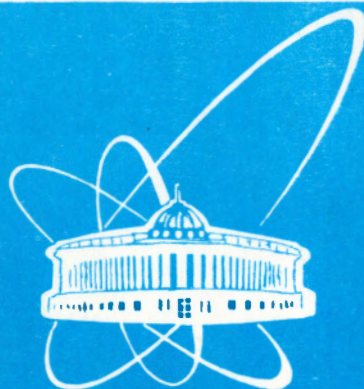


94-171



ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

P2-94-171

В.Н.Стрельцов, М.С.Хвастунов

ИНВАРИАНТНОСТЬ ИНТЕРВАЛА И ДЛИНА
В ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Направлено в журнал «Известия вузов, серия физика»

1994

1. *Введение.* В теории относительности со времени ее зарождения до наших дней господствует представление о продольном сокращении движущихся тел*:

$$l_c = l_* / \gamma, \quad (1)$$

где $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$, $\beta = v/c$, v — скорость тела и c — скорость света, l_* — длина тела в покое, l_c — длина движущегося тела. Представление (1) о релятивистском сокращении тела в направлении движения отражено во всех монографиях и учебниках, в которых обсуждается теория относительности (см., например, [1]). Поскольку нас интересует только изменение одного, продольного размера, то далее для простоты мы будем говорить о стержне, расположенном на оси X , у которого двумя другими размерами можно пренебречь. Эффект сокращения является следствием традиционного измерения длины l_c движущегося стержня путем одновременного измерения координат его концов (см., например, [1]).

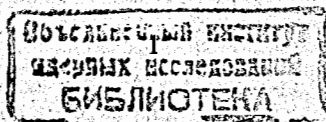
В 60-х годах в периодической печати [2—7] появилось альтернативное первому представлению о продольном удлинении движущегося стержня:

$$l = \gamma l_*. \quad (2)$$

В новом подходе координаты концов движущегося стержня «берутся» в разные моменты времени. Локационный метод измерения длины движущегося стержня, в котором длина l определяется как полусумма расстояний, проходимых световым сигналом вдоль стержня от одного его конца к другому и обратно [8,9], служит физической основой этого подхода.

Представление о продольном удлинении движущегося стержня (2) разделяется небольшим числом энтузиастов. Намного больше сторонников компромиссной точки зрения, согласно которой возможно как сокращение, так и удлинение, и все определяется принятым способом измерения длины (см., например, [10]).

*Под телом будем понимать любой объект конечных размеров. В частности, им могут быть атом, его ядро, адрон и т.п.



Как уже отмечалось выше, сокращение и удлинение стержня получают в результате использования разных методов измерения длины. Эти методы лежат в основе различающихся определений понятия длины движущегося стержня. Допустим ли произвол в выборе этого определения?

Очевидно, что указанный выбор ограничен прежде всего требованием лоренцевой инвариантности. Поясним сказанное. Как известно (см., например, [1]), многие физические величины в дорелятивистской физике, являющиеся независимыми и инвариантными, в теории относительности перестают быть таковыми, и лишь определенная их комбинация образует новую четырехмерную величину, инвариантную относительно преобразований Лоренца.

2. *Пространственноподобный 4-вектор длины.* Будем исходить из того, что релятивистская длина также должна определяться согласно этому установившемуся в теории относительности правилу. Потребуем, чтобы метод измерения длины, который можно было бы положить в основу определения понятия релятивистской длины, удовлетворял следующее условие: l — измеренная длина стержня и t — разность моментов «засечки» его концов в процессе измерения должны соответствовать пространственной (l) и временной (ct) компонентам пространственноподобного вектора в пространстве Минковского; при этом, по определению, модуль этого 4-вектора (интервал) суть инвариант преобразований Лоренца.

Сопоставим актам измерения координат концов стержня пару событий в пространстве Минковского. С учетом вышесказанного разность координат этих событий будет определять четырехмерную величину:

$$l^i = (ct, l, 0, 0), \quad (3)$$

где $i = 0, 1, 2, 3$. Согласно (3) для квадрата интервала s или квадрата модуля этого вектора получим:

$$s^2 = l^2 - (ct)^2. \quad (4)$$

Инвариантность интервала s относительно преобразований Лоренца означает, что при переходе от одной системы отсчета к другой его величина не изменяется. Поскольку этот переход связан с изменением скорости движения, условие лоренц-инвариантности будет выполнено, если s не зависит от скорости движения стержня, т.е.

$$ds^2/d\beta = 0. \quad (5)$$

Проще говоря, интервал, соответствующий пространственноподобному 4-вектору стержня, является постоянной величиной.

3. *Сокращение движущегося стержня.* Напомним кратко процедуру получения формулы сокращения (1). Как уже отмечалось выше, длина l_c движущегося стержня в традиционном методе измеряется посредством одновременной «засечки» концов этого стержня, т.е. при $ct = 0$. Подставляя это равенство в формулу Лоренца для координаты X

$$l_* = -\beta\gamma \cdot ct + \gamma l_c$$

(в наших обозначениях), получим

$$l_* = \gamma l_c. \quad (6)$$

Подставляя в формулу (3) величины $ct = 0$ и $l_c = l_*/\gamma$, найдем четырехкомпонентную величину, отвечающую традиционному определению длины:

$$l_c^i = (0, l_*/\gamma, 0, 0). \quad (7)$$

Откуда на основании (4) для квадрата интервала найдем:

$$s_c^2 = (l_*/\gamma)^2. \quad (8)$$

Как нетрудно видеть, требуемое равенство нулю производной $ds_c^2/d\beta$ не выполняется, поскольку s_c зависит от скорости. Это означает, что традиционное определение длины не удовлетворяет условию лоренц-инвариантности.

4. *Удлинение движущегося стержня.* В рамках концепции релятивистской (локационной) длины [8,9], приводящей к формуле удлинения (2), выражение (3) имеет вид:

$$l^i = (\beta\gamma l_*, \gamma l_*, 0, 0). \quad (9)$$

Откуда на основании (4) найдем, что квадрат интервала

$$s_r^2 = (\gamma l_*)^2 - (\beta\gamma l_*)^2 = l_*^2 \quad (10)$$

является постоянной величиной, т.е. условие (5) выполняется автоматически.

5. *Единственность представления об удлинении движущегося стержня.* В процессе анализа традиционного представления о сокращении движущегося стержня мы установили, что зависимость от скорости величины l_c в формуле (7) при условии $l^0 = ct = 0$ ведет к нарушению лоренц-инвариантности. Иными словами, это условие неприменимо для движущегося стержня. С другой стороны, на основании свойства пространственноподобности

добного вектора мы знаем, что в одной (единственной) системе отсчета его временная компонента должна обращаться в нуль. Чтобы не войти в противоречие с требованием лоренц-инвариантности, за такую систему отсчета, очевидно, можно взять только систему покоя стержня. Таким образом, будем иметь

$$l_*^i = (0, l_*, 0, 0). \quad (11)$$

Но последнее выражение, как нетрудно видеть, совпадает с (9) при $\beta = 0$. Это означает, что представление о продольном удлинении движущегося стержня является единственным, удовлетворяющим условию лоренц-инвариантности.

6. Заключение. Представление о продольном сокращении движущегося стержня, являющееся следствием традиционного способа измерения длины, не согласуется с инвариантностью интервала.

Представление о продольном удлинении движущегося стержня, являющееся следствием локационного способа измерения длины, напротив, согласуется с инвариантностью интервала. Более того, данное представление является единственным релятивистски инвариантным представлением о длине движущегося стержня.

Авторы благодарны Е.А.Строковскому за ценное замечание и полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Меллер К. — Теория относительности. М.: Атомиздат, 1975.
2. Arzelies H. — Nuovo Cim., 1965, 35, p.783.
3. Rohrlich F. — Nuovo Cim., 1966, 45B, p.76.
4. Gamba A.A. — Amer.J.Phys., 1967, 35, p.83.
5. Стрельцов В.Н. — Сообщение ОИЯИ P2-3482, Дубна, 1967.
6. Cavalleri G., Salgarelli G. — Nuovo Cim., 1969, 62A, p.722.
7. Butler J.W. — Amer.J.Phys., 1970, 38, p.360.
8. Strel'tsov V.N. — Found.Phys., 1976, 6, p.293.
9. Стрельцов В.Н. — ЭЧАЯ, 1991, т.22, в.5, с.1129.
10. Логунов А.А. — Лекции по теории относительности и гравитации: современный анализ проблемы. М.: Наука, 1987.
11. Стрельцов В.Н. — Сообщения ОИЯИ P2-84-843 и P2-93-208, Дубна, 1984 и 1993.

Рукопись поступила в издательский отдел
11 мая 1994 года.