сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Р2-94-222

М.С.Хвастунов

ЭЙНШТЕЙНОВСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ

1994

1. *Введение.* Эйнштейновское определение понятия длины основано на его (Эйнштейна) процедуре измерения длины. Как нам представляется, данная процедура недостаточно полно описана. При более внимательном знакомстве с ней создается впечатление, что Эйнштейном поставлена задача измерения длины, но не указано, как выполнить условия, при которых длина измеряется. В данной работе предпринята попытка анализа эйнштейновской процедуры измерения длины.

2. *Эйнштейновская процедура измерения длины.* Изложим кратко суть процедуры. Эйнштейном предложены две процедуры (способа) измерения длины [2]: А — покоящегося и В — движущегося стержня*. А — наблюдатель измеряет длину l_* покоящегося стержня путем прикладывания масштаба. В — наблюдатель измеряет длину l движущегося стержня, выполняя последовательно две операции:

1) устанавливает, «в каких точках покоящейся системы находятся начало и конец измеряемого стержня в определенный момент времени t», а время t «устанавливает с помощью расставленных в покоящейся системе синхронных... покоящихся часов»;

2) измеряет путем прикладывания масштаба расстояние между этими двумя точками и называет это расстояние длиной l движущегося стержня.

Способы А и В различны, но приводят к одному и тому же результату, если стержень покоится [4]. Поэтому способ А представляется излишним, а длины l_* и l могут быть измерены по единому рецепту (способу В).

Разделим всю область скоростей v стержня на две: $v = 0$ и $0 < |v| < c$. Введем два способа B_1 и B_2, в сумме дополняющих друг друга до эйнштейновской процедуры B. Сформулируем эти способы B_1 и B_2 в следующем виде:

B_1 — наблюдатель измеряет длину l_* покоящегося $(v = 0)$ стержня путем одновременного измерения координат его концов.

B_2 — наблюдатель измеряет длину l движущегося $(0 < |v| < c)$ стержня также путем одновременного измерения координат его концов.

*Будем понимать под стержнем математическую модель физического объекта, удобную для пространственно-временного описания этого объекта.

Синхронизацию часов (по способу Пуанкаре) будем выполнять непосредственно перед измерением длины стержня.

Вначале рассмотрим способ B_1 измерения длины покоящегося стержня. Стержень расположен на оси X, его средняя точка находится в начале отсчета (см. рис.). Определить среднюю точку стержня возможно, не производя измерения его длины. В момент времени $t_0 = 0$ по часам «0» наблюдатель «0» одновременно посылает короткие световые сигналы вдоль оси X (в направлениях: «$+X$» и «$-X$»). Скорости световых сигналов в противоположных направлениях принимаем одинаковыми. В момент прихода сигналов к наблюдателям «k» и «$-k$» эти наблюдатели ставят свои часы на времена t_k и t_{-k}. Световые сигналы «пробегают» от «0»-наблюдателя к «k»- и «$-k$»-наблюдателям одинаковые расстояния $x_k = |x_{-k}|$. Поэтому времена t_k и t_{-k} одинаковы и равны: $t_k = t_{-k} = k \cdot \tau$, где $\tau = \Delta x/c$. Таким способом производится синхронизация пар часов («0», «k») и («0», «$-k$»), а часы («k», «$-k$») при этом будут синхронизованы автоматически.

Стержень расположен симметрично относительно начала отсчета (относительно наблюдателя «0») и его концы «a» и «b» отстоят на одинаковых расстояниях $l_*/2$ от этого начала в точках с координатами $x_a^* = -l_*/2$ и $x_b^* = l_*/2$. Поэтому световые сигналы достигнут концов стержня в совпадающие моменты времени $t_a^* = |x_a^*|/c = l_*/(2c)$ и $t_b^* = x_b/c = l_*/(2c)$. Эти сигналы будут одновременно в моменты времени $t_{-k} = t_k = k \cdot \tau = t_a^* = t_b^*$ по часам «$-k$»- и «k»-наблюдателей зафиксированы этими наблюдателями, расположенными на одинаковых расстояниях от «0»-наблюдателя в точках с координатами: $x_{-k} = -k \cdot \Delta x = x_a^*$ и $x_k = k \cdot \Delta x = x_b^*$, $k = 1, 2, 3, \ldots$. Наблюдатели «$-k$» и «k», обменявшись световыми сигналами друг с другом, могут убедиться в том, что они одновременно зафиксировали положения «a»- и «b»-концов покоящегося стержня. После этого они могут определить длину l_* покоящегося стержня: $l_* = 2k \cdot \Delta x$. Итак, процедура B_1 реализуема.

Рассмотрим способ B_2 измерения длины l движущегося стержня. В момент времени $t_0 = 0$, когда средняя точка движущегося стержня поравняется с наблюдателем «0», этот наблюдатель одновременно посылает короткие световые сигналы вдоль оси X (в «$+X$»- и «$-X$»-направлениях). Пусть стержень движется в сторону возрастающих x (см. рис.). Тогда сигнал, распространяющийся в «$-X$»-направлении будет идти навстречу концу «a» движущегося стержня и до встречи с этим концом пройдет расстояние $|x_a| < l_*/2$ за время $t_a < l_*/(2c)$, а другой сигнал будет «догонять» конец «b» стержня и до встречи с этим концом пройдет расстояние $x_b > l_*/2$ за время $t_b > l_*/(2c)$. Наблюдатель «$-p$», находящийся на расстоянии $|x_p|$ от начала отсчета, зафиксирует приход синхронизирующего сигнала, совпадающий с моментом прохождения конца «a» стержня, и поставит свои часы на время $t_{-p} = p \cdot \tau = t_a$, $p = 1, 2, 3, \ldots$. Другой наблюдатель «q», находящийся на расстоянии x_q от начала отсчета, отметит приход синхронизирующего сигнала, совпадающий с моментом прохождения конца «b» стержня, и поставит свои часы на время $t_q = q \cdot \tau = t_b$, $q > p$.

Разность моментов измерения координат концов движущегося стержня «$-p$»- и «q»-наблюдателями равна: $t = t_b - t_a = (x_b - |x_a|)/c$. Разность $(x_b - |x_a|)$ всегда отлична от нуля. Поэтому равенство величины t нулю возможно лишь в случае, когда скорость света равна бесконечности, что противоречит экспериментальному факту: скорость света c — конечна. Из изложенного выше следует, что способ B_2 измерения длины движущегося стержня нереализуем.

5. Длина движущегося стержня. Эту длину можно определить расчетным путем. При этом будем использовать результаты измерения способом B_1 длины l_* покоящегося стержня в условиях одновременной «засечки» его концов: $t_* = t_b^* - t_a^* = 0$. Выполняя преобразование Лоренца от системы отсчета K_*, в которой стержень покоится, к системе отсчета K, в которой этот стержень движется, найдем длину l движущегося стержня и соответствующую величину $t = t_b - t_a$ разности моментов «засечки» концов стержня.

Будем использовать формулы Лоренца в виде:

$$ct = \gamma \cdot ct_* + \beta\gamma \cdot l_*, \tag{1а}$$

$$l = \beta\gamma \cdot ct_* + \gamma \cdot l_*, \tag{1б}$$

где $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$, $\beta = v/c$, v — скорость стержня. Подставляя в эти формулы значение $t_* = 0$, получим:

$$ct = \beta\gamma l_*, \tag{2а}$$

$$l = \gamma l_* . \qquad (2б)$$

Выражение (2б) отображает представление об удлинении движущегося стержня [7].

Эйнштейном была получена [3, 4] иная связь между величинами l и l_*; при этом он основывался на своем способе В измерения длины движущегося стержня. Подставляя в (1а) значение $t = 0$ (эйнштейновское условие одновременности «засечек» концов движущегося стержня), получим:

$$ct_* = -\beta l_*, \qquad (3а)$$

далее подставим (3а) в (1б) и окончательно получим:

$$l = l_*/\gamma. \qquad (3б)$$

Выражение (3б) отображает господствующее в теории относительности представление о сокращении движущегося стержня. Это представление суть следствия нереализуемого способа B_2 измерения длины. Поэтому представление о сокращении движущегося стержня физически несостоятельно.

6. *Заключение.* Эйнштейновский способ измерения длины движущегося со скоростью $v(0 \le |v| < c)$ стержня может быть разделен на две части: B_1 — способ измерения длины покоящегося ($v = 0$) стержня в условиях одновременной «засечки» его концов; и B_2 — способ измерения длины движущегося ($0 < |v| < c$) стержня также в условиях одновременной «засечки» его концов.

Способ B_1 физически реализуем и может служить экспериментальной базой для определения понятия длины. Представление об удлинении движущегося стержня суть следствия способа B_1. Поэтому понятие длины, увеличивающейся с ростом скорости, удовлетворяет требованиям, предъявляемым к новым понятиям физических величин при их определении.

Способ B_2 физически нереализуем и поэтому не может служить экспериментальной базой при определении понятия длины. Представление о сокращении движущегося стержня суть следствия способа B_2. Поэтому понятие длины, сокращающейся с ростом скорости, не имеет экспериментальной базы для своего определения.

Литература

1. Пуанкаре А. — В кн.: Принцип относительности. Сб. работ по теории относительности. Составитель Тяпкин А.А. М.: Атомиздат, 1973, с.27.
2. Эйнштейн А. — Собрание научных трудов, т.I, М.: Наука, 1965, с.7.
3. Эйнштейн А. — Там же, с.65.
4. Эйнштейн А. — Там же, с.138.
5. Эйнштейн А. — Там же, с.175.
6. Эйнштейн А. — Там же, с.530.
7. Стрельцов В.Н. — ЭЧАЯ, 1991, 28, с.1129.
8. Сивухин Д.В. — Общий курс физики. Оптика. М.: Наука, 1985, §104.

Рукопись поступила в издательский отдел
10 июня 1994 года.

В обоих способах (B_1 и B_2) времена измерения координат концов стержня наблюдатель «устанавливает с помощью расставленных в покоящейся системе синхронных... покоящихся часов» [2].

В более поздней работе [5] Эйнштейн подробнее описывает свой способ измерения длины движущегося стержня. Пусть стержень движется вдоль своей оси. Вдоль пути, проходимого стержнем, «расположено очень большое количество часов и возле каждых часов стоит наблюдатель». Часы синхронизованы посредством световых сигналов, посылаемых вдоль пути стержня. «Пусть теперь эти наблюдатели определяют... два положения, в которых находятся начало и конец стержня в определенное указанное время t, или, другими словами, положение обоих часов, мимо которых проходит начало или конец стержня, когда эти часы показывают время t. Затем расстояние между полученными таким образом точками (или часами) определяется путем последовательного прикладывания к соединяющему их отрезку масштабной линейки... Результаты этих двух манипуляций с полным основанием можно назвать длиной движущегося стержня».

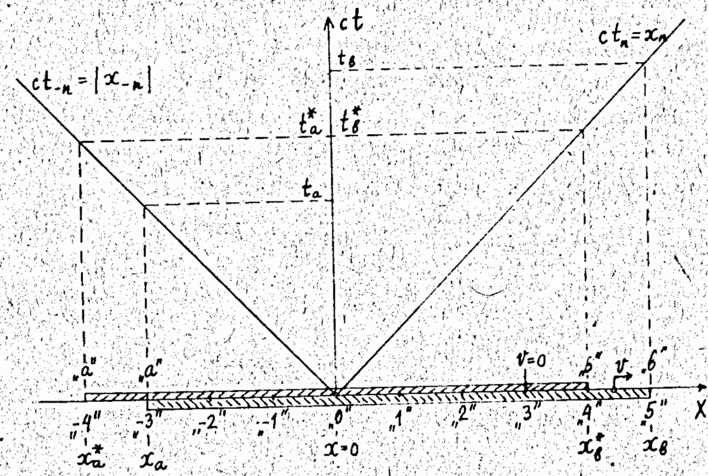
3. *Синхронизация часов.* Эта операция может быть выполнена двумя способами: Пуанкаре [1] и Эйнштейна [2]. Пусть одинаковые часы A и B находятся в точках x_A и x_B оси X, параллельно которой движется стержень; около часов находятся наблюдатели A и B.

Наблюдатель A в момент времени $t_A = 0$ по часам A посылает короткий световой сигнал вдоль оси X к наблюдателю B. В момент прихода сигнала к наблюдателю B часы B показывают время t_B. Часы синхронизованы (по способу Пуанкаре), если t_B равно времени распространения света от A- к B-наблюдателю: $t_B = |x_B - x_A|/c$.

Способ Эйнштейна дает тот же результат, но несколько отличается от способа Пуанкаре. По-прежнему наблюдатель A в момент времени $t_{A0} = 0$ по часам A посылает световой сигнал вдоль оси X к наблюдателю B; этот сигнал в момент времени t_B по часам B достигает наблюдателя B и тут же отражается назад к наблюдателю A, отраженный сигнал возвращается к наблюдателю A в момент времени t_A по часам A. Часы синхронизированы (по способу Эйнштейна), если $t_B = t_A/2$. Сигнал дважды проходит (с одной и той же скоростью c) одно и то же расстояние $|x_B - x_A|$, поэтому $t_B = t_A/2 = 2|x_B - x_A|/(2c) = |x_B - x_A|/c$, т.е. часы B показывают то же время, что и при их синхронизации с часами по способу Пуанкаре.

4. *Реализация эйнштейновского способа измерения длины.* Рассмотрим процедуру, аналогичную мысленному эксперименту, иллюстрирующему относительность одновременности [6, 8].

Пусть на оси X, вдоль которой движется стержень, размещено большое количество наблюдателей с часами. В точке $x = 0$ помещен наблюдатель «0», а справа и слева от него (см. рис.) в положительном и отрицательном направлениях оси X с равными интервалами Δx размещены наблюдатели: «1», «2», «3» и т.д. и наблюдатели: «-1», «-2», «-3» и т.д. Координата x_k «k»-наблюдателя равна: $x_k = k \cdot \Delta x$, а координата x_{-k} «$-k$»-наблюдателя: $x_{-k} = -k \cdot \Delta x$, где $\Delta x = |x_{k+1} - x_k| = const$, а $k = 1, 2, 3, \ldots$; т.е. эти наблюдатели находятся на равных расстояниях от наблюдателя «0».



Пространственно-временная диаграмма, иллюстрирующая эйнштейновскую процедуру измерения длин покоящегося ($v = 0$) и движущегося ($v \neq 0$) стержней: «0», «±1», «±2», «±3», ... — неподвижные наблюдатели с часами; линии $ct_{-n} = |x_{-n}|$ и $ct_n = x_n$, $n = 1, 2, 3, \ldots$, — мировые линии синхронизирующих световых сигналов, n — номер наблюдателя; $x_n = |x_{-n}|$ — расстояния n-го и $-n$-го наблюдателей от 0-го наблюдателя, посылающего синхронизирующие сигналы, t_n и t_{-n} — показания часов этих наблюдателей; $x_a^* = x_{-k}$ и $x_b^* = x_k$ ($k = 1, 2, 3\ldots$) — координаты концов покоящегося стержня, зафиксированные «$-k$»- и «k»-наблюдателями в моменты времени $t_a^* = t_{-k} = t_b^* = t_k$ прихода синхронизирующих сигналов к концам покоящегося стрежня; $x_a = x_{-p}$ и $x_b = x_q$ ($p, q = 1, 2, 3, \ldots, q > p$) — координаты концов движущегося стержня, зафиксированные «$-p$»- и «q»-наблюдателями в моменты времени $t_a = t_{-p}$ и $t_b = t_q$ прихода синхронизирующих сигналов к концам движущегося стрежня