сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р2-94-223

М.С.Хвастунов

ОДНОВРЕМЕННОСТЬ И ДЛИНА ДВИЖУЩЕГОСЯ СТЕРЖНЯ

1994

1. Введение. Понятие одновременности играет определяющую роль в установлении другого понятия теории относительности — понятия длины движущегося стержня*. Как нам представляется, эта роль недостаточно полно выявлена. В данной работе предпринята попытка более детального анализа этого вопроса.

В разделе 2 анализируется эйнштейновская процедура измерения длины движущегося стержня. Эта процедура суть экспериментальная база эйнштейновского определения понятия длины.

В разделе 3 обсуждается понятие одновременности Пуанкаре—Эйнштейна, обсуждается мысленный эксперимент, вскрывающий суть этого понятия и являющийся моделью процедуры измерения длины.

2. Эйнштейновское определение понятия длины. Понятие длины было введено Эйнштейном в его работах по теории относительности [2—7]. Будем максимально придерживаться сути этого понятия, лишь несколько изменим обозначения.

Пусть твердый стержень покоится в K_*-системе отсчета и расположен на оси X_* этой системы. Система K_* (вместе со стержнем) движется относительно системы отсчета K вдоль ее оси X (совпадающей с осью X_*) со скоростью $v = \beta \cdot c$ в сторону возрастающих x. Эйнштейном предложены две экспериментальные процедуры измерения длины: покоящегося (A) и движущегося (B) стержня, которые положены им в основу определения понятия длины.

А. Наблюдатели, покоящиеся в K_*-системе, измеряют длину l_* покоящегося ($v = 0$) в этой системе стержня посредством прикладывания масштаба. Измеренную величину l_* называют длиной покоящегося стержня.

В. Наблюдатели, покоящиеся в K-системе, измеряют длину l движущегося в этой системе стержня ($0 \leq |v| < c$). Процедура измерения разбивается на два этапа. На первом этапе наблюдатели устанавливают, в каких точках x_a и x_b оси X K-системы находятся начало "a" и конец "b" движущегося стержня в совпадающие моменты времени $t_a = t_b$ по часам, синхронизован-

*Будем понимать под стержнем математическую модель физического объекта, удобную для пространственно-временного описания этого объекта.

ным в K-системе посредством посылки световых сигналов. На втором этапе наблюдатели измеряют расстояние $l = x_b - x_a$ между отмеченными точками посредством прикладывания масштаба. Величину l называют длиной движущегося стержня.

Далее Эйнштейн отмечает, что, пользуясь двумя принципами: относительности и постоянства скорости света (пользуясь формулами преобразования Лоренца), он найдет, что длина l отличается от l_* [3,4,6]. Выпишем эти формулы:

$$ct = \gamma \cdot ct_* + \beta\gamma \cdot l_* \ , \tag{1а}$$

$$l = \beta\gamma \cdot ct_* + \gamma \cdot l_* \ , \tag{1б}$$

$$ct_* = \gamma \cdot ct - \beta\gamma \cdot l \ , \tag{2а}$$

$$l_* = -\beta\gamma \cdot ct + \gamma \cdot l \ , \tag{2б}$$

где параметры (ct_*, l_*) сопоставляются покоящемуся стержню: $t_* = t_b^* - t_a^*$, $l_* = x_b^* - x_a^*$, x_a^* и x_b^* — координаты концов покоящегося в K_*-системе стержня, измеренные в моменты t_a^* и t_b^* соответственно по часам K_*-системы; параметры (ct, l) сопоставляются движущемуся стержню: $t = t_b - t_a$, $l = x_b - x_a$, x_a и x_b — координаты концов движущегося в K-системе стержня, измеренные в моменты t_a и t_b соответственно по часам K-системы; $\beta = v/c$, v — скорость движения стержня в K-системе, c — скорость света и $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$. Перейдем к анализу процедур A и B.

Процедура A неполна, так как не содержит указаний относительно моментов t_a^* и t_b^* времени измерения координат концов покоящегося стержня. А без знания этих величин невозможен переход от K_*-системы к K-системе по формулам (1а) и (1б), и тем самым нарушается равноправие K_*- и K-систем отсчета.

Процедуры A и B различны, что может привести к погрешностям, обусловленным различием методик измерения. Необходим единый рецепт измерения длины (как покоящегося, так и движущегося стержня).

Процедура B охватывает всю область изменения скоростей v стержня [4]: $0 \le |v| < c$. Поэтому, пользуясь процедурой B, можно измерить длину как покоящегося ($v = 0$), так и движущегося ($0 < |v| < c$) стержня.

Исходя из изложенного выше, можно считать процедуру A излишней.

Процедуру B разделим на две: B_1 и B_2. Сформулируем их в следующем виде.

B_1. Неподвижные наблюдатели k измеряют длину l_* покоящегося ($v = 0$) в K-системе стержня посредством одновременного ($t_* = 0$) измерения координат x_a^* и x_b^* концов этого стержня.

B_2. Неподвижные наблюдатели k измеряют длину l движущегося ($0 < |v| < c$) в K-системе стержня посредством одновременного ($t = 0$) измерения координат x_a и x_b концов стержня.

Следуя Эйнштейну [3,4,6], определим связь величин l и l_*, пользуясь процедурой B_2. Для этого подставим $t = 0$ в формулы (2а) и (2б) и сразу получим:

$$ct_* = -\beta l_* \ , \tag{3а}$$

$$l_* = \gamma \cdot l \ . \tag{3б}$$

Формула (3б) отображает господствующее в теории относительности представление о продольном сокращении движущегося стержня.

Выражение (3а) и (3б) можно, конечно, получить, если пользоваться формулами (1а) и (1б). Подставляя в (1а) значение $t = 0$, получим выражение (3а), затем, подставляя (3а) в (1б), получим формулу (3б).

Авторы монографий, учебников и других изданий, в которых излагается теория относительности, следуя Эйнштейну, идут по первому пути. При этом для получения формулы сокращения (3б) нет необходимости вначале находить значение t_* (см.формулу (3а)), и это выражение (3а) выпадает из поля зрения, а оно несет важную информацию. Согласно процедуре B_1, величина t_* должна быть равной нулю. А с другой стороны, используя процедуру B_2, выше было получено выражение (3а), из которого следует, что $t_* \ne 0$, т.к. $\beta \ne 0$.

Связь между величинами l и l_* можно также получить, если воспользоваться процедурой B_1. Подставляя значение $t_* = 0$ в (1а) и (1б) получим:

$$ct = \beta\gamma\, l_* \ , \tag{4а}$$

$$l = \gamma\, l_* \ . \tag{4б}$$

Формула (4б) отображает представление о продольном удлинении движущегося стержня. Согласно процедуре B_2, величина t должна равняться нулю, а из выражения (4а) следует, что $t \ne 0$, т.к. $\beta \ne 0$.

Суммируя сказанное выше, заключаем: эйнштейновская процедура B измерения длины внутренне противоречива, т.к. две ее составные части B_1 и B_2 приводят к результатам, противоречащим друг другу.

3. Одновременность и длина движущегося стержня. Процедуры B_1 и B_2 можно представить как две пары событий $B_1 \sim (a_*, b_*)$ и $B_2 \sim (a, b)$. События (a_*, b_*) — суть акты одновременного $(t_* = t_b^* - t_a^* = 0)$ измерения координат x_a^* и x_b^* концов стержня, покоящегося как в K_*-, так и в K-системе отсчета. Длина l_* покоящегося стержня равна: $l_* = x_b^* - x_a^*$. События (a, b) — акты одновременного $(t = t_b - t_a = 0)$ измерения координат концов того же стержня, покоящегося в K_*-системе, но движущегося в K-системе. Длина l движущегося стержня равна: $l = x_b - x_a$.

Связь между длинами l и l_* Эйнштейн находит, пользуясь формулами Лоренца. Поэтому можно считать события (a_*, b_*) и (a, b) отображениями одной и той же пары (A, B) событий в разных системах отсчета (K_*- и K-системах). Итак, согласно процедурам B_1 и B_2, одна и та же пара событий (A, B) одновременна во всех системах отсчета (в K_*-системе, где стержень покоится и в K-системе, где стержень движется), что соответствует дорелятивистскому представлению об абсолютном времени.

В теории относительности два события могут быть одновременными лишь в одной системе отсчета, а в любой другой инерциальной системе эти события не будут одновременными (см.,например, [9]). Это фундаментальное свойство времени было открыто Пуанкаре [1] и Эйнштейном [2].

Здесь целесообразно привести описание мысленного эксперимента, подтверждающего отмеченное выше свойство времени (см., например, [7,10]). Пусть на концах стержня помещены одинаковые часы "a" и "b" и зеркала. Наблюдатели k_* и k имеют часы "k_*" и "k", идентичные часам "a" и "b". Наблюдатель k_* размещен в средней точке стержня. Пусть в момент времени $t_{k0}^* = 0$ по часам "k_*" (в момент времени $t_{k0} = 0$ по часам "k"), когда наблюдатель k_* поравняется с наблюдателем k, один из этих наблюдателей, посылает короткие световые сигналы вдоль стержня к его концам "a" и "b". Далее эти сигналы будут фиксировать оба наблюдателя. Наблюдатель k_* (k) полагает, что приход сигналов к своим концам происходит в моменты времени t_a^* и t_b^* (t_a и t_b) по часам "a" и "b". Сигналы, достигнувшие концов стержня, отклоняются зеркалами к оси X K-системы и производят на ней "засечки" в точках x_a^* и x_b^* (x_a и x_b). Расстояние между этими точками ($l_* = x_b^* - x_a^*$ и $l = x_b - x_a$) k_*- и k-наблюдатели измерят прикладыванием масштаба и назовут длинами покоящегося и движущегося стержня.

С точки зрения наблюдателя k_* каждый из сигналов проходит (со скоростью c) вдоль стержня расстояние, равное полудлине покоящегося стержня. Поэтому моменты времени t_a^* и t_b^* совпадают: $t_a^* = t_b^* = l_*/(2c)$; совпадают также моменты времени, в которые сигналы производят "засечки" концов стержня на оси X. Итак, наблюдатель k_* может измерить длину l_* покоящегося стержня в полном соответствии с процедурой B_1. Заметим, что для этого ему не требуется предварительное знание величины l_*, чтобы обеспечить равенство: $t_a^* = t_b^*$, а важно "сесть" в среднюю точку стержня, что можно сделать, не измеряя l_*.

Наблюдатель k_*, измерив длину l_*, может синхронизовать часы "a" и "b" по способу Пуанкаре [1]: часы "a" и "b" должны показывать одинаковое время $t_{ab}^* = t_{k0} + l_*/(2c)$ в тот момент, когда часы "k_*" показывают время t_{k0}^*.

С точки зрения наблюдателя k сигналы достигнут концов стержня в разные моменты времени: $t_a \neq t_b$. Наблюдатель k скажет, что причина этого неравенства заключена в движении стержня. Например, конец "b" стержня удаляется от наблюдателя, а другой его конец "a" — приближается к наблюдателю. Тогда сигнал, идущий к концу "b", будет "догонять" этот конец; а сигнал, идущий к концу "a", будет "бежать" ему навстречу. Поэтому сигналы проходят вдоль стержня разные расстояния: $l_b > l_a$ и поскольку скорости сигналов по-прежнему равны c, то моменты времени $t_a = l_a/c$ и $t_b = l_b/c$ также разнятся: $t_b > t_a$; различаться будут также и моменты "засечек" на оси X концов движущегося стержня. Наблюдатель k измеряет длину l_r движущегося стержня в условиях неодновременной "засечки" его концов, поэтому длина l_r будет отличаться от длины l, измеренной в соответствии с процедурой B_2.

Мысленный эксперимент, описанный выше, иллюстрирует фундаментальное свойство времени — относительность одновременности. Применительно к задаче измерения длины стержня это свойство можно сформулировать так: одновременность событий (A, B) имеет место только в K_*-системе отсчета, в которой стержень покоится, а в любой другой инерциальной K-системе, в которой стержень движется, события (A, B) будут неодновременными [2,6,7,10].

Итак, процедура B_1 согласуется с понятием одновременности, а процедура B_2 находится в противоречии с этим понятием.

Измерив длину l_* покоящегося стержня в соответствии с процедурой B_1, мы можем, воспользовавшись формулами Лоренца, прогнозировать связь длины l_* с длиной l движущегося стержня (см. выражение (4а) и (4б)). Результат этого прогноза, $t \neq 0$ (выражение (4а)), согласуется с понятием одновременности ("засечки" концов движущегося стержня должны производиться в различные моменты времени). Другой результат прогноза: соотношение (4б), приводит к представлению об удлинении движущегося стержня [8].

Допустим, что процедура B_2, игнорирующая относительность одновременности, реализуема, тогда мы можем измерить длину l движущегося стержня и, пользуясь формулами Лоренца, прогнозировать связь длин l и l_* (см. выражение (3а) и (3б)). Прогноз (3а) внутренне противоречив: прежде чем измерять длину l_*, нужно знать t_* (разность моментов "засечек" концов стержня), а чтобы определить t_*, необходимо в соответствии с (3а) эту величину l_* уже знать. Это противоречие вызывает сомнение в физической состоятельности представления о сокращении движущегося стержня (см. выражение (3б)).

4. Заключение. Эйнштейновская процедура B измерения длины движущегося со скоростью v $(0 \leq |v| < c)$ стержня может быть разделена на две части: B_1 и B_2. Процедура B_1 — измерение длины покоящегося $(v = 0)$ стержня путем одновременного измерения координат концов этого стержня. Процедура B_2 — измерение длины движущегося $(0 < |v| < c)$ стержня также посредством одновременного измерения координат концов данного стержня.

Процедура B_1 согласуется с определением понятия одновременности Пуанкаре—Эйнштейна, а процедура B_2 находится в противоречии с этим определением. Представление об удлинении движущегося стержня суть следствие процедуры B_1 и поэтому данное представление согласуется с определением одновременности. Представление о сокращении движущегося стержня является следствием процедуры B_2, и поэтому данное представление противоречит определению одновременности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пуанкаре А. — В кн.: Принципы относительности. Сб. работ по теории относительности. Составитель Тяпкин А.А. М.: Атомиздат, 1973, с.27.
2. Эйнштейн А. — Собрание научных трудов, т.1, М.: Наука, 1965, с.7.
3. Эйнштейн А. — Там же, с.65.
4. Эйнштейн А. — Там же, с.138.
5. Эйнштейн А. — Там же, с.175.
6. Эйнштейн А. — Там же, с.410.
7. Эйнштейн А. — Там же, с.530.
8. Стрельцов В.Н. — ЭЧАЯ, 1991, 28, с.1129.
9. Ландау Л.Д. и Лифшиц Е.М. — Теория поля. М.: Наука, 1988, §2.
10. Сивухин Д.В. — Общий курс физики. Оптика. М.: Наука, 1985, §104.

Рукопись поступила в издательский отдел
10 июня 1994 года.