

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА



С346.48

4-125

974/2-76

15/3-76

P2 - 9417

М.П.Чавлейшвили

НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ТЕОРЕМЫ
ДЛЯ t -КАНАЛЬНЫХ СПИРАЛЬНЫХ АМПЛИТУД
ФОТОРОЖДЕНИЯ π -МЕЗОНА НА НУКЛОНЕ

1975

P2 - 9417

М.П. Чавлейшвили

НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ТЕОРЕМЫ
ДЛЯ t -КАНАЛЬНЫХ СПИРАЛЬНЫХ АМПЛИТУД
ФОТОРОЖДЕНИЯ π -МЕЗОНА НА НУКЛОНЕ

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

I. В в е д е н и е

Низкоэнергетические теоремы для комптоновского рассеяния были получены еще в пятидесятых годах^{/1-3/}. В этих ранних работах, основываясь на квантовой теории поля, определяли амплитуду комптоновского рассеяния на нуклоне при стремлении энергии падающего фотона к нулю. С тех пор многие авторы неоднократно возвращались к низкоэнергетическим теоремам^{/4-9/}. Низкоэнергетические теоремы были также получены для других процессов с участием фотонов^{/10-13/}, в том числе для фоторождения \mathcal{N} -мезона на нуклоне^{/14/} - известная теорема Кролла и Рудермана.

Абэрбанел и Голдбергер^{/15/} предложили так называемый " S -метричный" подход для рассмотрения комптон-эффекта, который основан на использовании дисперсионного представления для "приведенных" спиральных амплитуд, обладает рядом преимуществ по сравнению с другими и в особенности прост при рассмотрении комптон-эффекта на мишени со спином 0.

Однако в случае рассеяния фотона на нуклоне вывод усложняется, к тому же становится неправильным критерий справедливости теорем (они по Абэрбанелу и Голдбергеру определялись наличием кинематических множителей $(\sin \frac{\theta_s}{2})^\alpha (\cos \frac{\theta_s}{2})^\beta$ у спиральных амплитуд) и оценке точности, с которой борновский член определяет спиральную амплитуду при низких энергиях - $O(E^{\alpha+\beta})$. Эти трудности вызваны тем, что указанные авторы используют "приведенные" спиральные амплитуды в S -

канале, которые свободны от кинематических особенностей по t , но содержат особенности по S . С привлечением t -канальных спиральных амплитуд и кроссинг-соотношением им удалось выявить кинематическую особенность в точке $S=m^2$ и правильно оценить порядок точности. Для рассмотрения комптон-эффекта на мишени со спином один и выше, а также для других фотон-адронных процессов непосредственное применение указанного метода затруднительно.

В работах^{/16,17/} для получения низкоэнергетических теорем были использованы так называемые регуляризованные спиральные амплитуды, свободные от кинематических особенностей по обоим переменным S и t . Данный метод, обладая большой общностью, дает возможность единым образом рассмотреть целый класс родственных процессов — рассеяние безмассовой частицы (фотона или гравитона) на мишени с произвольным спином и выявить кинематическую природу низкоэнергетических теорем. Этот метод можно применить и к другим фотон-адронным процессам.

В настоящей работе предложенный в^{/16,17/} метод применяется для рассмотрения фоторождения π -мезона на нуклоне. Мы получим низкоэнергетический предел для определенных комбинаций t -канальных спиральных амплитуд, которые в пределе нулевой массы внешнего π -мезона с точностью до второго порядка по энергии определяются борновскими (полюсными) членами.

2. Дисперсионные соотношения и кинематические особенности

Для получения низкоэнергетических теорем в^{/16,17/} рассматривались дисперсионные соотношения для регуляризованных спиральных амплитуд.

Строгое доказательство дисперсионных соотношений в рамках квантовой теории поля для рассеяния π -мезона на нуклоне дал Н.Н.Боголюбов еще в 1956 году (см. книги^{/18,19/}). Первый успех в доказательстве дисперсионных соотношений вызвал к жизни их многочисленные применения к различным процессам (см., например,^{/20/}). Для фоторождения пиона на нуклоне дисперсионные соотношения были получены в работе А.А.Логунова, Л.Д.Соловьева и А.Н.Тэвхелидзе^{/21/}.

Дисперсионные соотношения оказались удобным и естественным аппаратом для описания взаимодействия элементарных частиц, а соответствующая техника в т.н. " S -матричном" подходе (см., например,^{/22/}) превратилась в целую отрасль физики элементарных частиц, не зависящую от квантовой теории поля, на которой она первоначально базировалась.

Физические спиральные амплитуды, описывающие процесс рассеяния помимо динамических особенностей, которые определяются дисперсионными соотношениями, имеют еще и дополнительные кинематические особенности, обусловленные наличием у частиц спина. (Существуют и особенности, возникающие из-за неравенства масс частиц, участвующих в процессах, (см., например,^{/23/}).

В работе^{/24/} была решена задача о выделении кинематических особенностей, связанных со спином, из спиральных амплитуд произвольного двухчастичного процесса с участием массивных

частиц. В работе^{/25/} были выделены кинематические особенности по S и t для реакций с участием фотонов (с учетом калибровочной инвариантности) и определены регуляризованные спиральные амплитуды, которые имеют такую же аналитическую структуру, как инвариантные амплитуды Йосе^{/26/}, т.е. удовлетворяют дисперсионным соотношениям.

Регуляризованные амплитуды $F_{\lambda_3 0; \lambda_1 \lambda_2}^{\pm}(s, t)$ и физические спиральные амплитуды фоторождения \mathcal{P} -мезона на нуклоне в системе центра масс t -канала $f_{\lambda_3 0; \lambda_1 \lambda_2}^t(s, t)$ связаны соотношением

$$F_{\lambda_3 0; \lambda_1 \lambda_2}^{\pm}(s, t) = t^{\alpha} (t - \mu)^{\beta} (t - 4m^2)^{\delta}.$$

$$\cdot \left[\hat{f}_{\lambda_3 0; \lambda_1 \lambda_2}^t(s, t) \pm \eta \hat{f}_{-\lambda_3 0; \lambda_1 \lambda_2}^t(s, t) \right].$$

Здесь $\alpha, \beta, \delta, \eta$ - числа, зависящие от значений спиральностей (см. таблицу X в работе^{/25/}) $\hat{f}_{\lambda_3 0; \lambda_1 \lambda_2}^t(s, t)$ - приведенная амплитуда:

$$\hat{f}_{\lambda_3 0; \lambda_1 \lambda_2}^t(s, t) = \frac{f_{\lambda_3 0; \lambda_1 \lambda_2}^t(s, t)}{\left(\sin \frac{\theta_t}{2}\right)^{|\lambda_1 - \mu|} \left(\cos \frac{\theta_t}{2}\right)^{|\lambda_1 + \mu|}},$$

где $\mu_1 = \lambda_3 - \lambda_4$, θ_t - угол рассеяния

$$\cos \theta_t = \frac{t + 2(s - m^2)}{\sqrt{t} \sqrt{t - 4m^2}}.$$

При θ_s фиксированном и $E \rightarrow 0$, $\cos \frac{\theta_t}{2}$ и $\sin \frac{\theta_t}{2}$ конечны.

3. Низкоэнергетические теоремы

Для процесса фоторождения в S -канале,

$$\gamma(k) + N(p_1) \rightarrow \mathcal{P}(q) + N(p_2),$$

в пределе, когда масса внешнего \mathcal{P} -мезона равна нулю, имеют следующие соотношения между переменными Мэнделштама и величиной импульса частиц p и углом рассеяния θ_s в системе центра масс

$$p = E = \frac{s - m^2}{2\sqrt{s}}, \quad t = -2p^2(1 - \cos \theta_s),$$

где $S = (k + p_1)^2$, $t = (k - q)^2$; k, p_1, p_2, q - четырехимпульсы соответствующих частиц, E - энергия фотона, m - масса нуклона.

При фиксированном θ_s , в пределе низких энергий из этих формул следует, что $S \rightarrow m^2$ и $t \rightarrow 0$.

В t -канале,

$$\bar{N}(\lambda_1) + N(\lambda_2) \rightarrow f(\lambda_3) + \mathcal{P},$$

процесс описывается восемью спиральными амплитудами. (Здесь в скобках указаны спиральности соответствующих частиц). Инвариантность относительно пространственных отражений оставляет независимыми четыре, например, такие:

$$f_{-10; 1/2 1/2}^t(s, t), \quad f_{-10; -1/2 -1/2}^t(s, t), \quad f_{-10; 1/2 -1/2}^t(s, t)$$

и

$$f_{-10; -1/2 -1/2}^t(s, t).$$

Рассмотрим в пределе, когда масса внешнего π -мезона равна нулю, связанные с этими амплитудами следующие регуляризованные амплитуды:

$$F_1(s, t) \equiv F_{-10; 1/2, 1/2}^+(s, t) = \frac{1}{t} \left[\hat{f}_{-10; 1/2, 1/2}^+(s, t) - \hat{f}_{-10; -1/2, -1/2}^+(s, t) \right],$$

$$F_2(s, t) \equiv F_{-10; 1/2, -1/2}^-(s, t) = \frac{1}{t\sqrt{t-4m^2}} \left[\hat{f}_{-10; 1/2, 1/2}^+(s, t) + \hat{f}_{-10; -1/2, -1/2}^+(s, t) \right].$$

Как уже отмечалось, регуляризованные амплитуды $F_i(s, t)$, $i=1, 2$ удовлетворяют дисперсионным соотношениям. Дисперсионные соотношения без вычитания для $F_i(s, t)$ при фиксированном S имеют вид

$$F_i(s, t) = F_i^B(s, t) + \frac{1}{\pi} \left\{ \int_{t_0}^{\infty} \frac{dt'}{t'-t} F_i^{(t)}(s, t') + \int_{u_0}^{\infty} \frac{du'}{u'-u} F_i^{(u)}(s, u') \right\},$$

где $F_i^{(t)}(s, t)$ и $F_i^{(u)}(s, u)$ - абсорбционные части соответствующей функции в t - и u -каналах. Одно-частичный полюсной вклад $F_i^B(s, t)$ выделен. Он имеет динамический полюс в точке $S = m^2$. В низшем приближении по электромагнитным взаимодействиям $t_0 = 4\mu^2$, $u_0 = (m+\mu)^2$. Выражение в фигурных скобках, представляющее вклад от континуума, является регулярной функцией в точке $t = 0$, так как содержит регуляризованные амплитуды.

Переходя к приведенным спиральным амплитудам, получаем

$$\hat{f}_{-10; 1/2, 1/2}^+(s, t) - \hat{f}_{-10; -1/2, -1/2}^+(s, t) = \hat{f}_1^B(s, t) + t \cdot \frac{1}{\pi} \left\{ \int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{dt'}{t'-t} F_1^{(t)}(s, t') + \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} \frac{du'}{u'-u} F_1^{(u)}(s, u') \right\}$$

и

$$\hat{f}_{-10; 1/2, -1/2}^+(s, t) + \hat{f}_{-10; -1/2, 1/2}^+(s, t) = \hat{f}_2^B(s, t) + t \cdot \frac{\sqrt{t-4m^2}}{\pi} \left\{ \int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{dt'}{t'-t} F_2^{(t)}(s, t') + \int_{(m+\mu)^2}^{\infty} \frac{du'}{u'-u} F_2^{(u)}(s, u') \right\},$$

где

$$\hat{f}_1^B(s, t) = t F_1^B(s, t), \quad \hat{f}_2^B(s, t) = t\sqrt{t-4m^2} F_2^B(s, t)$$

борновские члены.

При фиксированном θ_s и малых энергиях фотона $E \rightarrow 0$ $E^2 \sim (s-m^2)^2 \sim t$. В пределе $t \rightarrow 0$ неизвестный вклад от континуума подавляется множителем $t \sim E^2$, и мы получаем искомое низкоэнергетическое поведение.

Заметим, что мы писали для регуляризованных амплитуд $F_i(s, t)$ дисперсионные соотношения без вычитаний. Как известно, число вычитаний определяется асимптотикой амплитуды, которую можно постулировать или же рассматривать в рамках определенной модели (например, в рамках модели Редже). Однако для получения низкоэнергетических теорем возможные вычитания не играют роли, так как вычитательные члены, так же

как рассматриваемый вклад от континуума, подавлялись бы одинаковым множителем $t \sim E^2$.

Таким образом, указанные комбинации t -канальных амплитуд при фиксированном θ_s и $E \rightarrow 0$ определяются полюсными (борновскими) членами в пределе безмассового внешнего пиона и в низшем порядке по электромагнитным взаимодействиям с точностью до $O(E^2)$:

$$\int_{-10; 1/2, 1/2}^t (s, t) - \int_{-10; -1/2, -1/2}^t (s, t) = \int_1^B (s, t) + O(E^2),$$

$$\int_{-10; 1/2, -1/2}^t (s, t) - \int_{-10; -1/2, 1/2}^t (s, t) = \int_2^B (s, t) + O(E^2).$$

Две другие комбинации t -канальных амплитуд, связанные с регуляризованными амплитудами, не содержат кинематическую особенность в точке $t = 0$, и поэтому непосредственное применение вышеуказанного метода для них не дает их низкоэнергетическое поведение.

4. З а к л ю ч е н и е

В работе обобщается предложенный ранее метод получения низкоэнергетических теорем на случай анализ поведения при низких энергиях определенных комбинаций t -канальных спиральных амплитуд фоторождения Π -мезона на нуклоне. Подчеркнута кинематическая природа низкоэнергетических теорем. Они являются следствием лоренц-инвариантности общих аналитических свойств регуляризованных амплитуд. Решающее значение для получения низкоэнергетических теорем имеет выделение

из амплитуд кинематических особенностей: низкоэнергетические теоремы получаются для тех комбинаций спиральных амплитуд, которые содержат кинематический множитель t^{-1} .

Автор выражает глубокую благодарность А.Н.Тавхелидзе за интерес к работе и ценные замечания, В.Р.Герсевенишвили, С.Б.Герасимову, В.М.Дубовику, В.Г.Кадышевскому, В.А.Матвееву, Р.М.Мурядяну, Н.Б.Скачкову и А.А.Хелашвили за полезные обсуждения.

Л и т е р а т у р а

1. W.Thirring. Phil Mag., 41, 1193 (1950).
2. F.Low. Phys. Rev., 96, 1428 (1954).
3. M.Gell-Mann, M.Goldberger. Phys.Rev., 96, 1433 (1954).
4. Л.И.Лепидус, Чжоу Гуэн-чжау. ЖЭТФ, 39, 1286 (1960).
5. В.М.Шехтер. ЯФ, 7, 1272 (1968).
6. S.Rai Choudhury, D.Z.Freedman. Phys.Rev., 168, 1739(1968).
7. A.Pais. Phys.Rev. Letters, 18, 544 (1967).
8. K.Bardakci, H.Pagels. Phys.Rev., 166, 1783 (1968).
9. В.А.Петрунькин. ЖЭТФ, 40, 1148 (1961).
10. F.E.Low. Phys. Rev., 110, 974 (1958).
11. B.Sakita. Phys. Rev., 127, 1800 (1962).
12. Л.Д.Соловьев. ТМФ, 15, 59 (1973); ТМФ, 18, 3 (1974).
13. Г.П.Пронько. ТМФ, 18, 203 (1974).
14. N.M.Kroll, M.A.Ruderman. Phys. Rev., 93, 233 (1954).
15. H.Abarbanel, M.Goldberger. Phys.Rev., 165, 1594 (1967).
16. Р.М.Мурядян, М.П.Чавлейшвили. Доклад на XV Международной конференции по физике высоких энергий, Киев, 1970, Тезисы. ОИЯИ, Дубна, 1970.

17. Р.М.Мурадян, М.П.Чавлейшвили. ТМФ, 8, 16 (1971).
18. Н.Н.Боголюбов, Б.В.Иедведев, М.К.Поливанов. Вопросы теории дисперсионных соотношений, Москва, Физматгиз, 1958.
19. Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков. Введение в теорию квантованных полей, Москва, "Наука", 1973.
20. Д.В.Ширков, В.В.Серебряков, В.А.Иещеряков, Дисперсионная теория сильных взаимодействий при низких энергиях, Москва, "Наука", 1967.
21. А.А.Догунов, Л.Д.Соловьев, А.Н.Тавхелидзе. Nucl. Phys., 4, 425 (1957).
22. Дж. Чью. Аналитическая теория S -матрицы. Москва, "Мир", 1968.
23. К.В.Рерих, М.П.Чавлейшвили, М.Б.Шефтель. Препринт ОИЯИ, P2-7937, Дубна, 1974.
24. G.Gohen-Tannoudji, A.Morel, H.Navalet. Ann. of Phys., 46, 239 (1968).
25. J.P.Ader, M.Copdeville, H.Navalet, Nuovo Cim., 56A, 315 (1968).
26. H.Joos. Fortschr. Physik 10, 65 (1962).

Рукопись поступила в издательский отдел
25 декабря 1975 года