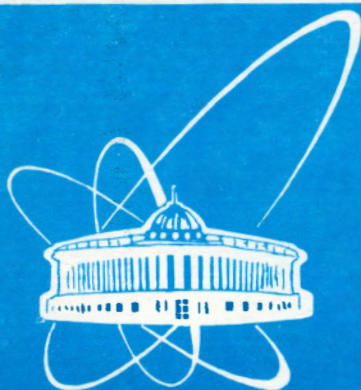


94-243



ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

P2-94-243

Д.Крупа<sup>1</sup>, В.А.Мещеряков, Ю.С.Суровцев

МНОГОКАНАЛЬНЫЕ РЕЗОНАНСЫ  
В СВЯЗАННЫХ КАНАЛАХ  
РАССЕЯНИЯ МЕЗОНОВ: СКАЛЯРНЫЙ СЕКТОР

Направлено в журнал «Ядерная физика»

---

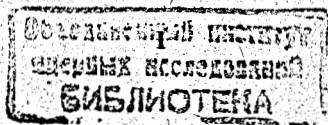
<sup>1</sup>Физический институт САН, Братислава, Словакия

1994

# 1 Введение

В настоящее время проблема получения надежной информации о многоканальных резонансах приобретает определенную остроту. Дело в том, что постоянно идет набор экспериментальных данных по процессам рассеяния адронов в резонансных областях энергии, целью которого является открытие и изучение резонансов, многие из которых проявляются в нескольких сильно связанных каналах, например, скалярные и тензорные мезоны; глюониум (если он будет открыт) должен быть в принципе многоканальным проявлением и т.д.. Однако в экспериментальном и теоретическом статусе ряда секторов легких мезонов до сих пор много неясного [1]. Это в основном касается многоканальных резонансов и обусловлено значительной зависимостью от моделей взаимодействия результатов анализа экспериментальных данных с целью определения параметров таких объектов. При этом уже традиционно наиболее сложная ситуация в секторе скалярных мезонов, что связано с влиянием вакуума и таких трудно учитываемых эффектов, как вклады инстантонов. Отметим, что, например, для скалярных и тензорных мезонов возникают трудности уже при их интерпретации как обычных кварк-антикварковых состояний, тем более ни одно состояние однозначно не идентифицировано как глюбол, многокварковое состояние или как гибрид. В этой ситуации особенно важна информация о частицах (извлекаемая из экспериментальных данных), которая не зависит от конкретных моделей взаимодействия.

В значительной мере модельно-независимые соображения относительно описания резонансов и их природы могут быть получены на основе таких общих принципов, как аналитичность и унитарность, и сбалансированного учета ближайших к рассматриваемой физической области особенностей на всех соответствующих листах римановой поверхности  $S$ -матрицы [2]-[9]. Если резонанс имеет единственную моду распада, то общее утверждение относительно поведения амплитуды процесса, в котором наблюдается этот резонанс, состоит в том, что при значениях энергии, близких к резонансной, она описывается как бы распространение свободной частицы. Это означает, что в матричном элементе резонансу (в пределе его малой ширины) соответствуют два сопряженных полюса на нефизическом листе на плоскости комплексной энергии. И несмотря на все усложнения описания, связанные с учетом конечной ширины резонанса, это модельно-независимое соображение о доминировании указанного резонансного поведения парой сопряженных полюсов сохраняется. В случае двух связанных каналов  $S$ -матрица рассматриваемых процессов определена на 4-листной римановой поверхности. В этом случае резонансу в матричных элементах соответствует пара сопряженных полюсов на II листе и пара сопряженных полюсов на III листе [3]. С таким представлением резонансов удалось хорошо описать экспериментальную изоскалярную  $s$ -волну  $\pi\pi$ -рассеяния от порога до 1,9 ГэВ, удовлетворительно предсказать (на основе данных по  $\pi\pi$ -рассеянию) поведениe  $s$ -волны процесса  $\pi\pi \rightarrow K\bar{K}$  до примерно 1,25 ГэВ, получить информацию о резонансах в этой области энергии, параметры резонанса  $f_0(975)$ , его константы связи с  $\pi\pi$ - и  $K\bar{K}$ -системами (отсюда определенные указания о его природе) [3]-[7]. Расхождение предсказания по процессу  $\pi\pi \rightarrow K\bar{K}$  с экспериментом выше 1,25 ГэВ, а также указания кварковых моделей на сильную связь мезона  $f_0(975)$  с  $\eta\eta$ -системой говорили о необходимости включения в рассмотрение  $\eta\eta$ -канала. Распространение нашего подхода на случай трех связанных каналов ( $\pi\pi$ ,  $K\bar{K}$  и  $\eta\eta$ ) дало удовлетворительные результаты в описании  $s$ -волны  $\pi\pi$ -рассеяния в области энергий 0,7-1,6 ГэВ [9]. Заметим, что в случае многоканальных резонансов положение неоднозначно не только с определением их КХД-природы, но и с самим установлением резонансов на основе экспериментальных данных. Это очень ярко иллюстрируется ситуацией в области 1 ГэВ



в скалярно-изоскалярном канале. Как известно, четкие резонансные проявления в этой области в экспериментальных данных по  $\pi\pi$ -рассеянию интерпретировались как резонанс  $f_0(975)(S^*)$ . Его довольно необычные свойства, главное из которых значительно более сильная связь этого мезона с  $K\bar{K}$ -системой по сравнению с его связью с  $\pi\pi$ -системой при вырождении по массе с мезоном  $a_0(980)(\delta)$ , вызвали очень различные гипотезы о его природе ( $q\bar{q}\bar{q}[10] - [12], gg[13], q\bar{q}$  с учетом взаимодействия в конечном состоянии процессов [14], смесь  $q\bar{q}$  и  $gg$  [15, 16],  $K\bar{K}$ -молекула [17, 18]). В анализе ISR-данных по рождению мезонных пар ( $\pi\pi$  и  $K\bar{K}$ ) в центральной области в  $pp$ -соударениях [19] получены в районе 1 ГэВ вместо мезона  $f_0(975)$  три состояния:  $S_1(991)$ -кандидат в глюболы,  $S_2(988)$ - $K\bar{K}$ -молекула,  $f_0(900)$ -довольно широкий в  $\pi\pi$ -канале мезон. В работах [5, 9] мы привели соображения, что неучет  $\eta\eta$ -порога (возможно, также  $\eta\eta'$ -порога) в анализе [19] мог привести к имитациям дополнительных состояний в окрестности  $K\bar{K}$ -порога. Мы здесь обсудим также, каким образом это связано с вкладом закрытых каналов. Отметим, что последующий расширенный анализ вышеуказанных данных, а также данных по  $\pi\pi$ - и  $K\bar{K}$ -рассеянию и распадам  $J/\psi \rightarrow \phi\pi\pi(\phi K\bar{K}), D_s \rightarrow \pi\pi\pi$  привел авторов работы [19] к необходимости отказаться от своих первоначальных результатов и интерпретации [20].

В данной работе мы суммируем наши предыдущие и настоящие исследования для последовательного формулирования нашего метода, продолжаем рассмотрение 3-канальной задачи [9], рассматриваем модельно-независимое представление резонансов в 2- и 3-канальном случаях полюсами (и соответствующими им нулями) на римановой поверхности  $S$ -матрицы и роль в их формировании закрытых каналов как в  $K$ -; так и в  $S$ -матричном подходах, обсуждаем классификацию многоканальных резонансов в соответствии с их представлением на римановых поверхностях, приводим формулы, позволяющие на основе анализа данных по одному процессу предсказывать поведение амплитуд связанных процессов (в 2- и 3-канальном случаях), обсуждаем указания о наличии резонансов и их природе из расположения полюсов и констант связи, полученных в анализе данных по  $\pi\pi$ -рассеянию.

## 2 Представление многоканальных резонансов на римановой поверхности

Будем рассматривать 2- и 3-канальный случаи.  $S$ -матрица определена на  $2^N(N = 2$  или  $3)$ -листной римановой поверхности, имеющей  $N$  правых (унитарных) разрезов на реальной оси в  $s$ -плоскости, начинающихся при  $4m_\pi^2, 4m_K^2, 4m_\eta^2$  (для конкретности и ввиду особого интереса рассматриваем скалярно-изоскалярные  $\pi\pi$ -,  $K\bar{K}$ - и  $\eta\eta$ -каналы, которые будем обозначать соответственно цифрами 1, 2 и 3). Левыми разрезами, связанными с вкладами перекрестных процессов, будем пренебрегать в структуре римановых поверхностей, а вклад на них учитывать в фоне для соответствующих амплитуд. Пронумеруем листы римановых поверхностей в соответствии со знаками на них аналитически продолженных импульсов каналов

$$k_1 = (s/4 - m_\pi^2)^{1/2}, \quad k_2 = (s/4 - m_K^2)^{1/2}, \quad k_3 = (s/4 - m_\eta^2)^{1/2}$$

следующим образом: в 2-канальном подходе (т.е. когда не рассматривается явно  $\eta\eta$ -канал) листам I, II, III, IV соответствуют знаки  $(\text{Im}k_1, \text{Im}k_2) = ++, -+, --, +-;$  в 3-канальном подходе листам I, II, ..., VIII соответствуют знаки  $(\text{Im}k_1, \text{Im}k_2, \text{Im}k_3) = +++ , -++ , --+ , +-+ , --- , -+- , +- - , +- -$ . Тогда, например, из физической области

на I листе через разрез мы попадем ниже  $K\bar{K}$ -порога на II лист, выше  $K\bar{K}$ -порога, но ниже  $\eta\eta$ -порога на III лист, а выше  $\eta\eta$ -порога — на VI лист.

Чтобы пояснить представление резонансов на римановых поверхностях, обратимся сразу к 3-канальной задаче. Используя свойство вещественности аналитических функций и 3-канальную унитарность, можно выразить аналитические продолжения матричных элементов  $S_{\alpha\beta}^L$  на нефизические листы ( $L = \text{II, III, ..., VIII}$ ) через их значения на физическом листе  $S_{\alpha\beta}^I$  [8]. В табл. 1 приведены полученные выражения, причем, чтобы не загромождать формулы, у всех матричных элементов  $S_{\alpha\beta}^I$  опущен верхний индекс I;

Таблица 1

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
$1 \rightarrow 1$	$S_{11}$	$\frac{1}{S_{11}}$	$\frac{S_{22}}{D_{33}}$	$\frac{D_{33}}{S_{22}}$	$\frac{\det S}{D_{11}}$	$\frac{D_{11}}{\det S}$	$\frac{S_{33}}{D_{22}}$	$\frac{D_{22}}{S_{33}}$
$1 \rightarrow 2$	$S_{12}$	$\frac{iS_{12}}{S_{11}}$	$\frac{-S_{12}}{D_{33}}$	$\frac{iS_{12}}{S_{22}}$	$\frac{iD_{12}}{D_{11}}$	$\frac{-D_{12}}{\det S}$	$\frac{iD_{12}}{D_{22}}$	$\frac{D_{12}}{S_{33}}$
$2 \rightarrow 2$	$S_{22}$	$\frac{D_{33}}{S_{11}}$	$\frac{S_{11}}{D_{33}}$	$\frac{1}{S_{22}}$	$\frac{S_{33}}{D_{11}}$	$\frac{D_{22}}{\det S}$	$\frac{\det S}{D_{22}}$	$\frac{D_{11}}{S_{33}}$
$1 \rightarrow 3$	$S_{13}$	$\frac{iS_{13}}{S_{11}}$	$\frac{-iD_{13}}{D_{33}}$	$\frac{-D_{13}}{S_{22}}$	$\frac{-iD_{13}}{D_{11}}$	$\frac{D_{13}}{\det S}$	$\frac{-S_{13}}{D_{22}}$	$\frac{iS_{13}}{S_{33}}$
$2 \rightarrow 3$	$S_{23}$	$\frac{D_{23}}{S_{11}}$	$\frac{iD_{23}}{D_{33}}$	$\frac{iS_{23}}{S_{22}}$	$\frac{-S_{23}}{D_{11}}$	$\frac{-D_{23}}{\det S}$	$\frac{iD_{23}}{D_{22}}$	$\frac{iS_{23}}{S_{33}}$
$3 \rightarrow 3$	$S_{33}$	$\frac{D_{22}}{S_{11}}$	$\frac{\det S}{D_{33}}$	$\frac{D_{11}}{S_{22}}$	$\frac{S_{22}}{D_{11}}$	$\frac{D_{33}}{\det S}$	$\frac{S_{11}}{D_{22}}$	$\frac{1}{S_{33}}$

$\det S$  означает детерминант  $3 \times 3$ - $S$ -матрицы на физическом листе; через  $D_{\alpha\beta}$  обозначен минор элемента  $S_{\alpha\beta}$ , т.е.  $D_{11} = S_{22}S_{33} - S_{23}^2, D_{12} = S_{12}S_{33} - S_{13}S_{23}$  и т.д. Первая (отчеркнутая) строка отмечает лист римановой поверхности, на который сделано аналитическое продолжение. Первый столбец указывает процесс. Заметим, что левый верхний угол в табл. 1, отвечающий процессам  $1 \rightarrow 1, 1 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 2$  и листам I, II, III, IV, дает как раз соответствующие формулы 2-канального подхода [4]. Эти выражения удобны тем, что матричные элементы на I (физическом) листе  $S_{\alpha\beta}^I$  вне реальной оси могут иметь лишь нули. Теперь поскольку в 1-канальном рассмотрении резонансу соответствует из ближайших к физической области особенностей пара сопряженных полюсов на II листе (и соответственно пара сопряженных нулей в  $S_{11}$  на физическом листе в тех же точках комплексной энергии), то при включении в явное рассмотрение второго канала следует, как видно из табл. 1 ( $D_{33} = S_{11}S_{22} - S_{12}^2$ ), поместить на III листе по крайней мере пару сопряженных полюсов, смещенных относительно полюсов на II листе. Величина смещения определяется силой связи с частицами второго канала, и лишь при полном отсутствии связи между каналами ( $S_{12} = 0$ ) полюсы на III листе располагаются точно под полюсами на II листе. Если резонанс в 2-канальной задаче практически не связан с частицами первого канала, то ему сопоставляется пара сопряженных полюсов на

IV листе (и пара сопряженных нулей в  $S_{22}$  на I листе в тех же точках комплексной энергии) и пара несколько смещенных полюсов на III листе. Этот второй случай ясно показывает, каким образом резонанс, непосредственно не связанный с частицами процесса (например  $1 \rightarrow 1$ ), может влиять на амплитуду этого процесса благодаря связи между каналами, обусловленной, например, возможными другими общими резонансами каналов, влиянием перекрестных каналов.

Итак, можно видеть в 2-канальной задаче, что по способу представления на римановой поверхности следует различать три типа резонансов—которым соответствует: (а) пара сопряженных полюсов на II листе и поэтому пара сопряженных нулей на I листе в  $S_{11}$ , (б) пара сопряженных полюсов на IV листе и поэтому пара сопряженных нулей на I листе в  $S_{22}$ , (в) по паре сопряженных полюсов на II и IV листах, т.е. по паре сопряженных нулей на физическом листе в  $S_{11}$  и в  $S_{22}$ . В последнем случае (в отличие от первых двух) резонансу на III листе соответствуют две пары сопряженных полюсов, которые, как разумно ожидать, располагаются сопряженными компактными комплексами.

Аналогичным образом, в 3-канальном случае резонансу простейшего типа соответствует пара сопряженных полюсов на II листе (и поэтому пара сопряженных нулей на I листе в  $S_{11}$ ). Тогда из табл.1 немедленно получаем расположение полюсов и нулей, соответствующих этому резонансу, на всей 8-листной римановой поверхности: на листах III, VI и VII находится по паре сопряженных полюсов, смещенных друг относительно друга и относительно указанной пары на II листе. Понятно, что в 3-канальном случае следует различать 7 типов резонансов с нулями на физическом листе в (а)  $S_{11}$ , (б)  $S_{22}$ , (в)  $S_{33}$ , (г)  $S_{11}$  и  $S_{22}$ , (д)  $S_{22}$  и  $S_{33}$ , (е)  $S_{11}$  и  $S_{33}$ , (ж)  $S_{11}$ ,  $S_{22}$  и  $S_{33}$ . Например, в случае (ж) резонансу соответствует по паре сопряженных полюсов на II, IV и VIII листах в тех же точках комплексной энергии, что и нули на I листе, на III, V и VII листах—по две пары сопряженных полюсов и на VI листе—три пары полюсов (сопряженные комплексы из трех полюсов). Этим, надо полагать, исчерпывается разбиение многоканальных резонансов на типы, поскольку задача представления резонансов ближайшими особенностями эффективно всегда может быть сведена к указанным случаям (к 2- и 3-канальным). Отметим, что такое разбиение резонансов на типы не формально. Например, в скалярном секторе типу (а) соответствует, видимо, резонанс  $f_0(975)$ , а одному из типов без нулей на I листе в  $S_{11}$ —резонанс  $f_0(1590)$ . Эти резонансы обладают очень разной КХД-природой. Представляется, что дальнейшее изучение этих вопросов может дать модельно-независимые указания на природу многоканальных резонансов на основе их полюсного представления на римановых поверхностях.

Таким образом, мы естественно пришли к представлению резонансов на римановых поверхностях комплексо-сопряженными кластерами из полюсов и нулей. Отметим, что в работе [24] на основе аналогичного представления исследовались нуклонные изобары. Такое представление резонансов парой сопряженных кластеров из полюсов и нулей учитывает влияние как открытых, так и закрытых каналов. Напомним, что речь здесь идет о ближайших к физической области полюсах, определяющих резонанс, которые не зависят от конкретного вида пропагаторов, используемых в различных моделях, но должны быть общими для всех.

Вообще формулы табл.1 дают решение многоканальной задачи в том смысле, что при определенном предположении относительно фона дают возможность предсказывать на основе данных по одному процессу амплитуды связанных процессов. Действительно, из табл.1 видно, что полюсы в матричных элементах всех связанных процессов расположены на одних и тех же листах и в одних и тех же точках энергетической плоскости, тогда как соответствующие нули в матричных элементах процессов рассеяния испытывают

миграции с листа на лист указанным образом. Поэтому, учитывая структуру римановой поверхности посредством отображения ее на плоскость и параметризуя матричный элемент одного процесса рассеяния полюсами и нулями, соответствующими резонансам, положение которых определяется анализом данных по этому процессу, можно затем с помощью табл.1 получить предсказания по связанным процессам рассеяния.

Для получения таким методом выражений для матричных элементов процессов перехода между каналами ( $S_{ij}$ ;  $i \neq j$ ) нужно рассмотреть аналитические продолжения на все листы комбинаций  $S_{ii}S_{jj} - S_{ij}^2$ . Это легко можно сделать, используя табл.1, с помощью простых алгебраических операций и убедиться, что полюсы в полученных выражениях расположены на тех же листах и в тех же точках, что и у матричных элементов рассматриваемых процессов, нули же переносятся определенным образом с листа на лист из аналитических продолжений матричных элементов процессов рассеяния, например, из  $S_{11}$  (табл.2, опять опущен верхний индекс I у всех элементов  $S$ -матрицы). Это было сде-

Таблица 2

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
$S_{11}S_{22} - S_{12}^2 = D_{33}$		$\frac{S_{22}}{S_{11}}$	$\frac{1}{D_{33}}$	$\frac{S_{11}}{S_{22}}$	$\frac{D_{22}}{D_{11}}$	$\frac{S_{33}}{\det S}$	$\frac{D_{11}}{D_{22}}$	$\frac{\det S}{S_{33}}$
$S_{11}S_{33} - S_{13}^2 = D_{22}$		$\frac{S_{33}}{S_{11}}$	$\frac{D_{11}}{D_{33}}$	$\frac{\det S}{S_{22}}$	$\frac{D_{33}}{D_{11}}$	$\frac{S_{22}}{\det S}$	$\frac{1}{D_{22}}$	$\frac{S_{11}}{S_{33}}$
$S_{22}S_{33} - S_{23}^2 = D_{11}$		$\frac{\det S}{S_{11}}$	$\frac{D_{22}}{D_{33}}$	$\frac{S_{33}}{S_{22}}$	$\frac{1}{D_{11}}$	$\frac{S_{11}}{\det S}$	$\frac{D_{33}}{D_{22}}$	$\frac{S_{22}}{S_{33}}$

лано нами в 2-канальном подходе [4] для получения предсказания по процессу  $\pi\pi \rightarrow K\bar{K}$  на основе данных по  $\pi\pi$ -рассеянию.

### 3 Многоканальные резонансы в $K$ -матрице

В полной  $K$ -матрице резонансу простейшего типа (только с одной парой полюсов на соответствующих листах, т.е. с парой нулей на I листе только в одном матричном элементе  $S_{ii}$ ) соответствует единственный полюс на реальной оси. Резонансы других типов описываются двумя и даже тремя полюсами (например, когда нули на I листе есть в матричных элементах двух связанных процессов — двумя полюсами на реальной оси).

Однако многополюсное представление резонанса в  $K$ -матрице возникает не только для указанных выше типов резонансов, но и в результате влияния важных энергетически закрытых каналов. Поясним это подробнее.

В случае  $N$ -каналов связь  $K$ -матрицы с  $S$ -матрицей дается соотношением:

$$\hat{S} = \frac{I + i\hat{\rho}^{1/2}\hat{K}\hat{\rho}^{1/2}}{I - i\hat{\rho}^{1/2}\hat{K}\hat{\rho}^{1/2}}, \quad (1)$$

где  $\rho_{ij} = 0$  ( $i \neq j$ )  $\rho_{ii} = 2k_i/\sqrt{s}$ ,  $k_i = (s/4 - m_i^2)^{1/2}$ .

Из (1) легко получить, что  $\hat{K} = \hat{K}^+$ , т.е.  $K$ -матрица не испытывает скачка при переходе через унитарные двухчастичные разрезы, и полюсы, соответствующие резонансу, расположены на реальной оси  $s$ -плоскости.

Фактически мы всегда имеем дело с некоторой редуцированной  $K$ -матрицей,  $\hat{K}_R$ , поскольку для данной резонансной энергии открытыми являются  $M$ -каналов, остальные  $N-M$ -каналов энергетически запрещены. Связь редуцированной матрицы  $\hat{K}_R$  с полной  $K$ -матрицей дается соотношением [21]:

$$(\hat{K}_R)_{ij} = K_{ij} + iK_{i\alpha}[(I - i\hat{\rho}\hat{K})^{-1}\hat{\rho}]_{\alpha\beta}\hat{K}_{\beta j}, \quad (2)$$

где  $\hat{\rho}$  и  $\hat{K}$  обозначают подматрицы, относящиеся к закрытым каналам,  $i, j = 1, \dots, M$  относятся к открытым каналам и  $\alpha, \beta = M+1, \dots, N$  соответствуют закрытым каналам. Понятно, что резонансы могут образоваться как благодаря резонансному взаимодействию частиц в открытых каналах, так и вследствие процессов в закрытых каналах. В первом случае каждый элемент полной  $K$ -матрицы имеет полюс при некотором реальном значении энергии  $s = m^2$ . В окрестности этого полюса можно записать

$$K_{\sigma\tau} = \frac{g_\sigma g_\tau}{s - m^2} + \alpha_{\sigma\tau}(s), \quad (3)$$

где  $g_\sigma, g_\tau$  - константы связи резонанса с частицами открытых и закрытых каналов ( $\sigma, \tau = 1, \dots, N$ ),  $\alpha_{\sigma\tau}(s)$  - некоторые плавные фоновые функции. Однако этот полюс отсутствует в  $K_R$ -матрице, так как вычет в этом полюсе в выражении (2) равняется нулю, а положение полюса, соответствующего резонансу, перенормируется вследствие влияния закрытых каналов, более того, резонанс описывается несколькими полюсами. Например, в предположении пренебрежимого фона ( $\alpha_{\sigma\tau} = 0$ ) получаем, подставляя (3) в (2),

$$(\hat{K}_R)_{ij} = \frac{g_i g_j}{s - m^2 + \sum_{\alpha=M+1}^N g_\alpha^2 |\rho_\alpha|^2} \quad (4)$$

Рассмотрение фона не меняет заключения относительно полюса при  $s = m^2$ , только несколько усложняет формулы. Например, в 2-канальном случае с закрытым каналом 2 при наличии фона будем иметь

$$(K_R)_{11} = \frac{g_1^2(1 + |\rho_2|\alpha_{22}) - |\rho_2|[2g_1g_2\alpha_{12} + (s - m^2)\alpha_{12}^2]}{s - m^2 + |\rho_2|[g_2^2 + (s - m^2)\alpha_{22}]} \quad (5)$$

Из (4) и (5) можно видеть, что лишь, когда резонанс не связан с закрытыми каналами, в  $K_R$ -матрице имеется полюс при  $s = m^2$ . Но даже при малых константах связи резонанса с частицами закрытых каналов он представляется несколькими полюсами. (Отметим, что на практике эти связи проявляются в процессах обмена резонансами в реакциях, перекрестных к соответствующим закрытым каналам.) Последующее явное рассмотрение большего числа каналов (с соответствующим расширением рассматриваемой энергетической области) уменьшит число полюсов, представляющих данный многоканальный резонанс. В частности, для 2-канального резонанса в 1-канальном рассмотрении (формула (5)) по крайней мере два полюса на реальной оси в окрестности  $m^2$  описывают этот резонанс. При 2-канальном рассмотрении (у "полной"  $K$ -матрицы) будет, конечно, один полюс при  $s = m^2$ , в отличие от обсуждавшегося выше положения с резонансом типа (в). Разобраться в этой ситуации можно лишь, изучая полюсное представление резонансов на римановой поверхности. Для этой цели мы используем процедуру униформизации, отображая риманову поверхность на плоскость.

Заметим, что, как видно из (2), полюс в  $K_R$ -матрице может возникнуть также в случае, когда элементы полной  $K$ -матрицы не сингулярны. Условие для такого полюса есть

$$\det(I + |\hat{\rho}\hat{K}) = 0. \quad (6)$$

Этот полюс в  $K_R$ -матрице существует, например, если частицы в наинищем закрытом канале притягиваются друг к другу достаточно сильно, чтобы образовать связанное состояние, при условии что связь между закрытыми и открытыми каналами слабая. Заметим, однако, что выполнение одного и того же условия (6) требуется для существования резонансов, обусловленных процессами и в открытых, и в закрытых каналах. Чтобы различить эти случаи, опять нужно исследовать распределение полюсов на римановой поверхности.

#### 4 Параметризация и анализ экспериментальных данных

Хотя формул таблиц 1 и 2 достаточно для восстановления по известному выражению для матричного элемента одного процесса матричных элементов всех связанных процессов, однако удобно для этой цели, и особенно имея в виду в дальнейшем совместный анализ экспериментальных данных по связанным процессам, использовать также соотношения Ле Куто-Ньютона [22], которые компактно представляют все свойства, даваемые формулами табл. 1 и 2, и выражают амплитуды всех связанных процессов через детерминант матрицы Йоста (для простоты - функция Йоста)  $d(k_1, k_2, \dots) \equiv d(s)$  - вещественно аналитическую функцию с единственными корневными точками ветвления на порогах процессов при  $k_i = 0$ . Выше мы уже отмечали, что учет структуры римановой поверхности осуществляется выбором униформирующей переменной. В 2-канальном рассмотрении такой переменной может быть функция

$$z = (k_1 + k_2)/(m_K^2 - m_\pi^2)^{1/2}, \quad (7)$$

которая отображает всю 4-листную риманову поверхность на плоскость (рис. 1). Соотно-

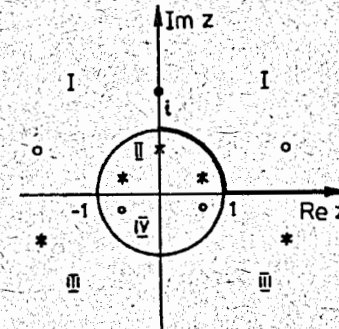


Рис. 1: Плоскость униформирующей переменной  $z$ . Римскими цифрами обозначены образы листов римановой поверхности 2-канальной  $S$ -матрицы. Жирной линией указана физическая область; точки  $i$  и  $1$  - соответственно  $\pi$ -,  $K\bar{K}$ -пороги. Полюсы (\*) и нули (o) представляют резонанс типа (а) в  $S_{11}$ ; полюс и нуль на мнимой оси аппроксимируют фон.

шения Ле Куто-Ньютона имеют на  $z$ -плоскости следующий вид [4, 23]:

$$S_{11} = \frac{d(-z^{-1})}{d(z)}, \quad S_{22} = \frac{d(z^{-1})}{d(z)}, \quad S_{11}S_{22} - S_{12}^2 = \frac{d(-z)}{d(z)}. \quad (8)$$

Тогда условие реальной аналитичности означает

$$d(-z^*) = d^*(z) \quad (9)$$

для всех  $z$ , и 2-канальная унитарность требует выполнения следующих соотношений для значений  $z$  в физической области:

$$|d(-z^{-1})| \leq |d(z)|, \quad |d(z^{-1})| \leq |d(z)|, \quad |d(-z)| = |d(z)|. \quad (10)$$

Представляя  $d$ -функцию как  $d = d_B d_{res}$ , где

$$d_B = iz^{-1}(1 + iy_0z) \quad (11)$$

описывает фон, а резонансная часть имеет вид:

$$d_{res} = z^{-2M} \prod_{n=1}^M (1 - z_n^* z)(1 + z_n z)(1 - z_n' z)(1 + z_n' z) \quad (12)$$

( $M$ —число резонансов, одно значение индекса  $n$  соответствует одному резонансу), легко получить выражение для  $S_{11}$ , уже использованное нами при анализе  $\pi\pi$ -рассеяния, и для других матричных элементов. Такое представление (12) для  $d_{res}$  соответствует резонансам типа (а), в случае резонансов других типов видоизменение представления для  $d_{res}$  очевидно (в свете обсуждения в разд.2), а конкретный выбор представления должен определяться анализом экспериментальных данных. Как известно,  $\pi\pi$ -взаимодействие является практически упругим вплоть до  $K\bar{K}$ -порога, вклад многочастичных состояний ( $4\pi, 6\pi$ ) при современной точности эксперимента пренебрежим. На рис.1 изображены положения полюсов (\*) и нулей (о), представляющих резонанс типа (а) в  $S_{11}$ ; полюс 2-го порядка и соответствующий нуль на мнимой оси дают фон в  $S_{11}$  (для  $d_B$  формула (11)). Симметрия полюсов и соответствующих нулей относительно окружности обеспечивает упругую унитарность  $S_{11}$  вплоть до  $K\bar{K}$ -порога. Если бы  $s$ -волновое  $\pi\pi$ -рассеяние оставалось упругим и выше  $K\bar{K}$ -порога, то полюсы и нули были бы симметричны относительно реальной оси. Нарушение этой симметрии при выполнении условий (10) дает требуемые неупругость  $S_{11}$  в этой области и 2-канальную унитарность  $S$ -матрицы. В (12)  $z_n$  и  $z_n'$  обозначают положение нулей соответственно в верхней и нижней  $z$ -полуплоскости для резонанса "п" типа (а) в матричном элементе для процесса с наименьшим порогом  $S_{11}$ . С этими формулами (8-12) нами были обработаны по методу минимума  $\chi^2$  экспериментальные данные по изоскалярному  $s$ -волновому  $\pi\pi$ -рассеянию в интервалах 0,6-1,89 ГэВ и от порога до 1,89 ГэВ [4, 27]. В первом случае использовались данные из работы [25], во втором—экспериментальные точки брались из многих работ [25, 26]. В обоих случаях для удовлетворительного описания фазы  $\delta_0^0$  и параметра упругости  $\eta_0^0$  оказалось достаточно двух резонансов ( $\chi^2/\text{ст.св.} \approx 1,00$  и 1,04 соответственно). Были установлены следующие положения нулей на  $z$ -плоскости, соответствующих резонансам "1" и "2", при анализе данных в интервале 0,6-1,89 ГэВ:

$$z_1 = 1,2281 + 0,15318i, \quad z_1' = 0,72984 - 0,24186i,$$

$$z_2 = 2,8933 + 0,59804i, \quad z_2' = 0,34796 - 0,056624i,$$

(нуль, соответствующий фону,  $y_0 = 1,2634$ ), в интервале от порога до 1,89 ГэВ:

$$z_1 = 1,2083 + 0,17813i, \quad z_1' = 0,34163 - 0,14893i,$$

$$z_2 = 3,1173 + 0,85304i, \quad z_2' = 0,31332 - 0,097095i,$$

( $y_0 = 4,2928$ ).

Напомним, что в этом анализе явно учтено влияние  $K\bar{K}$ -порога с помощью унифицирующей переменной. Однако в анализируемой области находится порог  $\eta\eta$ -канала, на значительную связь с которым исследуемых резонансов указывают многие кварковые модели, а также пороги других каналов, с которыми эти резонансы могут быть связаны ( $\eta\eta', \rho\rho, \omega\omega$ ). Для учета их влияния, а также влияния таких эффектов, как конечная ширина скалярных резонансов, эффективное изоспиновое нарушение вследствие  $K^+ - K^0$ -разности масс, первое, что можно сделать, это несколько отклониться от "упругой" 2-канальной унитарности, нарушая третье условие в (10) при выполнении первых двух. В табл.3 приведены значения параметров полюсов, соответствующих резонансам в этом анализе, на II и III листах в плоскости комплексной энергии ( $\sqrt{s_r} = E_r - i\Gamma_r/2$ ).

Таблица 3

Интервал энергии	Лист	$f_0(975)$		$f_0(1500)$		$\chi^2/\text{ст.св.}$
		$E, \text{МэВ}$	$\Gamma, \text{МэВ}$	$E, \text{МэВ}$	$\Gamma, \text{МэВ}$	
0,6-1,89 ГэВ	II	$1000 \pm 5$	$48 \pm 6$	$1552 \pm 15$	$494 \pm 35$	1,00
	III	$971 \pm 8$	$152 \pm 15$	$1516 \pm 15$	$369 \pm 32$	
0,28-1,89 ГэВ	II	$996 \pm 2$	$53 \pm 3$	$1640 \pm 22$	$720 \pm 34$	1,32
	III	$1352 \pm 12$	$857 \pm 46$	$1551 \pm 14$	$751 \pm 38$	

Значение  $\chi^2/\text{ст.св.} \approx 1,04$  в анализе от порога до 1,89 ГэВ получается, если из 157 использованных экспериментальных точек отбросить три при энергиях 0,285, 0,3656 и 0,730 ГэВ, дающие anomalно большой вклад в  $\chi^2$ . Описание фазы  $\delta_0^0$  практически одинаковое в обоих анализах (кривая в первом анализе начинается при 0,6 ГэВ и фактически накладывается на изображенную), однако для параметра упругости оно, видимо, несколько хуже во втором анализе (рис.2).

На основании формул (8) с параметризацией (11,12) можно получить предсказания для связанных процессов  $K\bar{K}$ -рассеяния и  $\pi\pi \rightarrow K\bar{K}$ . При этом использование для фона  $d_B$ -функции (11) означает предположение, что фон изоскалярного  $s$ -волнового  $K\bar{K}$ -рассеяния полностью определяется фоном  $\pi\pi$ -рассеяния. В первом приближении это предположение, как мы увидим далее, оказывается разумным, тогда как расширенный анализ данных по этому процессу и по связанным процессам может потребовать более детального описания фона. Это можно сделать следующим образом. Фактически нужно определить ту часть фона  $K\bar{K}$ -рассеяния, которая не дает прямого вклада в  $\pi\pi$ -рассеяние. Левый разрез в  $S_{22}$ , который в энергетической плоскости начинается при  $s = 4(m_K^2 - m_\pi^2)$  и вклад которого является определяющим в искомой части фона, в  $z$ -плоскости отображается на участки правой единичной полуокружности, начинающиеся в точках  $z_{\pm} = \sqrt{1 - m_K^2/q_\pi^2} \pm im_\pi/q_\pi$  (здесь  $q_\pi = \sqrt{m_K^2 - m_\pi^2}$ ) и идущие вплоть до мнимой оси, а также и на всю мнимую ось. Вклад от  $\pi\pi$ -фона в  $S_{22}$ , определяемый  $d_B$ -функцией (11), представляется полюсом 2-го порядка на мнимой оси в точке  $y_0^{-1}$  и соответствующим нулем в точке  $-y_0$ . Та же часть фона  $K\bar{K}$ -рассеяния, которая не дает вклада в  $\pi\pi$ -рассеяние, может быть аппроксимирована, как видно из табл.1, полюсами на окружности и нулями в комплексно сопряженных точках, а также парами полюсов в нижней полуплоскости, симметричными друг другу относительно окружности, и соответствующими им нулями в комплексно сопряженных точках. Это для вклада от разреза на правой единичной полуокружности. Аналогично для вклада от разреза на мнимой

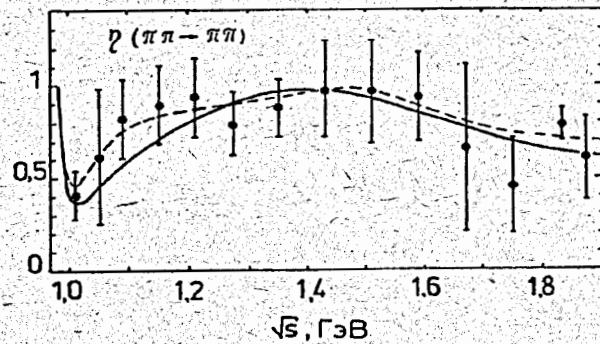
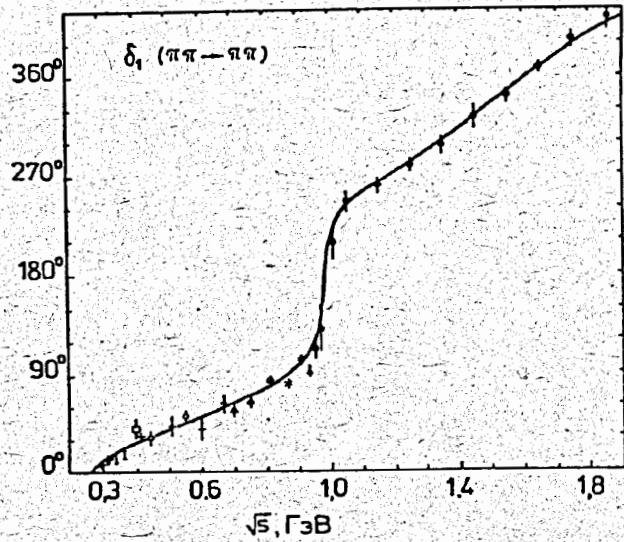


Рис.2: Энергетические зависимости фазы ( $\delta_1 \equiv \delta_0^0$ ) амплитуды и параметра упругости ( $\eta$ ) в скалярно-изоскалярном канале, полученные на основе обработки экспериментальных данных в интервалах от 0,6 до 1,89 ГэВ (штриховая кривая) и от  $\pi\pi$ -порога до 1,89 ГэВ (сплошные кривые). На рисунке приведены только некоторые характерные экспериментальные точки.

оси. Итак, предполагая сначала, что эта часть фона пренебрежима, получаем удовлетворительное предсказание для изоскалярной  $s$ -волны процесса  $\pi\pi \rightarrow K\bar{K}$  (рис.3) на основе анализа данных по  $\pi\pi$ -рассеянию в интервале 0,6-1,89 ГэВ. На рис.3 видно, что расхождение с экспериментальными данными по процессу  $\pi\pi \rightarrow K\bar{K}$  [28]-[30] начинается при 1,25 ГэВ (впрочем, для фазы  $\delta_{12}$  амплитуды этого процесса описание, видимо, простирается несколько дальше), т.е. туда, где заметно сказывается влияние  $\eta\eta$ -канала (вначале подавляемое фазовым объемом). Здесь же отметим, что предсказание на основе анализа  $\pi\pi$ -данных в интервале от порога до 1,89 ГэВ дает завышенные значения для  $|S_{12}|$  даже в области от  $K\bar{K}$ -порога до 1,2 ГэВ. Кроме того, из табл.3 видно, что при переходе в анализе к более широкой энергетической области полюс для  $f_0(975)$  на II листе сместился незначительно (как и должно быть для полюса, непосредственно связанного с параметрами резонанса [3]), тогда как полюс на III листе оказался близко к положению мезона  $f_0(1400)$ . Отметим, что этот мезон (раньше обозначавшийся  $\epsilon(1300)$ ) в разных анализах то появлялся, то исчезал. Продемонстрированный здесь нами эффект может быть одной из причин этого. Кроме того, то, что полюс на III листе, соответствующий  $f_0(975)$ , сместился значительно выше  $\eta\eta$ -порога, определенно говорит о необходимости явного учета этого порога в структуре римановой поверхности. Однако определенный успех 2-канального описания  $\pi\pi$ - и  $K\bar{K}$ -рассеяния в изоскалярной  $s$ -волне в области до 1,25 ГэВ позволил нам вычислить связь  $f_0(975)$ -мезона с  $\pi\pi$ - и  $K\bar{K}$ -системами (на основе анализа в интервале 0,6-1,89 ГэВ) [4]. Определяя константы связи с каналами, как в [11], мы вычислили их значения/на основе вычетов амплитуд в полюсе на II листе. Выражая  $T$ -матрицу через  $S$ -матрицу следующим образом:

$$\hat{S} = I + 2i\hat{\rho}^{1/2}\hat{T}\hat{\rho}^{1/2}, \quad (13)$$

запишем аналитические продолжения ее элементов на II лист через значения на I листе:

$$T_{11}^{\text{II}} = \frac{T_{11}^{\text{I}}}{S_{11}^{\text{I}}}, \quad T_{22}^{\text{II}} = T_{22}^{\text{I}} - 2i\rho_1 \frac{(T_{12}^{\text{I}})^2}{S_{11}^{\text{I}}}, \quad T_{12}^{\text{II}} = \frac{T_{12}^{\text{I}}}{S_{11}^{\text{I}}}. \quad (14)$$

Тогда с учетом первого выражения (14) получаем

$$\frac{g_{\pi\pi f_0}^2}{4\pi} = |\rho_1(z_1^{*-1})|^{-1} \frac{8g_2^2}{|z_1|^2} \left| \lim_{z \rightarrow z_1^{*-1}} (1 - z_1^*z)(1 + z_1z)S_{11} \right|. \quad (15)$$

Для вычисления  $g_{K\bar{K}f_0}$  удобно воспользоваться амплитудой  $T_{22}$ , но при этом из второго выражения (14) видно, что искомый вычет пропорционален  $(g_{\pi\pi f_0} g_{K\bar{K}f_0})^2$ , т.е.

$$\frac{g_{\pi\pi f_0}^2 g_{K\bar{K}f_0}^2}{4\pi} = |\rho_1(z_1^{*-1})\rho_2(z_1^{*-1})|^{-1} \left( \frac{8g_2^2}{|z_1|^2} \right)^2 \left| \lim_{z \rightarrow z_1^{*-1}} (1 - z_1^*z)(1 + z_1z)S_{22} \right|. \quad (16)$$

Вычисление на основе формул (15) и (16) дало

$$\frac{g_{\pi\pi f_0}^2}{4\pi} \approx 0,8 \text{ ГэВ}^2, \quad \frac{g_{K\bar{K}f_0}^2}{4\pi} \approx 3,164 \text{ ГэВ}^2, \quad (17)$$

т.е.  $g_{\pi\pi f_0}/g_{K\bar{K}f_0} \approx 0,52$ .

Заметим, что это значение отношения констант связи уже появлялось ранее в других работах (см., например, [10]) и служило одним из оснований объяснения необычных свойств скалярных мезонов их четырехкварковой природой. У нас нет причин не согласиться с этим объяснением, за исключением того, что такая сильная связь  $f_0(975)$

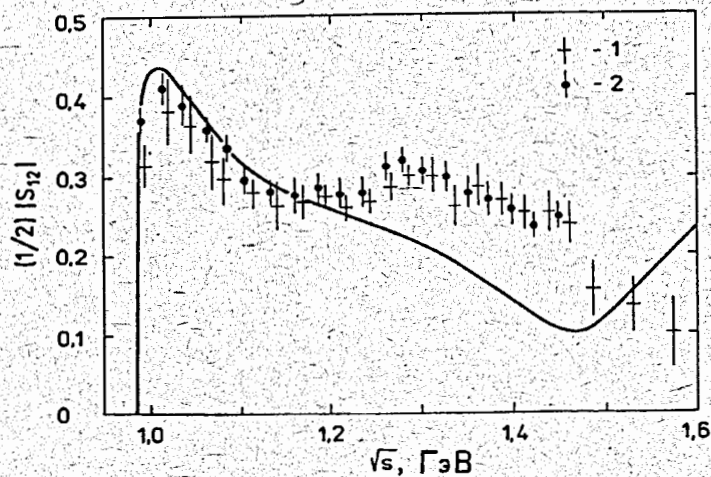
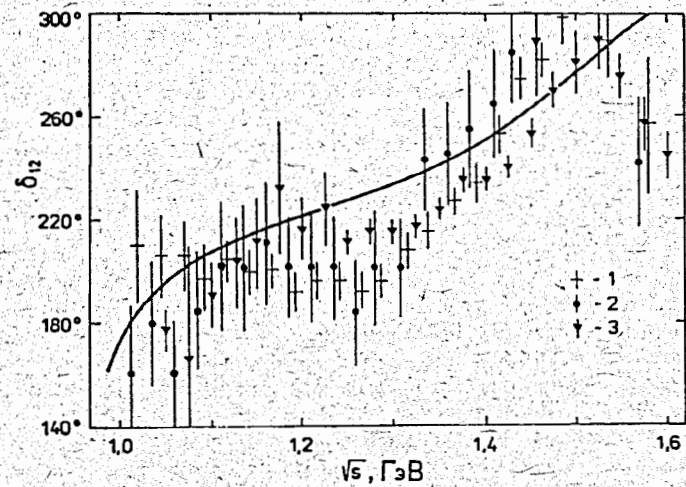


Рис.3: Сравнение предсказаний для фазы ( $\delta_{12}$ ) и модуля матричного элемента процесса  $\pi\pi \rightarrow K\bar{K}$  в изоскалярной  $s$ -волне с экспериментальными данными (1 - [29], 2 - [28], 3 - [30]).

с  $K\bar{K}$ -системой подводит к необходимости исследовать другой тип представления этой частицы на римановой поверхности (именно, (в)). Отметим также, что полученные таким способом значения констант связи являются лишь приближенными, игнорирующими вклад комплексного фона. Другой способ получения констант связи с использованием  $K$ -матрицы также не позволяет избавиться от влияния фона (см., например, формулу (5)), поэтому необходимо сопоставлять результаты разных методов.

Аналогичный описываемому здесь 2-канальный формализм был использован в работе [19] при анализе ISR-данных по центральному рождению мезонных пар ( $\pi\pi$  и  $K\bar{K}$ ) в  $pp$ -соударениях. Однако в этой работе не учитывается влияние точки ветвления  $\pi\pi$ -порога. Это несколько упрощает представление резонансов, но в 2-канальном подходе не является вынужденной мерой и, видимо, не совсем обоснованно, поскольку существует простая унифицирующая переменная (7), учитывающая этот порог. Итак, в работе [19] использована модель римановой поверхности, в структуре которой помимо левых сингулярностей игнорируется также  $\pi\pi$ -порог. Последнее можно формально осуществить, если продолжить  $\pi\pi$ -разрез влево до  $-\infty$ . В этом случае унифицирующей переменной служит импульс  $k_2 = (s/4 - m_K^2)^{1/2}$ , отображающий такую риманову поверхность на плоскость (рис.4). На рис.4 изображена 2-листная  $k_2$ -поверхность, на которую отображается при  $k_2$ -преобразовании модельная риманова поверхность 3-канальной

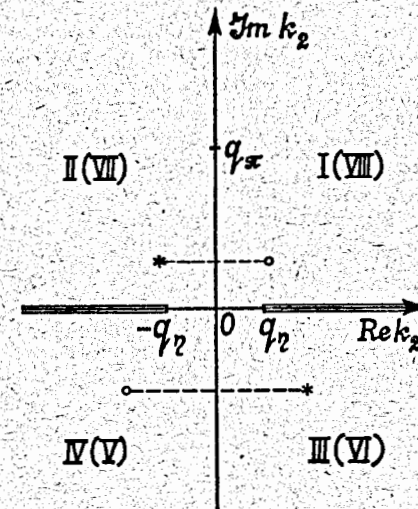


Рис.4: 2-листная  $k_2$ -поверхность 3-канальной  $S$ -матрицы. Римскими цифрами отмечены четверти  $k_2$ -листов, на которые отобразились соответствующие листы римановой  $s$ -поверхности (цифры в скобках относятся к нижнему  $k_2$ -листу). Представляющие резонанс типа (а) полюс (\*) и нули (o) показаны только на первом  $k_2$ -листе, на втором листе находятся аналогично расположенные пары полюсов и нулей. Точки  $q_\pi$ , 0 и  $q_\eta$  соответственно  $\pi\pi$ -,  $K\bar{K}$ - и  $\eta\eta$ -пороги.

$S$ -матрицы (для  $\pi\pi$ -,  $K\bar{K}$ - и  $\eta\eta$ -каналов) в пренебрежении точками ветвления левых (потенциальных) разрезов и  $\pi\pi$ -порога. Упругая часть физической области  $\pi\pi$ -рассеяния простирается от точки  $q_\pi = i\sqrt{m_K^2 - m_\pi^2}$  вдоль мнимой оси до 0 ( $K\bar{K}$ -порог), дальше физическая область идет вдоль реальной оси и верхнего берега разреза ( $q_\eta, \infty$ ) (унитарный разрез от  $\eta\eta$ -канала преобразовался в два разреза ( $q_\eta, \infty$ ) и  $(-q_\eta, -\infty)$ , где  $q_\eta = (m_\eta^2 - m_K^2)^{1/2}$ ). Римскими цифрами указаны те четверти  $k_2$ -листов, на которые отобразились соответствующие листы римановой  $s$ -поверхности (цифры в скобках соответствуют нижнему  $k_2$ -листу), тогда резонанс, например, типа (а) представляется на первом  $k_2$ -листе полюсами (\*) во втором и четвертом квадрантах и нулями (o), симметричными полюсам относительно мнимой оси, и на втором листе аналогично рас-



положенными парами полюсов и нулей. В работе [19] анализ выполнен без явного учета влияния  $\eta\eta$ -канала, т.е. рассмотрен только первый  $k_2$ -лист без разрезов от  $\eta\eta$ -канала. Тогда соответствующие резонансу полюсы со второго (не учтенного)  $k_2$ -листа при строгом выполнении 2-канальной унитарности окажутся на первом  $k_2$ -листе (на римановой  $z$ -поверхности полюсы с не учтенных VII и VI листов расположатся соответственно на II и III листах), имитируя дополнительное резонансное состояние. Укажем простую 1-канальную аналогию: в случае представления резонансной амплитуды в простейшей брейт-вигнеровской форме без учета пороговой точки ветвления (знаменатель  $E - M + i\Gamma/2$ ) полюс выглядит расположенным на физическом листе (в противоречии с причинностью) – на самом деле это означает очень ограниченную энергетическую область применимости такой формы, когда можно пренебречь 2-листной структурой римановой поверхности. Учитывая последнюю, можно убедиться, что соответствующие резонансу полюсы находятся, как и должно быть, на втором листе. В анализе [19] в окрестности  $K\bar{K}$ -порога, помимо полюса на II и III листах (как и должно быть при неучете  $\eta\eta$ -порога), появились дополнительные полюсы: два на II листе и один на III, которые связывались авторами с новыми скалярными состояниями (одно считалось даже кандидатом в глоболы). Как мы уже указывали ранее [27], два из дополнительных полюсов (на II и на III листах) суть проявления резонанса  $f_0(975)$  (из-за неучета  $\eta\eta$ -порога), и еще один дополнительный полюс на II листе, очень близкий к  $K\bar{K}$ -порогу и ниже его, может быть или результатом влияния  $K\bar{K}$ -фона, или обсуждавшимся выше эффектом закрытого  $\eta\eta$ -канала в образовании  $f_0(975)$ . Следует отметить, что последующий расширенный анализ вышеуказанных данных и особенно совместный анализ этих данных и данных по  $\pi\pi$ - и  $K\bar{K}$ -рассеянию и распадам  $J/\psi \rightarrow \phi\pi\pi(\phi K\bar{K})$ ,  $D_s \rightarrow \pi\pi\pi$  привели авторов работы [19] к описанию с одним дополнительным полюсом на II листе и вообще без дополнительных полюсов (т.е. с одним полюсом на II листе и одним полюсом на III листе для  $f_0(975)$ ) как более предпочтительным решениям [20]. Мы отмечали выше, что в 2-канальном подходе этого можно добиться нарушением третьего условия (10) (при выполнении первых двух), т.е. соответствующим нарушением "упругой" 2-канальной унитарности из-за учета влияния  $\eta\eta$ -канала.

Однако выше мы уже неоднократно подчеркивали необходимость явного учета  $\eta\eta$ -порога. Риманова  $z$ -поверхность с тремя различными ("унитарными") точками ветвления,  $s_1 < s_2 < s_3$ , топологически не может быть отображена на плоскость (или сферу), но это может быть сделано на торе, т.е. рассматриваемые в 3-канальном подходе амплитуды с помощью простых функций могут быть униформизированы на торе. Понятно, что для практической цели параметризации речь может идти лишь о локальной униформизации. Однако можно пойти по другому пути, которым мы и будем следовать, а именно, – проводя последовательно идею о доминирующем влиянии ближайших особенностей, построить надлежащую модель римановой поверхности, в которой рассматриваемые амплитуды могут быть просто униформизированы. Т.е. учтем, что в интересующей нас здесь области около 1 ГэВ, например от 0,7 до 1,6 ГэВ, можно пренебречь влиянием  $\pi\pi$ -пороговой точки ветвления, расположенной достаточно далеко, хотя условие унитарности на упругом разрезе важно. Т.е., учитывая с помощью  $k_2$ -преобразования  $K\bar{K}$ -пороговую точку ветвления, получим, в отличие от [19], 2-листную модель  $k_2$ -поверхности с разрезами от  $\eta\eta$ -канала (рис.4). Последние можно учесть, выполнив следующее отображение (обратное преобразование Жуковского):

$$w = k_2/q_n + \sqrt{(k_2/q_n)^2 - 1}, \quad (18)$$

при котором 2-листная  $k_2$ -поверхность отображается на  $w$ -плоскость (рис.5: жирной линией указана физическая область, точки  $w_\pi = iq_\eta^{-1}[-q_\pi + (m_\eta^2 - m_\pi^2)^{1/2}]$ ,  $i$  и  $1$  – соответственно  $\pi\pi$ -,  $K\bar{K}$ - и  $\eta\eta$ -пороги). В данном случае пренебрежение влиянием  $\pi\pi$ -пороговой точки ветвления является ценой учета точки ветвления  $\eta\eta$ -порога. Формулы

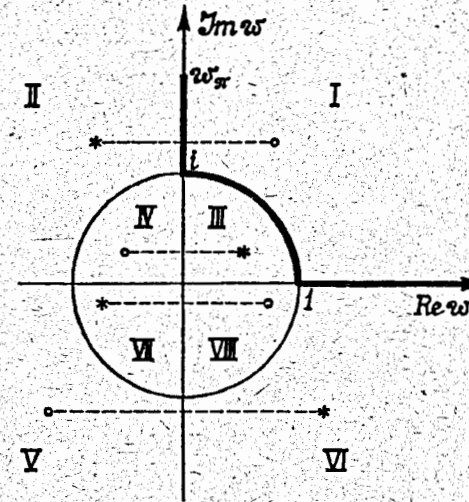


Рис.5: Плоскость униформизирующей переменной  $w$ . Римскими цифрами обозначены образы листов римановой поверхности 3-канальной  $S$ -матрицы. Жирной линией указана физическая область; точки  $w_\pi$ ,  $i$  и  $1$  – соответственно  $\pi\pi$ -,  $K\bar{K}$ - и  $\eta\eta$ -пороги. Изображенные полюсы (\*) и нули (o) представляют резонанс типа (а) в  $S_{11}$ .

Ле Куто-Ньютона с учетом используемой модели римановой поверхности несколько видоизменяется (заметим, что точке  $s_0$  сопоставляются в  $w$ -плоскости точки  $w_0$ ,  $-w_0^{-1}$ ,  $-w_0$ ,  $w_0^{-1}$  на I, IV, V, VIII листах соответственно):

$$\begin{aligned} S_{11} &= \frac{d^*(-w^*)}{d(w)}, & S_{22} &= \frac{d(-w^{-1})}{d(w)}, & S_{33} &= \frac{d(w^{-1})}{d(w)}, \\ D_{33} &= \frac{d^*(w^{*-1})}{d(w)}, & D_{22} &= \frac{d^*(-w^{*-1})}{d(w)}, & D_{11} &= \frac{d(-w)}{d(w)}. \end{aligned} \quad (19)$$

Следует отметить, что поскольку используемая модель римановой поверхности означает учет лишь ближайших к физической области полуплоскостей римановых листов, то в этом случае нет смысла говорить о свойстве реальной аналитичности амплитуд. Условие же 3-канальной унитарности требует выполнения следующих соотношений для значений  $w$  в физической области:

$$|d(-w^*)| \leq |d(w)|, \quad |d(-w^{-1})| \leq |d(w)|, \quad |d(w^{-1})| \leq |d(w)|, \quad (20)$$

$$|d(w^{*-1})| = |d(-w^{*-1})| = |d(-w)| = |d(w)|. \quad (21)$$

Представляя  $d$ -функцию как  $d = d_B d_{res}$ , где  $d_B$  описывает фон, а резонансная часть имеет вид:

$$d_{res}(w) = w^{2M} \prod_{r=1}^M \prod_{i=1}^4 (w + w_{ri}^*) \quad (22)$$

( $M$  – количество резонансов), легко получить выражение для  $S_{11}$ , уже использовавшееся нами при анализе  $\pi\pi$ -рассеяния [9], и для других матричных элементов. Изображенные

на рис.5 положения полюсов (\*) и нулей (o) дают представление резонанса типа (а) в  $S_{11}$ , полученное на основе формул (19, 22). Из-за примененной модели римановой поверхности он изображается не  $2^3$ , а четырьмя полюсами (и симметричными им относительно мнимой оси нулями). Последняя симметрия обеспечивает выполнение упругой унитарности в процессе  $1 \rightarrow 1$  в упругой области ( $w, i$ ). Если бы этот процесс был упругим и выше порога  $w = i$ , то была бы симметрия полюсов и нулей относительно окружности, а при упругости этого процесса также выше порога  $w = 1$  требовалась бы симметрия полюсов и нулей относительно реальной оси.

На основе формул (19, 22) для резонансов предположенного типа (а) мы анализировали все доступные нам данные по изоскалярному  $s$ -волновому  $\pi\pi$ -рассеянию в области энергий сначала 0,8–1,3 ГэВ [31], затем 0,7–1,6 ГэВ [9]. Фон брался в упругом виде:

$$S_{11}^B = e^{2i\delta^B(s)}, \quad \delta^B(s) = a + b\sqrt{s}. \quad (23)$$

В первом случае получено хорошее описание данных ( $\chi^2/\text{ст.св.} \approx 0,66$ ) и определены параметры резонанса  $f_0(975)$ . Во втором случае для удовлетворительного описания экспериментальных данных для фазы и параметра упругости (рис.6) оказалось достаточно двух резонансов (при 1 и 1,5 ГэВ). Положения нулей  $w_{ri}$ , соответствующих этим резонансам, в  $w$ -плоскости приведены в [9]. Здесь мы укажем положения полюсов, соответствующих этим частицам, на различных листах римановой поверхности в плоскости комплексной энергии (табл.4). Параметры фона в этом анализе есть  $a = -1,376 \pm 0,056$ ,

Таблица 4

Лист	$f_0(975)$		$f_0(1500)$	
	$E, \text{МэВ}$	$\Gamma, \text{МэВ}$	$E, \text{МэВ}$	$\Gamma, \text{МэВ}$
II	$1017 \pm 5$	$35 \pm 7$	$1496 \pm 16$	$548 \pm 35$
III	$1031 \pm 16$	$128 \pm 30$	$1156 \pm 36$	$146 \pm 43$
VI	$1025 \pm 8$	$23 \pm 10$	$1502 \pm 20$	$614 \pm 40$
VII	$1139 \pm 60$	$108 \pm 42$	$1147 \pm 55$	$145 \pm 62$

$b = 0,6 \pm 0,0025$ . Если исключить точку при 0,91 ГэВ, дающую anomalно большой вклад в  $\chi^2$ , то получим  $\chi^2/\text{pdf} \approx 1,12$ .

Отметим, что при обработке экспериментальных данных мы обеспечивали выполнение условий унитарности (20), допуская некоторые отклонения в условиях (21). Это приводит к возникновению в матричных элементах межканальных переходов  $S_{ij} (i \neq j)$  дополнительных точек ветвления вне физической области, однако дает возможность эффективно учесть влияние явно не включенных здесь эффектов и избежать возникновения фиктивных резонансных состояний. При этом необходимо следить, чтобы полюсы и нули, соответствующие резонансу, образовывали на римановой поверхности пару комплексно сопряженных кластеров одного из указанных в разд.2 типов. Всякая аномалия (дополнительные полюсы, как в анализе [19], или выпадение полюсов из кластера, как в нашем 2-канальном анализе в интервале от порога до 1,89 ГэВ [27]) требует дополнительно явного учета некоторых эффектов и соответствующей интерпретации.

Следует обсудить полученные положения полюсов на различных листах римановой поверхности. Здесь руководящим принципом качественно может служить представление амплитуды в многоканальной брейт-вигперовской форме (см., напр., [11]). Отметим сначала, что во всех трех наших анализах (2-канальном и 3-канальных в интервалах 0,8–1,3 и 0,7–1,6 ГэВ) наиболее устойчивым оказалось положение полюса на II листе,

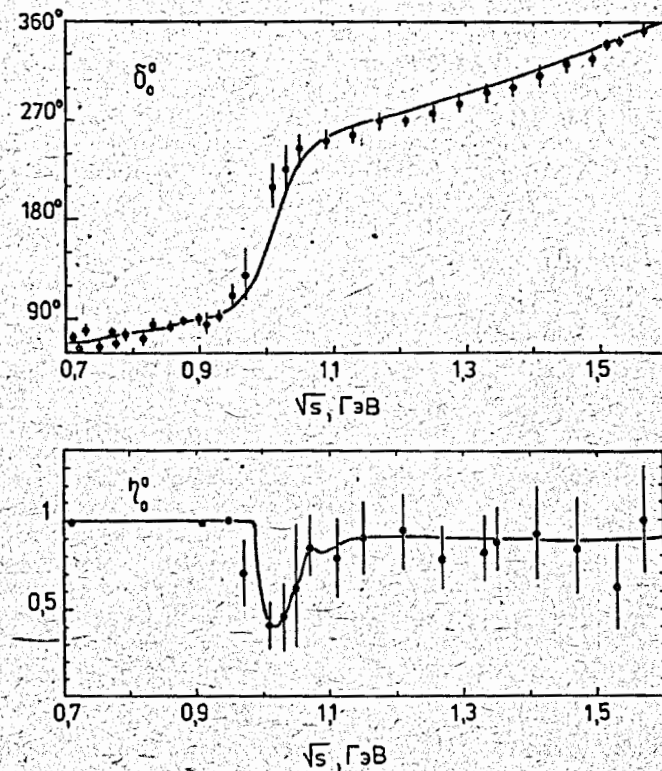


Рис.6: То же, что и на рис.2, только экспериментальные данные анализировались в 3-канальном подходе в интервале 0,7–1,6 ГэВ.

соответствующего  $f_0(975)$ , как и должно быть для этого типа резонанса [9]. То, что положение этого полюса все-таки несколько изменилось в последнем 3-канальном анализе, говорит о довольно сильной связи этого резонанса с  $\eta\eta$ -системой и о важности выполненного здесь учета влияния  $\eta\eta$ -канала также в структуре римановой поверхности. Значительное смещение полюса на VII листе у  $f_0(975)$  по сравнению с положением полюса на II листе должно быть обусловлено (как видно из табл.1) большой связью между каналами  $\pi\pi$  и  $\eta\eta$ ; связь же между каналами  $\pi\pi$  и  $K\bar{K}$  существенно подавляется фазовым объемом (из-за близости массы  $f_0(975)$  к  $K\bar{K}$ -порогу), чем объясняется не такое заметное смещение полюса на III листе. Одинаковые же знаки импульсов всех трех каналов при продолжении на VI лист приводит к тому, что положения полюсов на II и VI листах довольно близки.

В отношении второго резонанса, условно обозначенного нами  $f_0(1500)$ , вряд ли имеет смысл делать здесь определенные выводы, так как не учтен явно  $\eta\eta'$ -порог ( $\sim 1506$  МэВ). Кроме того, возможная 4-кварковая интерпретация и приписывание этого резонанса более тяжелому  $9^-$ -плету означали бы значительную связь его с каналами из векторных мезонов ( $\rho\rho, \omega\omega$ ), пороги которых лишь на несколько десятков МэВ выше

$\eta\eta'$ -порога. Отмеченные выше моменты, видимо, ответственны за то, что полюсы на III и VII листах слишком смещены по отношению полюса на II листе, а полюсы на II и VI листах, может быть, излишне удалены от реальной оси. Однако анализ использованных данных явно демонстрирует резонансное проявление, поэтому вывод о достаточности в этой области двух (кроме  $f_0(1590)$ ) резонансов представляется правильным. Настоящий анализ не обнаруживает резонанса  $f_0(1590)$  из-за его относительно слабой связи с  $\pi\pi$ -каналом, хотя, конечно, этот резонанс должен воздействовать на результат вследствие довольно значительной связи с  $\eta\eta$ - и  $\eta\eta'$ -каналами.

## 5 Заключение

В настоящей работе с целью формулирования метода изучения многоканальных резонансов и получения модельно-независимой информации о них на основе анализа связанных процессов суммированы наши исследования  $s$ -волнового  $\pi\pi$ - и  $K\bar{K}$ -рассеяния в 2- и 3-канальном подходе. Указанные цели достигаются непосредственным использованием таких общих принципов, как аналитичность и унитарность, при условии что удастся последовательно осуществить идею сбалансированного учета ближайших к рассматриваемой физической области особенностей. В этом отношении изучение  $N(> 3)$ -канальных резонансов практически всегда эффективно сводится к 2- и 3-канальному рассмотрению. Обсуждено представление резонансов на римановых поверхностях парами комплексно сопряженных кластеров (из полюсов и нулей) нескольких возможных типов (в зависимости от того, в скольких связанных процессах рассеяния данному резонансу соответствуют нули на физическом листе). В формировании этих кластеров принимают участие как открытые, так и энергетически закрытые каналы. Тип кластера, соответствующего резонансу, выбирается анализом экспериментальных данных и связан с природой этого резонанса. Представляется, что дальнейшее изучение этого вопроса может дать способ получения модельно-независимых указаний о природе многоканальных резонансов. В полной  $K$ -матрице резонанс в зависимости от типа кластера может описываться больше чем одним полюсом на реальной оси. Например, если на физическом листе резонансу соответствуют нули в амплитудах двух связанных процессов рассеяния, то в  $K$ -матрице он представляется двумя полюсами.

Изучалась также роль закрытых каналов в формировании многоканальных резонансов. Установлено, что если в полной  $K$ -матрице резонансу соответствует полюс на реальной оси, то в фактически используемой при анализе, редуцированной  $K_R$ -матрице, связанной с открытыми каналами, этот полюс из-за влияния закрытых каналов расщепляется на несколько полюсов, отличить которые от многополюсного представления в  $K$ -матрице для резонанса, описываемого определенным, указанным выше типом кластера, можно лишь, изучая распределение полюсов на римановой поверхности. В  $S$ -матрице неучет важного закрытого канала приводит к имитации дополнительных состояний.

Показано, что в случае связанных каналов анализ данных по одному процессу позволяет предсказывать амплитуды остальных связанных процессов при определенном предположении относительно фона (приведены соответствующие формулы для 2- и 3-канального подхода). Причем это может быть достигнуто двумя способами — с помощью формул аналитического продолжения на разные листы римановой поверхности (табл. 1 и 2) и с использованием соотношений типа Ле Куго-Ньютона (формулы (8) и (19)). Структура римановой поверхности учитывается с помощью унифицирующей переменной. На практике нужно использовать оба способа. Если второй способ весьма полезен для совместного анализа данных по связанным процессам, что необходимо для

проверки предположения относительно фона и для получения более точных значений констант связи резонансов с каналами, то первый дает возможность определить кластеры из полюсов и нулей, представляющие резонансы, и полезен при более детальном описании фона (см., например, обсуждение после табл. 3 в предыдущем разделе).

Метод продемонстрирован на примере анализа экспериментальных данных по изоскалярному  $s$ -волновому  $\pi\pi$ -рассеянию от порога до 1,9 ГэВ в 2-канальном рассмотрении (с явным учетом  $K\bar{K}$ -порога) и от 0,7 до 1,6 ГэВ в 3-канальном подходе (с явным учетом  $K\bar{K}$ - и  $\eta\eta$ -порогов). 2-Канальный подход определенно говорит о необходимости явного учета  $\eta\eta$ -порога (из сравнения предсказания по процессу  $\pi\pi \rightarrow K\bar{K}$  с экспериментальными данными), тогда как удовлетворительное описание с двумя резонансами ( $f_0(975)$  и  $f_0(1500)$ )  $\pi\pi$ - $s$ -волны вплоть до 1,9 ГэВ показывает, что возможные другие скалярные мезоны в этой энергетической области (например,  $f_0(1590)$ ) имеют относительно малую связь с  $\pi\pi$ -системой. Если реально говорить о параметрах мезона, условно обозначенного нами  $f_0(1500)$ , можно лишь при явном учете по крайней мере еще  $\eta\eta'$ -порога, то для мезона  $f_0(975)$  уже на данном этапе анализа экспериментальных данных из полученных значений констант связи с  $\pi\pi$ - и  $K\bar{K}$ -каналами и с учетом иных соображений, связанных со свойствами известных скалярных мезонов (см., например, [10, 11]), можно сделать вывод о 4-кварковой природе этого состояния или о значительной 4-кварковой компоненте в нем. Заметим, что расположение полюсов не отвечает связанному  $K\bar{K}$ -состоянию, что согласуется с модельно-независимым результатом работы [20]. Впрочем следует оговориться, что установленная сильная связь  $f_0(975)$  с  $K\bar{K}$ -системой подводит к необходимости исследовать другой тип представления этой частицы на римановой поверхности (именно, (B)), когда нули на физическом листе, соответствующие резонансу, имеются не только в  $S_{11}$ , но и в  $S_{22}$ .

Следует особо сказать о предполагаемом скалярном состоянии ниже 900 МэВ. Хотя было уже почти общепризнано, что экспериментальные данные исключают наличие этого резонанса [1], однако он время от времени появляется в разных работах. Недавний амплитудный анализ [32] данных по  $\pi^+n_1 \rightarrow \pi^+\pi^-p$  и изучение в нем зависимости от двухшпильной массы в широчайшем состоянии наводит на мысль о возможном существовании состояния  $f_0(750)$  с шириной  $\sim 150$  МэВ. Во всяком случае в повестку дня вопрос об этом мезоне ставится более настоятельно. Из теоретических работ в последнее время этот мезон, видимо, особенно последовательно обосновывался, например, в кварковой модели сверхпроводящего типа (вариант модели Намбу — Йона-Лазиньо (NJL)) [33]. В NJL-модели (как и линейной  $\sigma$ -модели) для массы и ширины распада  $\sigma \rightarrow \pi\pi$  получаются соответственно значения  $\sim 700$  и  $\sim 900$  МэВ. В подходе, основанном на использовании низкоэнергетических теорем нарушенной киральной симметрии и масштабной инвариантности с эффективным лагранжианом, содержащим скалярное поле (глобон) [34], при интерпретации резонанса  $f_0(1590)$  как смеси кваркония и глюония [15] более легким его партнером явилось широкое в  $\pi\pi$ -канале состояние примерно при 920 МэВ. Недавно в близком к последнему подходе, основанном на NJL-модели, дополненной полем дилатации (глоболом) [35], обсуждалась возможность интерпретации резонанса  $f_0(1400)$  как суперпозиции  $q\bar{q}$ - и  $gg$ -состояний, тогда его более легким партнером было бы состояние в районе 700 МэВ с очень большой шириной  $\pi\pi$ -распада. Наш метод в использованных данных не обнаруживает никаких состояний ниже  $K\bar{K}$ -порога. Поэтому если какой-либо из указанных резонансов существует, то он ненаблюдаемо широк. Заметим, что в подходе [34]  $\pi\pi$ -ширина скалярного глюония зависит от его массы, как 5-я степень, так что выше 1 ГэВ такие состояния были бы ненаблюдаемо широкими. Если же скалярные глобоны существуют как отдельные состояния, то их можно

было бы наблюдать ниже 1 ГэВ. Например, если бы  $f_0(750)$  был глюоном, то, согласно формуле Эллиса-Ланика [34], его ширина была бы  $\sim 150$  МэВ.

Наконец, заметим, что, хотя при трудности интерпретации известных скалярных мезонов как обычных  $q\bar{q}$ -состояний приводились аргументы (см., напр., обзор [11]), что эти последние могли бы располагаться выше 1,7 ГэВ, однако не прекращаются попытки связать с ними уже известные низколежащие скалярные состояния. Например, в недавней работе [36] скалярные мезоны  $a_0(980)$ ,  $K_0^*(1430)$ ,  $f_0(975)$ ,  $f_0(1400)$  помещаются в  $q\bar{q}$ -квонет с предположенной схемой смешивания его членов, отличающейся от "идеальной" лишь в знаках недиагональных элементов соответствующей массовой матрицы в синглет-октетном базисе. Полученные при этом параметры мезонов, их связи с псевдоскалярами и двумя фотонами как будто не противоречат не точно известным экспериментальным данным.

Полагаем, результаты нашей работы и других обсужденных здесь работ подчеркивают важность дальнейшего систематического изучения процессов рождения  $\pi$ - и  $K$ -мезонов на уровне амплитудного анализа особенно в экспериментах на поляризованной мишени на адронных фабриках, дальнейшего фазового анализа как ниже, так и выше 1 ГэВ и последующего извлечения из последних данных модельно-независимой информации о скалярных мезонах.

Авторы выражают благодарность М.К.Волкову, С.Б.Герасимову и Й.Ланику за полезные обсуждения. Двое из авторов (М.В.А. и С.Ю.С.) благодарят Российский фонд фундаментальных исследований за поддержку (проект № 93-02-3807).

## Литература

- [1] *Particle Data Group*. // Phys. Rev. 1992. V. D45. Part II.
- [2] Крупа Д., Мещеряков В.А., Суrowцев Ю.С. // Проблемы физики высоких энергий и квантовой теории поля. Тр. VI Междунар. семинара. Протвино, 1983. Протвино: ИФВЭ, 1983. Т. 1. С. 181.
- [3] Крупа Д., Мещеряков В.А., Суrowцев Ю.С. // ЯФ. 1986. Т. 43. С. 231.
- [4] Крупа Д., Мещеряков В.А., Суrowцев Ю.С. Сообщ.ОИЯИ, P2-86-399, Дубна, 1986.
- [5] Крупа Д., Мещеряков В.А., Суrowцев Ю.С. // Проблемы физики высоких энергий и теории поля. Тр. IX семинара. Протвино, 1986. Москва: Наука, 1987. С. 335.
- [6] Крупа Д., Meshcheryakov V.A., Suroutsev Yu.S. // Hadron Structure' 87. Proc. Conf.. Smolenice, 1987. Bratislava, 1988. V. 14. P. 299.
- [7] Крупа Д., Meshcheryakov V.A., Suroutsev Yu.S. // Czech. J. Phys. 1988. V. B38. P. 1129.
- [8] Крупа Д., Suroutsev Yu.S. // Hadron Structure' 89. Proc. Conf.. Smolenice, 1989. Bratislava, 1989. P. 387.
- [9] Крупа Д., Мещеряков В.А., Суrowцев Ю.С. // ЯФ. 1991. Т. 54. С. 1412.
- [10] Jaffe R.L. // Phys. Rev. 1977. V. D15. P. 267, 281.

- [11] Achasov N.N., Devyanin S.A., Shestakov G.N. // Phys. Lett. 1980. V. B96. P. 168; Z. Phys. 1984. V. C22. P. 53.
- [12] Дорохов А.Е., Зубов Ю.А., Кочелев Н.И. // ЯФ. 1989. Т. 50. С. 1717; JINR Commun. E2-89-867, Dubna, 1989.
- [13] Jaffe R.L. // Phys. Lett. 1975. V. 41. P. 271; Robson D. // Nucl. Phys. 1977. V. B130. P. 328.
- [14] Törnqvist N. // Phys. Rev. Lett. 1982. V. 49. P. 624.
- [15] Lanik J. // Z. Phys. 1988. V. C39. P. 143.
- [16] Majewski M. // Z. Phys. 1988. V. C39. P. 121.
- [17] Weinstein J., Isgur N. // Phys. Rev. 1983. V. D27. P. 588; ibid. 1990. V. D41. P. 2236.
- [18] Cannata F., Dedonder J.P., Leśniak L. // Phys. Lett. 1988. V. B207. P. 115.
- [19] Au K.L., Morgan D., Pennington M.R. // Phys. Rev. 1987. V. D35. P. 1633.
- [20] Morgan D., Pennington M.R. Preprint of Rutherford Appleton Laboratory RAL-92-070. Chilton, Didcot, Oxon, 1992.
- [21] Dalitz R.H. // Rev. Mod. Phys. 1961. V. 33. P. 471.
- [22] Le Couteur K.J. // Proc. Roy. Soc. 1960. V. A256. P. 115. Newton R.G. // J. Math. Phys. 1961. V. 2. P. 188.
- [23] Kato M. // Ann. Phys. 1965. V. 31. P. 130.
- [24] Cutkosky R.E., Wang S. // Phys. Rev. 1990. V. D42. P. 235.
- [25] Hyams B. et al. // Nucl. Phys. 1973. V. B64. P. 134; 1975. V. B100. P. 205.
- [26] Zylbersztein A. et al. // Phys. Lett. 1972. V. B38. P. 457. Sonderegger P., Bonamy P. Proc. 5th Intern. Conf. on Elementary Particles. Lund, 1969. Paper 372. Bensinger J.R. et al. // Phys. Lett. 1971. V. B36. P. 134. Baton J.P. et al. // Phys. Lett. 1970. V. B33. P. 525. Baillon P. et al. // Phys. Lett. 1972. V. B38. P. 555. Rosselet L. et al. // Phys. Rev. 1977. V. D15. P. 574. Картамышев А.А. // Письма в ЖЭТФ. 1977. Т. 25. С. 68. Бельков А.А. и др. // Письма в ЖЭТФ. 1979. Т. 29. С. 652.
- [27] Крупа Д., Мещеряков В.А., Суrowцев Ю.С. Препринт ОИЯИ, P2-87-181, Дубна, 1987.
- [28] Martin A.D., Ozmutlu E.N. // Nucl. Phys. 1977. V. B158. P. 520.
- [29] Wicklund A.B. et al. // Phys. Rev. Lett. 1980. V. 45. P. 1469. Cohen D. et al. // Phys. Rev. 1980. V. D22. P. 2595.
- [30] Etkin A. et al. // Phys. Rev. 1982. V. D25. P. 1786.
- [31] Крупа Д., Meshcheryakov V.A., Suroutsev Yu.S. // Hadron Interactions—Theory and Phenomenology. Inst. Physics. Prague, 1988. P. 203.

- [32] *Svec M., de Lesquen A., van Rossum L.* //Phys. Rev. 1992. V. D45. P. 55.
- [33] *Volkov M.K.* //Ann. Phys. 1984. V. 157. P. 282. *Nagy M., Suyarov U.S., Volkov M.K.*  
//JINR Rapid Communication. N<sup>o</sup> 25-87. Dubna, 1987. P. 11.
- [34] *Ellis J., Lanik J.* //Phys. Lett. 1985. V. B150. P. 289; *ibid.* 1986. V. B175. P. 83.
- [35] *Kusaka K., Volkov M.K., Weise W.* //Phys. Lett. 1993. V. B302. P. 145.
- [36] *Lanik J.* //Phys. Lett. 1993. V. B306. P. 139.

Рукопись поступила в издательский отдел  
26 июня 1994 года.