В.Полубаринов. Препринт ОИЯИ, Р-1214, Дубна, 1963;
   M.Gell-Mann et al. Phys.Rev.Lett., 8, 261 (1961);
   Дж.Сакурай. Токи и мезоны. Атомиздат, М., 1972.
2. *G.V.Efimov. Commun. Math.Phys., 5, 42 (1967); 7, 138 (1968);*
   Препринт ИТФ-52, 54, Киев, 1968; Проблемы физики, ЭЧАЯ, том, 1, вып. 1, 256 /1970/;
   V.A.Alebastrov, G.V.Efimov. Commun.Math.Phys., 31, 1 (1973).
3. *Г.В.Ефимов. Проблемы физики. ЭЧАЯ, том. 5, вып. 1, 223 /1974/.*
4. *Х.Намсрай. Автореферат кандидатской диссертации, ОИЯИ, 2-7478, Дубна, 1973; М.Динейхан, Х.Намсрай. Сообщение ОИЯИ, Р2-9037, Дубна, 1975.*
5. *М.А.Марков. Препринты ОИЯИ, Е-2014, Дубна, 1966, Е2-5271, Дубна, 1970.*
6. *Д.И.Блохинцев. ТМФ, том. 17, №2, 153 /1973/.*

Рукопись поступила в издательский отдел
29 января 1976 года.