ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА

Р2 - 9381

Нгуен Суан Хан, В.В.Нестеренко

АННИГИЛЯЦИЯ e^+e^- В АДРОНЫ В ПРИБЛИЖЕНИИ ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

1975

P2 - 9381

Нгуен Суан Хан, В.В.Нестеренко

АННИГИЛЯЦИЯ e^+e^- В АДРОНЫ В ПРИБЛИЖЕНИИ ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Направлено в ТМФ

Нгуен Суан Хан, Нестеренко В.В. P2 - 9381

Аннигиляция e^+e^- в адроны в приближении тормозного излучения

В рамках приближения тормозного излучения вычисляются структурные функции для процесса инклюзивной аннигиляции в квантово-полевой модели $\mathfrak{L}_{int} = -ig\psi^* \overrightarrow{\partial}_\mu \psi A^\mu$.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований
Дубна 1975

Nguyen Suan Han, Nesterenko V.V. P2 - 9381

Annihilation e^+e^- to the Hadrons in the Bremsstrahlung Approximation

The structure functions have been calculated for the process of inclusive annihilation in the quantum field model $\mathfrak{L}_{int} = -ig\psi^* \overrightarrow{\partial}_\mu \psi A^\mu$ in the framework of the bremsstrahlung approximation.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research
Dubna 1975

В данной работе делается попытка рассчитать структурные функции для процесса инклюзивной аннигиляции $e^+ + e^- \to \bar{p} + \dots$ в рамках квантово-полевой модели $\mathfrak{L}_{int} = -ig\psi^* \overleftrightarrow{\partial}_\mu \psi A^\mu$.Рассматриваются диаграммы, не содержащие замкнутых вакуумных петель, и используется приближение тормозного излучения. Несмотря на то, что импульсы родившихся частиц считаются "мягкими", тем не менее учитывается их вклад в закон сохранения энергии-импульса.

Процесс аннигиляции $e^+ + e^- \to \bar{p}_1 + \dots$ в однофотонном приближении описывается диаграммой

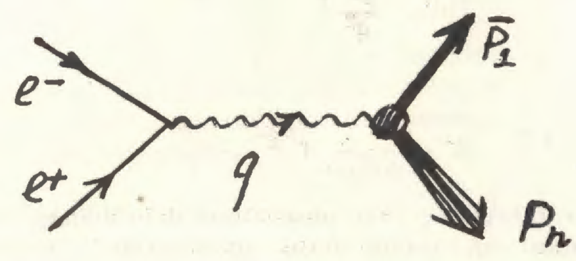

Рис. 1

Дифференциальное сечение этого процесса известным образом /см., например, [1] / выражается через тензор

$$\bar W_{\mu\nu}(p_1,q)=(2\pi)^2\, 2\omega(\vec p_1)\sum_n \langle 0\,|\,j_\mu(0)\,|\,\bar p_2\,;\,n\rangle \times$$

$$\times\langle n,\bar p_1\,|\,j_\nu(0)|\,0\rangle\,(2\pi)^4\,\delta^{(4)}(q-p_1-P_n)=$$

$$=(-g_{\mu\nu}-\frac{q_\mu q_\nu}{q^2})\bar W_1(p_1,q)+\frac{1}{m^2}(p_{1\mu}-\frac{p_1q}{q^2}q_\mu)\times$$

$$\times(p_{1\nu}-\frac{p_1q}{q^2}q_\nu)\bar W_2(p_1,q). \qquad /1/$$

Структурные функции $\bar W_{ij}(i=1,2)$, зависящие от двух кинематических переменных

$$m\nu=\bar p_1 q=-p_1 q<0, \quad \omega=\frac{2m\nu}{-q^2}, \qquad /2/$$

могут быть представлены в следующем виде:

$$\bar W_1(\nu,\omega)=-\frac{1}{2}A+\frac{1}{2}\,\frac{B}{1-\frac{\nu^2}{q^2}}, \qquad /3/$$

$$\bar W_2(\nu,\omega)=\frac{1}{2[1-\frac{\nu^2}{q^2}]^2}[-(1-\frac{\nu^2}{q^2})A+3B], \qquad /4/$$

где

$$A=\sum_\mu \bar W^\mu_\mu, \quad B=\frac{1}{m^2}\sum_{\mu,\sigma} p_1^\mu \bar W_{\mu\sigma}\, p_1^\sigma.$$

Будем считать, что рождение вторичных частиц при аннигиляции лептонной пары происходит следующим образом. Виртуальный фотон с времениподобным импульсом $q^2>0$ распадается на нуклон-антинуклонную пару с импульсами p и p_1. Эти нуклоны взаимодействуют друг с другом путем обмена виртуальными квантами векторного поля $A_\mu(x)$ и испускают при этом реальные мезоны

/рис. 2/. Предполагается также, что рождение этих мезонов носит характер тормозного излучения. Это простейший механизм генерации вторичных частиц в квантовой теории поля.

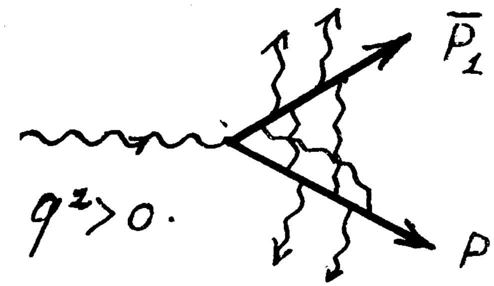

Рис. 2

Тензор $\bar W_{\mu\nu}(\nu,\omega)$, определяемый формулой /1/, можно представить в следующем виде:

$$\bar W_{\mu\nu}(\nu,\omega)=(2\pi)^4\sum_{n=0}^{\infty}\int\frac{d\vec p}{2\omega(p)}\prod_{j=1}^{n}\int\frac{d^3\vec k_j}{(2\pi)^3\,2k_{0j}}\,\delta^{(4)}(q-p_1-p-\sum_{i=0}^{n}k_i)\times$$

$$\times\Gamma_\mu(q,p_1,p,k_1,\dots,k_n)\Gamma^*_\nu(q,p_1,p;k_1,\dots,k_n), \qquad /5/$$

где $\Gamma_\mu(q,p_1,p,k_1,k_2,\dots,k_n)$ - вершинная функция, соответствующая диаграмме, представленной на *рис. 2*. Для Γ_μ используем замкнутое выражение в виде функционального интеграла /2/:

$$\Gamma_\mu(q,p_1,p,k_1,k_2,\dots;k_n)=-i\int[\delta^4\nu]_{-\infty}^{\infty}[2\nu_\mu(0)+p_\mu-p_{1\mu}], \qquad /6/$$

$$\exp\{\frac{-ig^2}{2(2\pi)^4}\int dk\, j^\mu(-k)D_{\mu\nu}(k)j^\nu(k)\}\frac{1}{\sqrt{n!}}\prod_{j=1}^{n}\frac{ig\,e_\nu(k_j)}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{2k_{0j}}}\,j^\nu(k).$$

Здесь $\int[\delta^4\nu]\ldots$, как обычно, означает функциональное интегрирование по фейнмановским траекториям с гауссовским весовым множителем .

$$[\delta^4\nu]_a^b = \frac{\prod_\eta d^4\nu(\eta)\exp\{-i\int_a^b \nu^2(\eta)\,d\eta\}}{\int\prod_\eta d^4\nu(\eta)\exp\{-i\int_a^b \nu^2(\eta)\,d\eta\}}.$$

"Нуклонный" ток $j_\mu(k)$ в рассматриваемой модели $\mathcal{L}_{int} = -ig\,\psi^*\overleftrightarrow{\partial}_\mu\psi A^\mu$ определяется выражением

$$j_\mu(k) = j_\mu(k,p_1,p|\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} da\, 2[\nu(a) + p\theta(a) - p_1\theta(-a)]_\mu \times$$

$$\times \exp\{2ik[p\theta(a) - p_1\theta(-a)]a - 2ik\int_0^a \nu(\eta)\,d\eta\}. \qquad /7/$$

В приближении тормозного излучения импульсы всех мезонов, как виртуальных, так и реальных, на диаграммах *рис. 2* будем считать мягкими. Как известно [3], в этом случае фейнмановские интегралы по траекториям в формуле /6/ можно вычислить по следующему приближенному правилу:

$$\int[\delta^4\nu]\,F_1[\nu]\exp\{F_2[\nu]\} \cong \overline{F_1[\nu]}\exp\{\overline{F_2[\nu]}\},$$

где

$$\overline{F_i[\nu]} = \int[\delta^4\nu]\,F_i[\nu] \qquad (i=1,2).$$

Используя это, получим

$$\Gamma_\mu(q,p_1,p,k_1,\ldots,k_n) = -i[p-p_1]_\mu \times$$

$$\times\exp\{-\frac{ig^2}{2(2\pi)^4}\int dk\,D_{\mu\nu}(k)\,\overline{\langle j^\mu(k)j^\nu(k)\rangle}\} \times$$

$$\times \frac{1}{\sqrt{n!}}\prod_{j=1}^{n}\frac{ig\,e_\nu(k_j)}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{2k_{oj}}}\,\overline{j^\nu(k_j)}, \qquad \text{где} \qquad /8/$$

$$\overline{j^\mu[k]} = \int[\delta^4\nu]_{-\infty}^{\infty} j^\mu(k,p_1,p|\nu) =$$

$$= [\frac{2p-k}{2pk-k^2} - \frac{2p_1-k}{2p_1k-k^2}]^\mu, \qquad /9/$$

$$\overline{\langle j^\mu(k)j^\nu(k)\rangle} = \int[\delta^4\nu]_{-\infty}^{\infty} j^\mu(-k,p_1,p|\nu)\,j^\nu(k,p_1,p|\nu) =$$

$$= [\frac{2p+k}{2pk+k^2} - \frac{2p_1-k}{2p_1k-k^2}]^\mu [\frac{2p+k}{2pk-k^2} - \frac{2p_1-k}{2p_1k-k^2}]^\nu. \qquad /10/$$

После подстановки /8-10/ в формулу /5/ и суммирования по числу испущенных мезонов формула для $\overline{W}_{\mu\nu}$ принимает вид

$$\overline{W}_{\mu\nu}(\nu,\omega) = -g^2\int\frac{d^3\vec{p}}{2\omega(p)}[p-p_1]_\mu[p-p_1]_\nu\int\frac{dx}{(2\pi)^4}e^{i(q-p_1-p)x}$$

$$\times\exp\{-\mathrm{Re}\,\frac{ig^2}{(2\pi)^4}\int dk\,D_{\mu\nu}(k)\,\overline{\langle j^\mu(k)j^\nu(k)\rangle}\}\exp\{K(x)\}, \qquad /11/$$

где

$$K(x) = -\frac{g^2}{(2\pi)^3}\int\frac{d\vec{k}}{2k_0}e^{-ikx}|\overline{j(k)}|^2.$$

Интегрирование по переменной x в формуле /11/ возникло из-за δ-функции закона сохранения энергии-импульса в выражении /5/. Мы не будем заниматься явным вычислением этого интеграла /по этому поводу см. работу [4] /, а преобразуем величину

$$\mathcal{E} = \int\frac{dx}{(2\pi)^4}e^{i(q-p_1-p)x}e^{K(x)}$$

следующим образом [5]. Вернемся назад к тому моменту, когда $\exp\{K(x)\}$ была разложена в ряд

$$\mathcal{E} = \sum_n \delta^{(3)}(\vec{q}-\vec{p}_1-\vec{p}-\sum_{i=1}^{n}\vec{k}_i)\,\delta(q_0-p_{10}-p_0-\epsilon_n)\times$$

$$\times\prod_{i=1}^{n}\Big[-\frac{g^2}{(2\pi)^3}\Big]\int\frac{d\vec{k}_i}{2k_{oi}}\,\overline{|j(k_i)|^2}, \qquad /12/$$

где

$$\epsilon_n = \sum_{i=1}^{n}k_{oi} = \sum_{i=1}^{n}\sqrt{\vec{k}_i^2+\mu^2}.$$

Теперь будем рассуждать так, как это делается в партонной модели [6]. Введем в рассмотрение $P(\eta)$–вероятность того, что полная энергия сталкивающихся лептонов q_0 будет распределена между родившимися нуклонами и мезонами так, что нуклоны получат энергию ηq_0. Очевидно, что $P(\eta)$ и η - безразмерные величины, причем $\frac{2m}{q_0}<\eta<1$. Энергия, уносимая n -мезонами, равна $\epsilon_n=(1-\eta)q_0$.

С учетом этого формулу /12/ в системе центра масс сталкивающихся лептонов $\vec{q}=0$ запишем в следующем виде:

$$\mathcal{E} = \int_0^1 d\eta\,P(\eta)\,\delta(q_0-p_{10}-p_0-(1-\eta)q_0)\sum_n\delta^{(3)}(\vec{p}_1+\vec{p}+\langle\sum_{i=1}^{n}\vec{k}_i\rangle)\times$$

$$\times\prod_{i=1}^{n}\Big[-\frac{g^2}{(2\pi)^3}\Big]\int_0^{q_0(1-\eta)}\frac{d\vec{k}_i}{2k_{oi}}\,\overline{|j(k_i)|^2}, \qquad /13/$$

где $\langle\ldots\rangle$ означает статистическое усреднение. Очевидно, что $\langle\sum_{i=1}^{n}\vec{k}_1\rangle=0$ в системе отсчета, где $\vec{q}=0$. Интегрирование по импульсам родившихся мезонов в формуле /13/ ведется в пределах

$$0<\sqrt{\vec{k}_i^2+\mu^2}<q_0(1-\eta) \qquad (i=1,2,\ldots,n),$$

в то время как в исходной формуле /12/ оно велось с учетом равенства

$$\sum_{i=1}^{n}\sqrt{\vec{k}_i^2+\mu^2}=q_0-p_{10}-p_0=(1-\eta)q_0.$$

Такая замена пределов интегрирования оправдывается тем, что в приближении тормозного излучения считается, что рождение каждой вторичной частицы не влияет на рождение остальных частиц.

Теперь суммирование по n в формуле /13/ можно выполнить :

$$\mathcal{E}=\delta^{(3)}(\vec{p}_1+\vec{p})\int_0^1 d\eta\,P(\eta)\,\delta(q_0\eta-2p_0)\exp\{K_\eta(0)\}, \qquad /14/$$

где

$$K_\eta(0)=-\frac{g^2}{(2\pi)^3}\int_0^{(1-\eta)q_0}\frac{d\vec{k}}{2k_0}\,\overline{|j(k)|^2}.$$

После подстановки /14/ в /11/ и интегрирования по $d\eta$ и $d\vec{p}$ получим

$$\overline{W}_{\mu\nu}(\nu,\omega)=g^2\,\frac{P(\omega)}{2m\nu}\,[p-p_1]_\mu[p-p_1]_\nu\exp\{f(\nu,\omega)\},$$

где функция $f(\nu,\omega)$ имеет вид

$$f(\nu,\omega)=-\mathrm{Re}\,\frac{ig^2}{(2\pi)^4}\int dk\,\frac{\Big(g_{\mu\nu}-\frac{k_\mu k_\nu}{\mu^2}\Big)}{\mu^2-k^2}\,\overline{\langle j^\mu(-k)\,j^\nu(k)\rangle}-$$

$$-\frac{g^2}{(2\pi)^3}\int_0^{\epsilon}\frac{d\vec{k}}{2k_0}\,\overline{|j(k)|^2}, \qquad \epsilon=q_0(1-\omega).$$

Первый член в этой формуле ответственен за нуклон-антинуклонное взаимодействие путем обмена виртуальными мезонами, второй член представляет собой вклад испущенных тормозных мезонов. В выбранной системе отсчета, где $\vec{q}=0$, 4-вектор $p-p_1$ имеет только пространственные компоненты $p-p_1=2\vec{p}$. В асимптотике $|p-p_1|^2=\omega^2 q_0^2+4m^2 \gg m^2$ функция $f(\nu,\omega)$ в дважды логарифмическом приближении имеет вид /7/

$$\underset{|\nu|\to\infty}{f}(\nu,\omega) = -\frac{g^2}{4\pi^2}\ln\left|\frac{2\nu}{m}\right| \ln\frac{p_0 p_{10}}{\epsilon^2} =$$

$$= -\frac{g^2}{4\pi^2}\ln\left|\frac{2\nu}{m}\right| \ln\frac{\omega^2}{4(1-\omega)^2}.$$

Для тензора $\bar{W}_{\mu\nu}(\nu,\omega)$ получаем окончательное выражение:

$$\bar{W}_{\mu\nu}(\nu,\omega)=\frac{g^2 P(\omega)}{2m\nu}[p-p_1]_\mu[p-p_1]_\nu\{4(\frac{1}{\omega}-1)\}^{g^2/2\pi \,\ln\left|\frac{2\nu}{m}\right|}.$$

Используя теперь формулы /3/ и /4/, можно найти структурные функции $\bar{W}_i$ $(i=1,2)$. При $\nu\to\infty$ $\bar{W}_1$ обращается в нуль, что согласуется с утверждением Калана и Гросса /8/, а структурная функция $\nu\bar{W}_2$ имеет вид

$$\frac{\nu}{m}\bar{W}_2(\nu,\omega)=g^2 P(\omega)\left[1-\frac{2}{\omega}\left(1-\frac{1}{\omega}\right)\right]\left[4\left(\frac{1}{\omega}-1\right)\right]^{g^2/2\pi\,\ln\left|\frac{2\nu}{m}\right|}. \qquad /15/$$

Из формулы /15/ следует, что скейлинговое /или автомодельное/ поведение $\nu\bar{W}_2$ оказывается нарушенным логарифмической зависимостью от асимптотической переменной ν. К такому же нарушению скейлинга приводило рассмотрение глубоконеупругого рассеяния в рамках эйконального приближения /9/.

Следует отметить, что полученные результаты имеют место только при $\omega\approx 1$ /точнее, $1-\omega \ll m/q$ /, так как только в этой области переменной ω имеет смысл использовать приближение тормозного излучения.

Структурные функции для аннигиляции лептонной пары в адроны были рассчитаны в ряде работ /10-12/ в различных квантово-полевых моделях. Изучалась также их связь с соответствующими функциями глубоконеупругого лептон-адронного рассеяния /хорошо известные правила "подстановки" Грибова и Липатова /10/ /. Однако результаты этих работ отличаются друг от друга, так как использовались различные приближения /например, расчеты с обрезанием /11/ и без обрезания по импульсам виртуальных и родившихся частиц/, разные авторы выделяли различные асимптотические члены в диаграммах Фейнмана /10,12/.

Предложенный нами расчет структурных функций соответствует в диаграммной технике суммированию главных логарифмических членов от вклада каждой фейнмановской диаграммы, причем в отличие от работы /10/ асимптотическими должны считаться не только логарифмы вида $\ln q^2/m^2$, но и $\ln(1-\omega)$, так как нами рассматривается только область, где $1-\omega \ll m/q$. Наш подход очень близок к расчетам по теории возмущений, выполненным в работе /12/, однако в этой работе предполагалось, что $1-\omega \gg m^2/q^2$. Поэтому непосредственное сравнение результатов выполнить не удается.

В заключение авторы считают своим приятным долгом поблагодарить за интерес к работе и полезные обсуждения Б.М.Барбашова и В.Н.Первушина.

Литература

1. *S.Drell, I.Walecka. Ann. of Phys., 28, 18 /1964/; Дж.Д.Бьеркен, Б.Л.Иоффе. УФН, 116, 115 /1975/.*
2. *B.M.Barbashov, S.P.Kuleshov, V.A.Matveev, V.N.Pervushin, A.N.Sissakian. Nuovo Cimento, 4A, 731 (1971).*
3. *Б.М.Барбашов, Д.И.Блохинцев, В.В.Нестеренко, В.Н.Первушин. Физика элементарных частиц и атомного ядра, т. 4, вып. 3, 623 /1973/; С.П.Кулешов, В.А.Матвеев, А.Н.Сисакян, М.А.Смондырев, А.Н.Тавхелидзе. Физика элементарных частиц и атомного ядра, т. 5, вып. 1, стр. 3 /1974/.*
4. *C.Chahine. Non Perturbative Calculation of the Imaginary Part of Vacuum Polarization. Preprint Brandeis Univ. (1975).*

5. H.M.Fried, T.K.Gaisser. Phys.Rev., D6, 2560 (1972).
6. Р.Фейнман. Взаимодействие фотонов с адронами, стр. 176, Мир , 1975.
7. D.R.Yennie, S.C.Frautschi, H.Suura. Ann. of Phys., 13, 379 (1961).
8. C.G.Gallan, D.Gross. Phys.Rev.Lett., 22, 156 (1969).
9. Б.М.Барбашов, В.В.Нестеренко. ТМФ, 16, 52 /1973/.
10. В.Н.Грибов, Л.Н.Липатов. ЯФ, 15, 1218 /1972/.
11. S.D.Drell, D.J.Levy, T.M.Yan. Phys.Rev., 187, 2159 (1969); Phys.Rev., D1, 1617 (1970); T.K.Gaisser, J.C.Polkinghorne. Nuovo Cimento, 1A, 501 (1971).
12. P.M.Fishbane, J.D.Sullivan. Preprint NAL-THY-54 (1972).

Рукопись поступила в издательский отдел 15 декабря 1975 года.