

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

P2-94-464

М.П.Дучева, В.А.Мещеряков, В.К.Хеннер

МНОГОКАНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ  
НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ  
НУКЛОН-АНТИНУКЛОННЫХ  
ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ  
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ  
МОДИФИЦИРОВАННОГО  
М-МАТРИЧНОГО МЕТОДА

1994

Многоканальный анализ низкоэнергетических  
нуклон-antinуклонных взаимодействий  
с использованием модифицированного  $M$ -матричного метода

В данной работе процессы упругого  $p\bar{p}$ -рассеяния, перезарядки  $p\bar{p} \rightarrow n\bar{n}$  и  $p\bar{p}$ -аннигиляции исследуются на основе многоканального  $M$ -матричного метода. Исходный метод был модифицирован путем включения динамических сингулярностей, обусловленных  $t$ -канальными мезонными обменами, и применением конформного преобразования, расширяющего область сходимости рядов эффективного радиуса, содержащихся в  $M$ -матричном подходе. Удовлетворительно описаны существующие экспериментальные данные в области импульсов до 600 МэВ/с. Большой вклад  $p$ -волны при низких энергиях обусловлен связанным состоянием вблизи порога.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н.Н.Боголюбова ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1994

Перевод авторов

Ducheva M.P., Meshcheryakov V.A., Henner V.K.

P2-94-464

Multy-Channel Analysis of Low Energy  
Nucleon-Antinucleon Interactions  
with the Help of Modified  $M$ -Matrix Method

The processes of elastic  $p\bar{p}$ -scattering, charge-exchange  $p\bar{p} \rightarrow n\bar{n}$  reaction and  $p\bar{p}$ -annihilation have investigated on the base of multichannel  $M$ -matrix method. The original method was modified by including the dynamic singularities due to  $t$ -channel meson exchange and by using the conform transformations to expand the applicability of the effective range expansion of the  $M$ -matrix approach. The developed model satisfactorily describes the experimental data. The important role of the  $p$ -wave is a result of the bound state near the threshold.

The investigation has been performed at the Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

## Введение

В настоящее время существует достаточно обширная информация о  $N\bar{N}$ -взаимодействиях при низких энергиях.

Две главных черты протон-антипротонных реакций при низких энергиях существенно отличают их от  $pp$ -взаимодействий. Во-первых, это сильная аннигиляция в  $p\bar{p}$ -системе в отличие от  $pp$ -реакций, где процессы аннигиляции отсутствуют. Во-вторых, это высокая анизотропия упругого  $p\bar{p}$ -рассеяния и реакции перезарядки  $p\bar{p} \rightarrow n\bar{n}$ , возникающая за счет интерференции между  $s$ - и более высокими волнами, в то время как при аналогичных энергиях в  $pp$ -взаимодействиях существенна только  $s$ -волна.

Одной из интересных особенностей экспериментальных данных является также необычное поведение отношения действительной и мнимой частей амплитуды упругого  $p\bar{p}$ -рассеяния вперед,  $\rho = \text{Re}f_{pp}/\text{Im}f_{pp}|_{\theta=0}$ , которое велико и отрицательно при нулевой энергии налетающего антипротона, быстро растет с ростом  $P_{lab}$  и имеет несколько нулей.

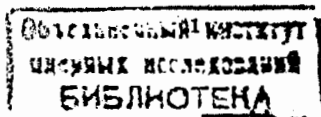
Характерные расстояния в низкоэнергетических упругих и аннигиляционных  $p\bar{p}$ -взаимодействиях порядка 1 фм, и на таких расстояниях теория возмущений КХД не применима. В этой ситуации феноменологический анализ данных проводился с использованием различных потенциальных моделей [1-5], однако такой анализ является существенно модельно-зависимым.

Другой анализ был выполнен в рамках приближения эффективного радиуса [6,7,8], и, в противоположность предыдущему, является практически модельно-независимым. Этот анализ явно учитывает аналитичность и унитарность амплитуд рассеяния в схеме  $M$ -матричного формализма [9,10].

Предметом особого интереса является вопрос о резонансах (или бариониамах) и связанных состояниях в  $p\bar{p}$ -системе. Эти связанные обсуждались ранее в работах [28-30].

## $M$ - матричный формализм

Коротко напомним основные сведения об  $M$ -матричном формализме, предло-



женном M.Ross и G.Shaw[9,10] для рассмотрения системы нескольких двухчастичных каналов. Для парциальных амплитуд  $T_{ij} \equiv \langle j | T_1 | i \rangle$  условие унитарности имеет вид

$$T_{ij} - T_{ij}^+ = 2i \sum_n T_{in}^+ T_{nj}, \quad (1)$$

где  $i, j, n$  - номера рассматриваемых каналов. В случае низкоэнергетического  $NN$ -рассеяния возможны следующие каналы:  $p\bar{p}$ ,  $n\bar{n}$  и множество каналов аннигиляции. Обычно все неупругие процессы не выделяют как самостоятельные каналы, а их учет производится с помощью объявления матричных элементов  $M_{ij}$  комплексными [11].

Этот путь наиболее прост, однако он не дает никакой информации об амплитудах неупругих каналов. Другой способ эффективно учесть все аннигиляционные каналы состоит в замене их одним двухчастичным каналом, который открывается при энергиях, равных энергии образования двух частиц некоторой эффективной массы  $m_0$  [12]. Тогда все  $NN$ -взаимодействия при низких энергиях можно описать в рамках трехканальной задачи:  $p\bar{p}$ ,  $n\bar{n}$  и канала аннигиляции. Импульсы в системе центра инерции для каждого из каналов будут иметь вид

$$k_{p\bar{p}} = \sqrt{\frac{s - 4m_p^2}{4}}, \quad k_{n\bar{n}} = \sqrt{\frac{s - 4m_n^2}{4}}, \quad k_{ann} = \sqrt{\frac{s - 4m_0^2}{4}}.$$

Для амплитуд  $f_{ij}$ , которые определяются соотношением

$$\hat{T} = \hat{k}^{l+1/2} \hat{f} \hat{k}^{l+1/2}$$

(  $\hat{k}$  - диагональная матрица импульсов  $k_{ij} = k_i \delta_{ij}$  и  $k_i$  - соответствующие импульсы в системе центра масс ), условие унитарности переписывается в форме

$$Im \hat{f}^{-1} = -\hat{k}^{2l+1}. \quad (2)$$

Равенство (2) будет удовлетворено автоматически, если  $\hat{f}$  записать в виде ( индекс  $l$  для  $f_{ij}$  и  $M_{ij}$  в дальнейшем опускается для упрощения записи )

$$\hat{f} = (\hat{M} - i\hat{k}^{2l+1})^{-1}, \quad (3)$$

где  $\hat{M}(s)$  - симметричная матрица из действительных на разрезе  $s > 4m_0^2$  функций.

## Формулировка модели и переход к униформирующей переменной

Амплитуда рассеяния является аналитической функцией в плоскости комплексной переменной  $s$  с разрезами (рис.1).

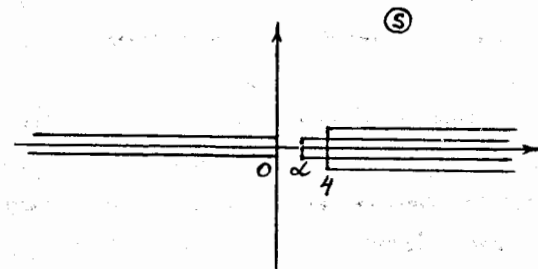


Рисунок 1. Плоскость комплексной переменной  $s$ .

$s = 0, \alpha m_p^2, 4m_p^2$  — точки ветвления корневого типа. На разрезе  $s \geq 4m_p^2$  существует также еще одна точка ветвления корневого характера  $s = 4m_n^2$ , отвечающая  $n\bar{n}$  - порогу, влияние ее на амплитуду рассеяния изучалось в работах [12-14]. В настоящей работе при переходе к униформирующей переменной мы не учитываем особенность амплитуд в точке  $s = 4m_n^2$ , а разницу между каналами  $p\bar{p}$  и  $n\bar{n}$  учитываем кинематически. Это означает, что для каждого из каналов  $p\bar{p}$  и  $n\bar{n}$  вводятся разные импульсы:  $k_1$  и  $k_2$  соответственно. Интервал  $4m_p^2 \leq s < 4M^2$  (  $M$  отвечает значению  $P_{lab} \simeq 1$  ГэВ/с - параметру шкалы низкоэнергетических взаимодействий ) содержит в себе большое количество точек ветвления за счет многопартонных процессов, но ими мы также пренебрегаем, поскольку в поведении полного сечения  $\sigma_{tot}(p\bar{p})$  на этом интервале не наблюдается какой-либо структуры.

Левее  $s = 4m_p^2$  расположена нефизическая часть разреза, также содержащая в себе некоторое конечное число точек ветвления. Их вклад в амплитуду моделируется некоторой эффективной точкой ветвления  $s = \alpha m_p^2 = 4m_0^2$ , открывающей двухчастичный канал неупругих ненаблюдаемых процессов. Величина параметра  $\alpha$  ограничена снизу значением, соответствующим энергии образования двух  $\pi$  - ме-

зонов, а сверху  $p\bar{p}$  - порогом. Таким образом, параметр  $\alpha$  может изменяться на промежутке  $4m_p^2/m_p^2 < \alpha < 4$ . Левый разрез  $s \leq 0$  связан с перекрестным процессом  $p\bar{p} \rightarrow p\bar{p}$ .

Окончательно мы приходим к модели, в которой амплитуда рассеяния как функция комплексной переменной  $s$  обладает тремя точками ветвления корневого типа при  $s = 0, \alpha m_p^2, 4m_p^2$  и представляется мероморфной функцией на своей римановой поверхности.

Существенным в настоящей работе является переход к унифицирующей переменной, введенной ранее в [15] для описания амплитуды  $p\bar{p}$  - рассеяния вперед. Унифицирующей переменной называется переменная, в которой амплитуда рассеяния является мероморфной функцией. Такая переменная имеет вид:

$$z = \left(\frac{4}{4-\alpha}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{s-\alpha}{s}\right)^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{\alpha}{4-\alpha}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{s-4}{s}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (4)$$

Здесь используются нормированные на массу протона  $m_p$  значения  $s$  и  $\alpha$ .

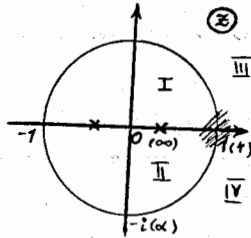


Рисунок 2. Плоскость комплексной переменной  $z$ .

Точки ветвления  $s$  - плоскости соответствуют точкам аналитичности мероморфной функции в плоскости  $z$ :  $(0, \alpha)_s \iff (0, -i, 1)_z$ . Бесконечно удаленная точка комплексной  $s$  - плоскости переходит в точки  $\pm\sqrt{\frac{2-\sqrt{\alpha}}{2+\sqrt{\alpha}}}$ ,  $\pm\sqrt{\frac{2+\sqrt{\alpha}}{2-\sqrt{\alpha}}}$  плоскости  $z$ . Строго говоря, эти точки будут являться логарифмическими точками ветвления, так как в них соединяются между собой бесконечное число листов римановой поверхности функции  $f(z)$ , соответствующих порогам многочастичных процессов при высоких энергиях, поэтому задача не до конца унифицируется. Физический лист переходит

в нижнюю половину единичного круга. Участки действительной оси  $z$  - плоскости  $\left[-1, -\sqrt{\frac{2-\sqrt{\alpha}}{2+\sqrt{\alpha}}}\right]$  и  $\left[\sqrt{\frac{2-\sqrt{\alpha}}{2+\sqrt{\alpha}}}, 1\right]$  являются образами соответственно нижнего и верхнего берегов разреза физической области.

Переход к унифицирующей переменной имеет большое значение для данной задачи, поскольку область сходимости разложения, а значит и область применимости всех теоретических выкладок, увеличивается. Действительно, радиус сходимости любого разложения определяется ближайшей особенностью, поэтому для его увеличения достаточно перейти к другой переменной, где эта особенность каким-то образом отодвинется или учитывается явно и таким образом не будет содержаться в амплитудах. Наша унифицирующая переменная позволяет явно учесть три существенные точки ветвления  $s = 0, \alpha m_p^2, 4m_p^2$ , поэтому мы вправе ожидать, что результаты теоретических выкладок будут давать корректное описание экспериментальных данных в достаточно широком диапазоне импульсов.

Метод эффективного радиуса основывается на разложении в ряд матричных элементов  $M_{ij}$  по малым импульсам одного из каналов. В данной работе используется представление  $M$  - матрицы в виде ряда по степеням  $z$ . Мы хотим, чтобы разложение работало в окрестности точки  $z = 1$ , отвечающей  $p\bar{p}$  - порог. Эта точка с двух сторон окружена точками ветвления  $z = \sqrt{\frac{2-\sqrt{\alpha}}{2+\sqrt{\alpha}}}$ ,  $z = \sqrt{\frac{2+\sqrt{\alpha}}{2-\sqrt{\alpha}}}$ , которые возникают при отображении бесконечноудаленной точки  $s = \infty$  на каждый из листов четырехлистной римановой поверхности. Разложение в ряд Тейлора около  $z = 1$  (аналог разложения эффективного радиуса) работало бы лишь в области, заштрихованной на чертеже; но этого недостаточно, т.к. симметричная точка  $z = -1$  (результат отображения  $p\bar{p}$  - порога на нижнем берегу разреза) не включается в рассмотрение. Чтобы этого избежать, нужно соблюдать симметрию относительно нуля и работать в кольце между оставшимися особенностями. Для такой постановки задачи вполне пригоден ряд Лорана, построенный в окрестности  $z = 0$ :

$$M(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} M_n z^n. \quad (5)$$

Он будет сходиться в кольце с неточно известными радиусами, содержащем единичную окружность. Можно привести некоторые соображения, вследствие которых в разложении (5) следует оставить лишь четные степени  $z$ .

• Во-первых, это требование действительности  $M$ -матрицы на отрезке действительной оси  $(0, \alpha)$  комплексной  $s$ -плоскости. Очевидно, что при переходе в плоскость униформизирующей переменной это требование остается в силе, поэтому на промежутке  $(-i, i)_z$  (образ отрезка  $(0, \alpha)_s$ ), где  $z$  - чисто мнимая величина, коэффициенты  $M_n$  должны быть действительными, а степени  $z$  должны быть четными.

• Во-вторых, это условие симметричности  $M$ -матрицы относительно замены  $z$  на  $-z$ . Известно, что  $M$ -матрица должна быть одинаковой на двух берегах разреза  $s > 4m_p^2$  в согласии с условием унитарности, т.е. она не может изменяться при переходе с верхнего берега разреза на нижний. Образами верхнего и нижнего берегов на плоскости униформизирующей переменной являются отрезки действительной оси  $(\sqrt{\frac{2-\sqrt{\alpha}}{2+\sqrt{\alpha}}}, 1]$  и  $[-1, -\sqrt{\frac{2-\sqrt{\alpha}}{2+\sqrt{\alpha}}})$ , расположенные симметрично относительно точки  $z = 0$ . Тогда переход с одного берега на другой в плоскости  $s$  соответствует замене  $z$  на  $-z$  в плоскости  $z$ . Такая замена не изменит вид  $M$ -матрицы только в том случае, если в разложении (5) останутся лишь четные степени переменной  $z$ .

Учитывая эти соображения, можно переписать выражения для элементов  $M$ -матрицы в виде

$$M(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} M_{2n} z^{2n} = \dots + M_{-2} \frac{1}{z^2} + M_0 + M_2 z^2 + \dots \quad (6)$$

Здесь  $M_{2n}$  - действительные величины. Полагая, что такой ряд будет быстро сходиться в окрестности единичной окружности, оставим несколько первых его членов

$$M(z) = M_2 z^2 + M_0 + M_{-2} / z^2.$$

Коэффициенты  $M_{2n}$  являются свободными параметрами в модифицированной модели эффективного радиуса.

## Учет динамических сингулярностей

Одной из основных трудностей в использовании метода эффективного радиуса является оценка области сходимости разложения  $M(s)$  в ряд по малым импульсам. Границы этой области определяются, как обычно, ближайшими особыми точками амплитуды рассеяния. В случае  $N\bar{N}$ -рассеяния динамические особенности (полюса), обусловленные  $t$ -канальными мезонными обменами ( $\pi$ -,  $\rho$ -, и т.д. мезоны), лежат очень близко к  $N\bar{N}$ -порогу и, таким образом, вносят в амплитуду рассеяния быстро меняющиеся вклады, что может существенно ограничивать область применимости разложения эффективного радиуса. Для упругого  $p\bar{p}$ -рассеяния и реакции перезарядки  $p\bar{p} \rightarrow n\bar{n}$  положение ближайших к  $p\bar{p}$ -порогу полюсов  $s_{pol} = 4m_p^2 - \mu^2$ , где  $\mu$  - масса промежуточного мезона, и ниже мы аппроксимируем все полюсы одним эффективным.

Покажем на примере одноканального рассеяния ( $p\bar{p} \rightarrow p\bar{p}$ ), как можно явно выделить полюсы, так чтобы  $M(s)$  содержала бы только медленно меняющиеся вклады. Сделаем в формуле (3) следующую замену переменных

$$M^l \rightarrow \frac{s - s_{pol}}{g^l} M^l - \epsilon |k^{2l+1}(s_{pol})|,$$

где  $g^l$  - вычет парциальной амплитуды  $f^l(s)$  в точке полюса,

$$\epsilon = \begin{cases} 1, & \text{при четных } l \\ -1, & \text{при нечетных } l \end{cases}$$

Тогда выражение для амплитуды рассеяния будет иметь вид

$$f^l(s) = \frac{1}{\frac{s - s_{pol}}{g^l} M^l - \epsilon |k_1^{2l+1}(s_{pol})|}, \quad \text{где} \quad (7)$$

$$k_1 = \sqrt{\frac{s - 4m_p^2}{4}}; \quad k_1(s_{pol}) = \sqrt{\frac{s_{pol} - 4m_p^2}{4}}.$$

Легко убедиться, что так записанная амплитуда рассеяния имеет полюс, связанный с динамической сингулярностью при  $s = s_{pol}$ .

В случае нескольких каналов замена переменных будет аналогичной, но вместо функций  $M(s)$  и  $f(s)$  появляются  $\hat{M}$ - и  $\hat{f}$ -матрицы:

$$M_{ij} \rightarrow \frac{s - s_{pol}}{g_{ij}^l} M_{ij} - \epsilon |k_i^{2l+1}(s_{pol})| \delta_{ij},$$

Таким образом мы можем учесть динамические сингулярности в  $M$  - матричном подходе. В данном разделе мы рассматриваем явно только два канала  $p\bar{p}$  и  $n\bar{n}$ , а все неупругие процессы учитываем при помощи введения комплексных коэффициентов разложения  $M$  - матрицы в ряд, как это было сделано ранее в работах [6,16].

Общий вид матрицы  $\hat{f}$  с включением динамических сингулярностей следующий:

$$\hat{f}(s) = \begin{pmatrix} \frac{s-s_{pol}}{s_{11}} M_{11}^l - ik_1^{2l+1} - \varepsilon |k_1^{2l+1}(s_{pol})| & \frac{s-s_{pol}}{s_{12}} M_{12}^l \\ \frac{s-s_{pol}}{s_{21}} M_{21}^l & \frac{s-s_{pol}}{s_{22}} M_{22}^l - ik_2^{2l+1} - \varepsilon |k_2^{2l+1}(s_{pol})| \end{pmatrix}^{-1} \quad (8)$$

Теперь  $M_{ij}$  - гладкие функции, медленно меняющиеся вблизи порога, поэтому представление  $M_{ij}$  в виде ряда Тейлора будет более обоснованным. Для матричных элементов  $M_{ij}$  используется разложение эффективного радиуса, записанное в стандартной форме [9,10]

$$M_{ij}^{l=0} = \frac{1}{a_{ij}} + \frac{1}{2} r_{ij} k_2^2, \\ M_{ij}^{l=1} = \frac{1}{b_{ij}} - \frac{3}{2} \frac{1}{R_{ij}} k_2^2, \quad (9)$$

где  $a_{ij}, b_{ij}, r_{ij}, R_{ij}$  - комплексные фитируемые константы.

### Численный анализ экспериментальных данных

При анализе мы используем экспериментальные данные по дифференциальным сечениям упругого рассеяния  $d\sigma_{el}/d\Omega$  [17], дифференциальным сечениям перезарядки  $d\sigma_{exx}/d\Omega$  [18,19], полным сечениям  $\sigma_{tot}, \sigma_{el}, \sigma_{ex}$  [17,18,20,21,22,23] а также данные о величине отношения действительной и мнимой частей амплитуды упругого рассеяния вперед  $\rho$  [20,24,25]. Информация о величине  $\rho(P_{lab} = 0)$  получена на основе данных по сдвигу энергии и ширине  $1s$  - состояния антипротония,  $\Delta E_{1s} - i\Gamma_{1s}/2$  [26,27]. Экспериментальные данные о дифференциальных сечениях усреднены по спину, и поэтому в анализе не проводится учет различных спиновых состояний.

#### 1. Фит с унифицирующей переменной

Окончательные формулы, используемые при анализе результатов экспериментов, следующие:

s-волна

$$M_{11}^0 = a_1 z^2 + a_2$$

$$M_{22}^0 = d_1 z^2 + d_2 + d_5 \frac{1}{z^2}$$

$$M_{33}^0 = c_1 z^2 + c_2 + c_5 \frac{1}{z^2}$$

$$M_{12}^0 = f_1 z^2 + f_2$$

$$M_{13}^0 = b_1 z^2 + b_2$$

$$M_{23}^0 = e_1 z^2 + e_2$$

p-волна

$$M_{11}^1 = a_3 z^2 + a_4$$

$$M_{22}^1 = d_3 z^2 + d_4 + d_6 \frac{1}{z^2}$$

$$M_{33}^1 = c_3 z^2 + c_4 + c_6 \frac{1}{z^2}$$

$$M_{12}^1 = f_3 z^2 + f_4$$

$$M_{13}^1 = b_3 z^2 + b_4 + b_6 \frac{1}{z^2}$$

$$M_{23}^1 = e_3 z^2 + e_4$$

(10)

Минимальное число параметров, необходимых для удовлетворительного описания данных, равно 31 (из них 29 коэффициентов разложения матричных элементов  $M_{ij}^l$  в ряд и 2 эффективных параметра  $\alpha_0$  и  $\alpha_1$ , связанных с открывающимися неупругими каналами в s- и p- волнах). Их численные значения определяются при помощи процедуры минимизации по методу  $\chi^2$  для следующего набора данных:  $d\sigma_{el}/d\Omega$  при  $P_{lab} = 181, 287$  МэВ/с;  $d\sigma_{ex}/d\Omega$  при  $P_{lab} = 183, 228$  МэВ/с;  $\rho, \sigma_{el}, \sigma_{ex}, \sigma_{tot}$  при импульсах антипротонов  $P_{lab} < 600$  МэВ/с. Результаты фита представлены в таблице 1.

Глядя на графики, можно сказать, что в целом получено неплохое качественное согласие с экспериментом, особенно для кривых  $\rho = \rho(P_{lab})$ , где явно воспроизводится осцилляторный характер поведения, и  $d\sigma_{el}/d\Omega$  при  $P_{lab} = 181$  МэВ/с. При описании кривых  $d\sigma_{ex}/d\Omega$  оказывается недостаточно учитывать только s- и p- волны. Для этого требуются парциальные волны с более высокими значениями  $l$ . Величины  $\alpha_0$  и  $\alpha_1$ , полученные в результате фита, можно сравнить с наиболее вероятным значением энергии образования многопиконного состояния, равным  $4(m_0/m_p)^2 = 4(0.7)^2 = 1.96$  [12]. Видно, что все три величины достаточно близки друг к другу.

Чтобы понять причину необычного поведения  $\rho$ , следует рассмотреть возможные  $N\bar{N}$ - резонансы или связанные состояния ниже  $p\bar{p}$ - порога. Положения резонансов или связанных состояний сильной части амплитуды рассеяния определяются как корни уравнений

$$Re D_l = 0, \quad \text{где} \quad D_l = \frac{\det(\hat{f}_{ij}^{-1})}{M_{33}^l - ik_3^{2l+1}}. \quad (11)$$

Результаты представлены в таблице 3.

## 2. Фит с динамическими полюсами

Анализировался тот же набор экспериментальных данных, что и в п.1. Из соображений простоты мы не вводили для каждого из матричных элементов разные вычеты, а ограничились лишь двумя дополнительными свободными параметрами  $g^0$  и  $g^1$  для  $s$  - и  $p$ - волн. Таким образом, полное число свободных параметров равно 27. Их численные значения также определялись при помощи процедуры минимизации по методу  $\chi^2$ . Окончательные величины параметров сведены в таблицу 2. Мы приводим лишь три графика для  $d\sigma_{el}/d\Omega$  при  $P_{lab} = 181, 287$  МэВ/с и  $\rho$ . Быстрый рост дифференциальных сечений упругого рассеяния при малых углах отвечает кулоновскому взаимодействию.

### Заключение

Методы, основанные на разложениях эффективного радиуса, практически модельно-независимы, и можно считать их одной из модификаций парциально волнового анализа. Критическим в этих методах является оценка области сходимости разложений эффективного радиуса. Малость этой области делает проблематичной возможность применения таких разложений для описания существующих в настоящее время экспериментальных данных по  $NN$ -реакциям, поэтому представляется важным найти способ увеличения радиуса сходимости. В случае  $NN$ -каналов близость  $t$ -канальных сингулярностей к порогу  $NN$  приводит к необходимости явного включения в схему эффективного радиуса таких сингулярностей, а предложенный в настоящей работе метод является достаточно общим и может быть использован и в других задачах.

Еще одна возможность увеличения области сходимости - это удачное конформное преобразование для амплитуд рассеяния. Для этой цели совершается переход от переменной  $s$  (квадрат энергии в системе центра инерции) к унифицирующей переменной  $z$ , которая явным образом учитывает три существенных особенности амплитуды рассеяния вблизи  $p\bar{p}$ - порога. Это точки ветвления корневого типа  $s = 0, \alpha m_p^2, 4m_p^2$ , отвечающие соответственно порогам кроссинг-процессов, аннигиляционных процессов и порогу упругого рассеяния. Такое преобразование позволяет

продлить разложение  $M$ - матрицы в область более высоких энергий.

Проведенный нами анализ экспериментальных данных можно считать более аккуратным, чем аналогичные анализы. Удовлетворительно описаны имеющиеся в наличии экспериментальные данные до энергий порядка 600 МэВ.

Один из авторов (М.П.Д.) признателен Ю.А.Павлович за помощь в вычислениях.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (93-02-3807).

Таблица 1. Значения параметров. Фит 1

$a_1$	$4.133 \pm 0.002$	$d_1$	$-5.066 \pm 0.033$
$a_2$	$2.907 \pm 0.001$	$d_2$	$21.899 \pm 0.023$
$a_3$	$3.994 \pm 0.004$	$d_3$	$2.871 \pm 0.008$
$a_4$	$2.331 \pm 0.002$	$d_4$	$-0.631 \pm 0.011$
$c_1$	$8.038 \pm 0.008$	$d_5$	$3.139 \pm 0.006$
$c_2$	$8.893 \pm 0.011$	$d_6$	$0.254 \pm 0.002$
$c_3$	$67.369 \pm 0.207$	$e_1$	$1.956 \pm 0.006$
$c_4$	$78.313 \pm 0.380$	$e_2$	$5.196 \pm 0.010$
$c_5$	$0.455 \pm 0.002$	$e_3$	$20.829 \pm 0.087$
$c_6$	$7.946 \pm 0.001$	$e_4$	$-1.649 \pm 0.027$
$b_1$	$6.934 \pm 0.001$	$f_1$	$5.958 \pm 0.004$
$b_2$	$3.732 \pm 0.003$	$f_2$	$3.551 \pm 0.002$
$b_3$	$22.244 \pm 0.091$	$f_3$	$2.062 \pm 0.005$
$b_4$	$15.081 \pm 0.022$	$f_4$	$1.144 \pm 0.005$
$b_6$	$0.461 \pm 0.001$	$\alpha_0$	$2.070 \pm 0.007$
		$\alpha_1$	$2.487 \pm 0.004$



Таблица 2. Значения параметров. Фит 2

$a_{11}$	$0.041 + i0.015$
$a_{22}$	$0.068 + i0.006$
$a_{12}$	$0.077 + i0.122$
$r_{11}$	$16.50 + i72.35$
$r_{22}$	$295.2 - i32.84$
$r_{12}$	$138.0 + i112.7$
$b_{11}$	$0.006 - i0.003$
$b_{22}$	$0.015 - i0.009$
$b_{12}$	$0.005 - i0.002$
$R_{11}$	$0.002 - i0.002$
$R_{22}$	$-0.001 - i0.004$
$R_{12}$	$0.002 - i0.003$
$s_{pol}$	3.77
$g^0$	1.40
$g^1$	2.38

Таблица 3. Массы и ширины резонансов. Фит 1

$l$	$m/m_p$	$m(MeV)$	$\Gamma(MeV)$
0	1.993	1870.0	10.3
0	2.013	1888.7	48.9
1	1.935	1815.7	63.8

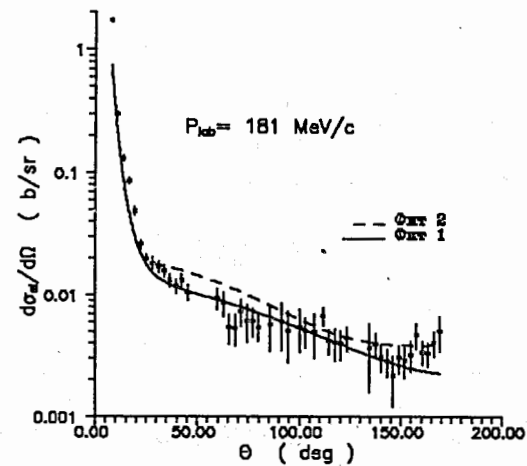


Рисунок 3. Дифференциальное сечение упругого  $p\bar{p}$ -рассеяния при импульсе налетающих антипротонов  $P_{lab} = 181$  МэВ/с.

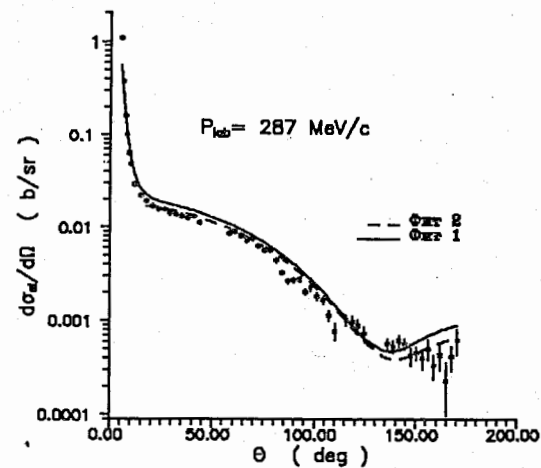


Рисунок 4. Дифференциальное сечение упругого  $p\bar{p}$ -рассеяния при импульсе налетающих антипротонов  $P_{lab} = 287$  МэВ/с.

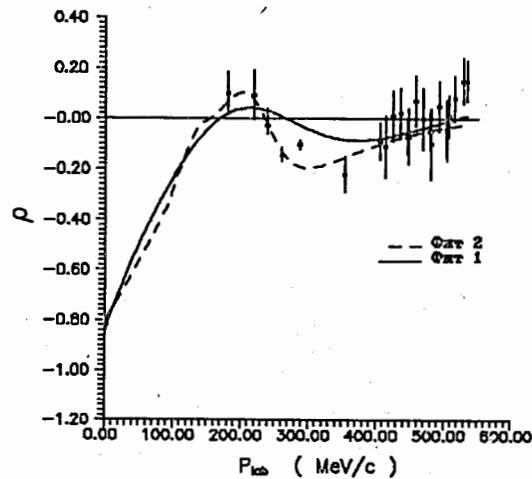


Рисунок 5. Отношение действительной и мнимой частей амплитуды упругого  $p\bar{p}$  рассеяния вперед как функция импульсов налетающих антипротонов.

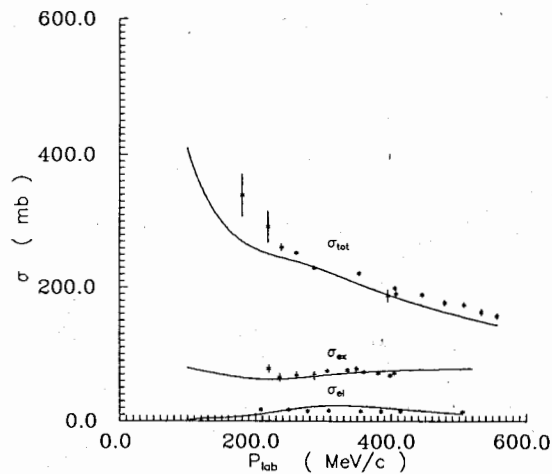


Рисунок 6. Сечения рассеяния: полное, упругое и сечение перезарядки как функции импульсов налетающих антипротонов. Фиг 1.

## Литература

- [1] J.Haidenbauer et.al., Z. Phys. **A334**,467 (1989)
- [2] T.-A.Shibata, Phys. Lett. **189B**,232 (1987)
- [3] G.Q.Liu and F.Tabakin, Phys. Rev. **C41**,665 (1989)
- [4] I.S.Shapiro. Nucl. Phys. **A478**,665 (1988); O.D.Dalkarov, K.V.Protasov and I.S.Shapiro, Lebedev Physical Institute, Report 37 (1988)
- [5] B.Moussallam, Z. Phys. **A325**,1 (1986)
- [6] J.Mahalanabis, H.J.Pirner and T.-A.Shibata, Nucl. Phys. **A485**,546 (1988)
- [7] I.L.Grach, B.O.Kerbikov and Yu.A.Simonov, Phys. Lett. **208B**,309 (1988); Sov.J.Nucl.Phys. **48**,956 (1988); B.O.Kerbikov, Preprint ITEP 152 (1988)
- [8] H.J.Pirner, B.Kerbikov and J.Mahalanabis, Z. Phys. **A338**,111 (1991)
- [9] M.Ross and G.Shaw, Ann. Phys. **13**,147 (1961)
- [10] G.Shaw and M.Ross, Phys. Rev. **126**,806 (1962)
- [11] L.D.Landau and E.M.Lifshitz, Quantum Mechanics, Moscow, Nauka (1989)
- [12] V.K.Henner, V.A.Meshcheryakov, Zeit.Phys., v.345, p.215 (1993)
- [13] О.Д.Далькаров, К.В.Протасов, Физический институт им.Левбедева, препринт N 34, М. (1986) O.D.Dalkarov et.al., Int.J.Mod.Phys., v. A5, p.2155 (1990)
- [14] J.Mahalanabis et.al., preprint CERN-TH, 4833/87 (1988)
- [15] Б.В.Быковский, Д.В.Мещеряков, В.А.Мещеряков, Ядерная физика, **53**, 257 (1991)
- [16] B.O.Kerbikov, Yu.A.Simonov, preprint ITEP-38, М. (1986)
- [17] W.Bruckner et.al., Phys. Lett. **166B**,113 (1986)
- [18] W.Bruckner et.al., Phys. Lett. **169B**,302 (1986)

- [19] T.-A.Shibata, private communication (1990)
- [20] W.Bruckner et.al., Phys. Lett. **158B**,180 (1985)
- [21] K.Nakamura et.al., Phys. Rev. **D29**,349 (1984)
- [22] R.Hamilton et.al., Phys. Rev. Lett. **44**,1179 (1980)
- [23]  $p, \bar{p}$  . Compilation of cross sections. CERN, 1984
- [24] H.Iwasaki et.al., Nucl. Phys. **A443**,580 (1985)
- [25] M.Cresti, L.Peruzzo and G.Sartori, Phys. Lett. **132B**,209 (1983)
- [26] S.Ahmad et.al., Phys. Lett. **157B**,333 (1985)
- [27] T.P.Gorringe et.al., Phys. Lett. **162B**,71 (1985)
- [28] T.Ueda, Nucl.Sci.Research Conf. series. **14**,247 (1988)
- [29] T.E.Kalogeropoulos, Proc. 4<sup>th</sup> Int.Conf. on Hadron Spectroscopy, "Hadron 91", World Scientific Publishing Co. Pte.Ltd., 263 (1991)
- [30] J. Carbonell, O.D.Dalkarov, I.S.Shapiro, preprint CERN-TH.6096/91 (1991)

Рукопись поступила в издательский отдел  
2 декабря 1994 года.