ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

Р2 - 9347

П.Н.Боголюбов, В.А.Матвеев, Г.Петров, Д.Робашик

О ПРИЧИННОСТИ ФОРМФАКТОРОВ

1975

P2 - 9347

П.Н.Боголюбов, В.А.Матвеев, Г.Петров*, Д.Робашик

О ПРИЧИННОСТИ ФОРМФАКТОРОВ

Направлено в "Reports on Mathematical Physics"

* Университет им. Карла Маркса, Лейпциг, ГДР

1. Введение

Для многих целей полезно выразить амплитуду рассеяния и матричные элементы локальных токов через инвариантные амплитуды или формфакторы. Для комптоновского рассеяния вперед обычное кинематическое разложение имеет вид

$$\frac{i}{4\pi}\int dx\, e^{iqx} \langle p|Tj_\mu(\frac{x}{2})j_\nu(-\frac{x}{2})|p\rangle = \sum_{i=1}^{2} O_{\mu\nu}^{(i)} T^i(q,p), \qquad /1.1/$$

$$\frac{i}{8\pi}\int dx\, e^{iqx} \langle p|[j_\mu(\frac{x}{2}), j_\nu(-\frac{x}{2})]|p\rangle = \sum_{i=1}^{2} O_{\mu\nu}^{(i)} V^i(q,p), \qquad /1.2/$$

где

$$O_{\mu\nu}^{(1)} = (g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}),\ O_{\mu\nu}^{(2)} = (p_\mu - \frac{pq}{q^2}q_\mu)(p_\nu - \frac{pq}{q^2}q_\nu) \ . \qquad /1.3/$$

Из принципов квантовой теории поля следует, что матричный элемент

$$W_{\mu\nu}(x,p) = \frac{}{8\pi}\langle p|[j_\mu(\frac{x}{2}),\ j_\nu(-\frac{x}{2})]|p\rangle \qquad /1.4/$$

удовлетворяет общим условиям лоренцовской инвариантности, спектральности и причинности. Для строгого описания асимптотических свойств комптон-эффекта в области глубоконеупругого рассеяния важно иметь формфакторы с перечисленными выше свойствами. Ясно, что формфакторы T^i, V^i удовлетворяют требованиям лоренцовской инвариантности и спектральным условиям, тогда как свойства причинности неясны. Доказательство условия причинности для кинематического разложения /1.2/, /1.3/ в случае рассеяния вперед дали Н.Н.Боголюбов, В.С.Владимиров и А.Н.Тавхелидзе /1/. В более общем случае этот вопрос изучался разными авторами /2,3/. В данной работе исследуются свойства причинности для формфакторов процессов рассеяния на произвольный угол, определенных разложениями типа /1.1/ и /1.2/. Рассматриваются случаи как сохраняющихся, так и несохраняющихся токов.

2. *Кинематика и теоремы*

Для исследования комптоновского рассеяния, как правило, вводятся следующие переменные:

$$\gamma_\mu(q_1) + p_1 \to \gamma_\nu(q_2) + p_2\,,\quad p_1^2 = p_2^2 = m^2, \qquad /2.1/$$

$$p = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)\,,\ q = \frac{1}{2}(q_1 + q_2)\,,\ k = \frac{1}{2}(q_1 - q_2) = -\frac{1}{2}(p_1 - p_2).$$

В общем случае при двухчастичных процессах рассеяния имеются свойства симметрии, связанные с произвольностью выбора плоскости рассеяния. В брейтовской системе отсчета $p = (E\ ,0)$ $k = (0,0,0,k\ )$, $E = p$ эта симметрия появляется вследствие инвариантности при вращении в 1-2-плоскости. При этих преобразованиях матричный элемент

$$W_{\mu\nu}(q,p,k) = \frac{1}{8\pi}\int dx\, e^{iqx} \langle p_2 | [j_\mu(\frac{x}{2}) \cdot j_\nu(-\frac{x}{2})] | p_1 \rangle \qquad /2.2/$$

разлагается на один тензор, четыре вектора и четыре скаляра: $W_{\alpha\beta}, W_{\alpha 0}, W_{0\alpha}, W_{3\alpha}, W_{\alpha 3}$, $W_{00}, W_{33}, W_{03}, W_{30}$. Функции $\tilde{W}_{\mu\nu}(x)$ рассматриваются в основном в 1-2-плоскости, поэтому введем следующие обозначения:

$$p = (E_p, 0)\ \ k = (0,0,0,k_3)\,,\ E_p = p_0 = \sqrt{m^2 + k_3^2}.$$

Функции $\tilde{g}_\mu(x_1, x_2)$, удовлетворяющие условиям $\tilde{\tilde{g}}(x) = 0$ при $x_1^2 + x_2^2 > R^2$, называются причинными, так как это свойство является непосредственным следствием четырехмерного условия причинности

$$\tilde{\tilde{f}}(x) = 0 \quad \text{при} \quad x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 < 0 \quad \text{или} \quad x_1^2 + x_2^2 > x_0^2 - x_3^2.$$

Для дальнейших исследований приведем некоторые полезные теоремы о причинных функциях в 1-2-плоскости:

Лемма 1 [1,2]
Если функции $\tilde{f}(x_1, x_2)$ и $\tilde{V}(x_1, x_2)$ удовлетворяют соотношению

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\right) \tilde{V}(x_1, x_2) = \tilde{f}(x_1, x_2)\,, \qquad /2.3/$$

то $\tilde{V}$ можно представить в виде

$$\tilde{V}(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi}\int dy_1 dy_2 \tilde{f}(y_1, y_2) \log \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2}\,. \qquad /2.4/$$

Если, кроме того, $\tilde{f}(x)$ обладает цилиндрической симметрией $f(x) = f(\sqrt{x_1^2 + x_2^2}) = \tilde{f}(x_\perp)$ и является причинной $\tilde{f}(x_\perp) = 0$, $x_\perp > R$, то

$$\tilde{V}(x_1, x_2) = \int_0^R d\rho\, \rho\, \tilde{f}(\rho) \cdot \log(x_\perp) \quad \text{при} \quad x_\perp \ge R\,. \qquad /2.5/$$

Лемма 2 [1,2]
Пусть $\tilde{f}_1(x)$, $\tilde{f}_2(x) = \tilde{f}_2(x_\perp)$ - две причинные функции $\tilde{f}(x) = 0$, $x_\perp > R$, $i = 1,2$. Если их фурье-образы удовлетворяют соотношению

$$-(q_1^2 + q_2^2)\, f_1(q_1 q_2) = q_1^{n_1} q_2^{n_2} f_2(q_\perp)\,,\ n_1, n_2 \ \text{целые} \qquad /2.6/$$

то функция

$$\tilde{g}(x) = -\left(\frac{f_2(q_\perp)}{q_1^2 + q_2^2}\right)_{(x_1, x_2)} \qquad /2.7/$$

обладает цилиндрической симметрией $\tilde{g} = \tilde{g}(x_\perp)$ и является причинной $\tilde{g}(x_\perp) = 0$, $x_\perp > 0$. Кроме того, функция $\tilde{f}_2$ удовлетворяет интегральному условию

$$\int dx_1 dx_2 \tilde{f}_2(x_\perp) = 0\,. \qquad /2.8/$$

Эти теоремы применяются к двухмерному тензору, вектору и скаляру из разложения четырехмерного тензора $W_{\mu\nu}$. Для кинематических разложений, которые исследуются в этой работе, $W_{\mu\nu}(q,p,k)=\sum_i 0^{(i)}_{\mu\nu}V^i$, векторы и тензор принимают следующую форму:

$$W_\alpha = A\, q_\alpha, \qquad /2.9/$$

$$W_{\alpha\beta} = B\, g_{\alpha\beta} + C\, q_\alpha\, q_\beta\ . \qquad /2.10/$$

Величины W_α, $W_{\alpha\beta}$ входят в причинный матричный элемент. Выражение /2.9/ можно написать как

$$W_\alpha = q_\alpha \frac{q^\beta W_\beta}{q_1^2 + q_2^2} \quad \text{или} \quad A = \frac{q^\beta W_\beta}{q_1^2 + q_2^2}\ . \qquad /2.11/$$

Отметим, что функции $\tilde{W}_\alpha$ и $q^\beta W_\beta$ являются причинными и функция $q^\beta W_\beta$ обладает цилиндрической симметрией. Тогда функция

$$\tilde{A} = \left(\frac{q^\beta W_\beta}{q^\delta q_\delta}\right)_{(x_1, x_2)} \qquad /2.12/$$

/Лемма 2/ будет причинной с той же цилиндрической симметрией, кроме того, удовлетворяются кинематические условия

$$\int dx^1\, dx^2 q^\alpha W_\alpha = 0 \quad \text{или} \quad \int dx^1\, dx^2 \Delta_2 A = 0. \qquad /2.13/$$

Из представления двухмерного тензора $W_{\alpha\beta}$ следуют две тождественности:

$$q^\alpha W_{\alpha\beta} = q_\beta \frac{q^\gamma q^\delta W_{\gamma\delta}}{q^\epsilon\, q_\epsilon}\ , \qquad /2.14/$$

$$W_{12} = q_1\, q_2 \frac{1}{q^\epsilon\, q_\epsilon}\left(\frac{2 q^\alpha q^\beta W_{\alpha\beta}}{q^\delta\, q_\delta} - W^\alpha_\alpha\right)\ . \qquad /2.15/$$

Тогда лемма 2, причинность функций $q^\alpha W_{\alpha\beta}$, $q^\alpha q^\beta W_{\alpha\beta}$ и цилиндрическая симметрия функции $q^\alpha q^\beta W_{\alpha\beta}$ и выражение /2.11/ ведут к причинности и симметрии выражения

$$\tilde{B} + q^\gamma q_{,\gamma} C = \left(\frac{q^\alpha\, q^\beta W_{\alpha\beta}}{q^\delta\, q_\delta}\right)_{(x_1, x_2)}.$$

С помощью этой информации и выражения /2.15/ причинность и симметрию форфмактора C

$$C = \frac{1}{q^\delta q_\delta}\left(\frac{2 q^\alpha q^\beta W_{\alpha\beta}}{q^\delta\, q_\delta} - W^\alpha_\alpha\right)$$

можно доказать тем же образом. Так что оба формфактора $\tilde{B}$, $\tilde{C}$ являются причинными и обладают цилиндрической симметрией и кинематические условия

$$\int dx_1\, dx_2 q^\alpha q^\beta W_{\alpha\beta} = 0 \quad -\int dx_1\, dx_2 [\, q^\delta q_\delta (B + q^\gamma q_{,\gamma} C)] = 0 \qquad /2.16/$$

$$\int dx_1 dx_2 \left(\left(\frac{2 q^\alpha q^\beta W_{\alpha\beta}}{q^\delta q_\delta}\right) - W^\alpha_\alpha\right) = 0 \quad -\int dx_1\, dx_2 (q^\delta q_\delta C) = 0 \qquad /2.17/$$

удовлетворяются. Эти результаты упрощают следующие доказательства свойств причинности формфакторов.

3. *Причинность форфмакторов матричных элементов несохраняющихся векторных токов*

Одночастичные матричные элементы несохраняющихся векторных токов

$$W_{\mu\nu}(q, p, k) = \frac{1}{4\pi}\int dx\, e^{iqx} \langle p_2 | [\, j_\mu(\tfrac{x}{2}), j_\nu(\tfrac{1}{2})] | p_1 \rangle \qquad /3.1/$$

можно представить через форфмакторы [2] в виде

$$W_{\mu\nu}= g_{\mu\nu}U_1 + q_\mu q_\nu U_2 + q_\mu k_\nu (U_3 + U_8) + k_\mu q_\nu (U_3 - U_8)$$
$$+ q_\mu p_\nu (U_5 + U_9) + p_\mu q_\nu (U_5 - U_9) + k_\mu p_\nu (U_6 + U_{10}) \qquad /3.2/$$
$$+ p_\mu k_\nu (U_6 - U_{10}) + k_\mu k_\nu U_4 + p_\mu p_\nu U_7 .$$

Для доказательства причинности формфакторов $U_1,...,U_{10}$ можно употребить результат предыдущей части работы. В этом случае разложение тензора $W_{\mu\nu}$ на двухмерные тензор, векторы и скаляры задается выражением /3.2/. Сравнение этих величин с типичными структурами /2.9/, /2.10/ дает прямо причинность формфакторов и ведет к кинематическим условиям. Начиная с тензора

$$W_{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta} U_1 + q_\alpha q_\beta U_2 , \qquad /3.3/$$

причинность функций U_1, U_2 доказана и следующие кинематические условия удовлетворены:

$$\int dx_1 dx_2 (q^\delta q_\delta U_1 + q^\delta q_\delta q^\gamma q_\gamma U_2) = 0 , \qquad /3.4/$$

$$\int dx_1 dx_2 (q^\delta q_\delta U_2) = 0 .$$

Двухмерные векторы, получающиеся из выражения /3.2/, записываются как

$$W_{0\alpha} = q_0 q_\alpha U_2 + p_0 q_\alpha (U_5 - U_9) ,$$

$$W_{\alpha 0} = q_0 q_\alpha U_2 + p_0 q_\alpha (U_5 + U_9) , \qquad /3.5/$$

$$W_{3\alpha} = q_3 q_\alpha U_2 + k_3 q_\alpha (U_3 - U_8) ,$$

$$W_{\alpha 3} = q_3 q_\alpha U_2 + k_3 q_\alpha (U_3 + U_8) .$$

Известная причинность функций U_1, U_2 и предыдущие рассуждения дают причинность функций U_3, U_5, U_8, U_9 . Дополнительными кинематическими условиями являются

$$\int dx_1 dx_2 [q^\delta q_\delta U_i] = 0 , \quad i = 3, 5, 8, 9. \qquad /3.6/$$

Исследование двухмерных скаляров оказывается простым:

$$W_{00} = g_{00} U_1 + q_0 q_0 U_2 + 2 p_0 q_0 U_5 + p_0 p_0 U_7 ,$$

$$W_{03} = q_0 q_3 U_2 + q_0 k_3 (U_3 + U_8) + p_0 q_3 (U_5 - U_9) + p_0 k_3 (U_6 - U_{10}),$$

$$W_{30} = q_0 q_3 U_2 + q_0 k_3 (U_3 - U_8) + p_0 q_3 (U_5 + U_9) + p_0 k_3 (U_6 + U_{10}),$$

$$W_{33} = g_{33} U_1 + q_3 q_3 U_2 + 2 k_3 q_3 U_3 + k_3 k_3 U_4 . \qquad /3.7/$$

Остается доказать причинность функций U_4, U_6, U_7, U_8 . Эти формфакторы непосредственно связаны с другими величинами. Таким образом, функции $U_i, i = 1,...10$ представляют собой набор причинных формфакторов.

4. Причинность формфакторов матричных элементов сохраняющихся токов

Вследствие свойств сохраняющихся векторных токов $j^\mu{}_{,\mu} = 0$, одночастичные матричные элементы этих токов, в отличие от матричных элементов несохраняющихся токов, удовлетворяют дополнительным условиям. Таким образом, лишь 5 формфакторов остаются независимыми. Хорошо известное кинематическое разложение тензора

$$W_{\mu\nu} = \left(-g_{\mu\tau} + \frac{q_{2\mu} q_{2\tau}}{q_2^2}\right)\left(-g_{\nu\tau} + \frac{q_{1\nu} q_{1\sigma}}{q_1^2}\right)[g_{\tau\sigma} W_1 + \qquad /4.1/$$

$$+ p_\tau p_\sigma W_2 + p_\tau k_\sigma (W_3^+ + W_3^-) + p_\sigma k_\tau (W_3^+ - W_3^-) + k_\tau k_\tau W_4]$$

учитывает эти условия с самого начала. Чтобы доказать свойства причинности формфакторов W_i, поступим как в предыдущем параграфе. Сначала тензор $W_{\mu\nu}$ разлагается на величины $\hat{U}_i$, $i=1,\dots 10$, являющиеся линейно независимыми:

$$W_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}\hat{U}_1 + q_\mu q_\nu \hat{U}_2 + q_\mu k_\nu(\hat{U}_3+\hat{U}_8) + k_\mu q_\nu(\hat{U}_3 - \hat{U}_8)$$
$$+ q_\mu p_\nu(\hat{U}_5 + \hat{U}_9) + p_\mu q_\nu(\hat{U}_5 - \hat{U}_9) + k_\mu p_\nu(\hat{U}_6 + \hat{U}_{10}) \qquad /4.2/$$
$$+ p_\mu k_\nu(\hat{U}_6 - \hat{U}_{10}) + k_\mu k_\nu \hat{U}_4 + p_\mu p_\nu \hat{U}_7,$$

где

$$\hat{U}_1 = W_1,$$

$$\hat{U}_2 = \left(\frac{q_1 q_2}{q_1^2 q_2^2} - \frac{1}{q_1^2} - \frac{1}{q_1^2}\right) W_1 + \frac{(pq_1)(pq_2)}{q_1^2 q_2^2} W_2 + \frac{(kq_1)(kq_2)}{q_1^2 q_2^2} W_4$$
$$+ \frac{(pq_2)(kq_1)}{q_1^2 q_2^2}(W_3^+ + W_3^-) + \frac{(pq_1)(kq_2)}{q_1^2 q_2^2}(W_3^+ - W_3^-),$$

$$\hat{U}_3 + \hat{U}_8 = \left(\frac{q_1 q_2}{q_1^2 q_2^2} - \frac{1}{q_1^2} - \frac{1}{q_2^2}\right) W_1 + \frac{(pq_1)(pq_2)}{q_1^2 q_2^2} W_2 - \frac{(qq_1)(kq_2)}{q_1^2 q_2^2} W_4$$
$$- \frac{(qq_1)(pq_2)}{q_1^2 q_2^2}(W_3^+ + W_3^-) + \frac{(pq_1)(kq_2)}{q_1^2 q_2^2}(W_3^+ - W_3^-), \qquad /4.3/$$

$$\hat{U}_3 - \hat{U}_8 = \left(-\frac{q_1 q_2}{q_1^2 q_2^2} - \frac{1}{q_1^2} + \frac{1}{q_2^2}\right) W_1 - \frac{(pq_1)(pq_2)}{q_1^2 q_2^2} W_2 - \frac{(qq_2)(kq_1)}{q_1^2 q_2^2} W_4$$
$$- \frac{(pq_2)(kq_1)}{q_1^2 q_2^2}(W_3^+ + W_3^-) + \frac{(qq_2)(pq_1)}{q_1^2 q_2^2}(W_3^+ - W_3^-),$$

$$\hat{U}_4 = \left(-\frac{q_1 q_2}{q_1^2 q_2^2} - \frac{1}{q_1^2} - \frac{1}{q_2^2}\right) W_1 - \frac{(pq_1)(pq_2)}{q_1^2 q_2^2} W_2 + \frac{(qq_1)(qq_2)}{q_1^2 q_2^2} W_4$$
$$+ \frac{(pq_2)(qq_1)}{q_1^2 q_2^2}(W_3^+ + W_3^-) - \frac{(qq_2)(pq_1)}{q_1^2 q_2^2}(W_3^+ - W_3^-),$$

$$\hat{U}_5 + \hat{U}_9 = -\frac{pq_2}{q_2^2} W_2 - \frac{kq_2}{q_2^2}(W_3^+ - W_3^-),$$

$$\hat{U}_5 - \hat{U}_9 = -\frac{pq_1}{q_1^2} W_2 - \frac{kq_1}{q_2^2}(W_3^+ + W_3^-),$$

$$\hat{U}_6 + \hat{U}_{10} = \frac{pq_2}{q_2^2} W_2 - \frac{qq_2}{q_2^2}(W_3^+ - W_3^-),$$

$$\hat{U}_6 - \hat{U}_{10} = -\frac{pq_1}{q_1^2} W_2 + \frac{qq_1}{q_1^2}(W_3^+ + W_3^-),$$

$$\hat{U}_7 = \hat{W}_2 .$$

Свойства причинности величин $\hat{U}_i$ очевидны при учете результатов исследований предыдущего параграфа. Линейная зависимость функций $\hat{U}_i$ не мешает этим рассуждениям. Наконец, формфакторы U_i представляются простыми алгебраическими соотношениями с помощью функций W_i

$$W_1 = \hat{U}_1 , \quad W_2 = \hat{U}_7 , \quad W_4 = (\hat{U}_3 + \hat{U}_8) - (\hat{U}_3 - \hat{U}_8) + (\hat{U}_4 - \hat{U}_2),$$

$$W_3^+ + W_3^- = (\hat{U}_6 - \hat{U}_{10}) - (\hat{U}_5 - \hat{U}_9) , \qquad /4.4/$$

$$W_3^+ - W_3^- = (\hat{U}_6 + \hat{U}_{10}) + (\hat{U}_5 + \hat{U}_9),$$

завершающих доказательство свойств причинности формфакторов W_i. Таким образом, доказательство свойств причинности формфакторов W_1, W_2, данное в работе /1/ для рассеяния вперед, распространяется здесь на общий случай рассеяния. Для полноты рассматривается другой важный набор формфакторов /1/, являющихся причинными по построению

$$F_1 = \frac{1}{p^2} p^\mu p^\nu W_{\mu\nu}, \quad F_2 = F_1 - F_3 - g^{\mu\mu} W_{\mu\nu}$$

$$F_3 = -\frac{1}{k^2} k^\mu k^\nu W_{\mu\nu}, \quad F = k^\mu p^\nu W_{\mu\nu}, \qquad /4.5/$$

$$F_5 = k^\mu p^\nu W_{\mu\nu}.$$

Тогда тензор $W_{\mu\nu}$ представляется в брейтовской системе отсчета с помощью формфакторов следующим образом:

$$W_{00} = F_1 , \quad W_{03} = \frac{F_5}{k^3 p^0} , \quad W_{30} = \frac{F_4}{k^3 p^0} , \quad W_{33} = F_3 ,$$

$$W_{\alpha 0} - \frac{q_\alpha}{q_1^2 + q_2^2} \left(\frac{(q-k)^3 F_4}{k^3 p^0} + q^0 F_1 \right) , \qquad /4.6/$$

$$W_{0\alpha} = \frac{q_\alpha}{q_1^3 + q_2^2} \left(\frac{(q+k)^3 F_5}{k^3 p^0} + q^0 F_1 \right) ,$$

$$W_{3\alpha} = \frac{q_\alpha}{q_1^2 + q_2^2} \left((q+k)^3 F_3 + \frac{q^0}{k^3 p^0} F_4 \right) ,$$

$$W_{\alpha 3} = \frac{q_\alpha}{q_1^2 + q_2^2} \left((q-k)^3 F_3 + \frac{q^0}{k^3 p^0} F_5 \right) ,$$

$$W_{\alpha\beta} = \frac{q_\alpha q_\beta}{q_1^2 + q_2^2} \Big[\frac{2}{q_1^2 + q_2^2} \Big(q^{0\,2} F_1 + (q-k)^3 (q+k)^3 F_3 + (q-k)^3 \frac{q\ F}{k^3 p^0}$$

$$+ \frac{(q+k)^3}{k^3 p^0} q^0 F_5 \Big) - F_2 \Big] + g_{\alpha\beta} \Big[\frac{1}{q_1^2 + q_2^2} \Big(q^{0\,2} F_1 + (q-k)^3 (q+k)^3 F_3$$

$$+ (q-k)^3 q^0 \frac{1}{k^3 p^0} F_4 + \frac{(q+k)^3}{k^3 p^0} q^0 F_5 \Big) - F_2 \Big] .$$

Осталось дать кинематические условия, следующие из причинности. Кинематические условия /3.4/, /3.6/

$$\int dx^1\, dx^2 [\, q^\delta q_\delta \hat{U}_1 + q^\delta q_\delta q^\gamma \hat{U}_2 \,] = 0 \qquad /4.7/$$

$$\int dx^1\, dx^2 [\, q^\delta q_\delta \hat{U}_2 \,] = 0 , \quad \int dx\ \ dx\, [\, q^\delta q_\delta \hat{U}_i \,] = 0, \quad i = 3,5,8,9$$

/4.8/

/4.9/

в терминах формфакторов W_i выглядят весьма сложно. Поэтому удобно ввести другой эквивалентный набор кинематических условий, которые можно легко выразить с помощью формфакторов F_i. Вместо условий /4.7/, /4.8/ выбираются следующие:

$$\int dx_1\, dx_2\, q^\alpha q^\beta W_{\alpha\beta} = 0 \qquad \text{или}$$

$$\int dx_1\, dx_2\, F[q_0^2 F_1 + (q_3^2 - k_3^2) F_3 + \frac{(q-k)^3 q^0}{k^3 p^0} F_4 + \frac{(q+k)^3 q^0}{k^3 p^0} F_5] = 0$$

$$\int dx_1\, dx_2\, F(-\frac{2 q^\alpha q^\beta W_{\alpha\beta}}{q_1^2 + q_2^2} - W_\alpha^\alpha) = 0 \qquad /4.10/$$

$$\int dx_1\, dx_2\, F[\frac{2}{q_1^2 + q_2^2}(q_0^2 F_1 + (q_3^2 - k_3^2) F_3 + (q-k)^3 q^0 \frac{1}{k^3 p^0} F_4 +$$

$$+ \frac{(q+k)^3}{k^3 p^0} F_5) - F_2] = 0 .$$

К этим условиям следует добавить требование обращения в нуль пространственной или временной производной уравнения /4.7/. Это соответствует применению леммы 2 к уравнению /3.5/, при этом функции U_i заменяются функциями $\hat{U}_i$:

$$\int dx_1\, dx_2\, q^\alpha W_{\alpha 0} = 0 , \quad \int dx_1\, dx_2\, F[\frac{(q-k)^3}{k^3 p^0} F_4 + q^0 F_1] = 0 ,$$

$$\int dx_1\, dx_2\, q^\alpha W_{0\alpha} = 0 , \quad \int dx_1\, dx_2\, F[\frac{(q+k)^3}{k^3 p^0} F_5 + q^0 F_1] = 0 ,$$

$$\int dx_1\, dx_2\, q^\alpha W_{3\alpha} = 0 , \quad \int dx_1\, dx_2\, F[(q-k)^3 F_3 + \frac{q^0}{k^3 p^0} F] = 0,$$

$$\int dx_1\, dx_2\, q^\alpha W_{3\alpha} = 0 , \quad \int dx_1\, dx_2\, F[(q+k)^3 + \frac{q^0}{k^3 p^0} F_4] = 0. \qquad /4.11/$$

В заключение авторы благодарят проф. А.Н.Тавхелидзе за плодотворные дискуссии.

Литература

1. *Н.Н.Боголюбов, В.С.Владимиров, А.Н.Тавхелидзе. ТМФ 12, №3 /1972/.*
2. *П.Н.Боголюбов. Сообщения ОИЯИ, Р2-6637, Дубна, 1972.*
   П.Н.Боголюбов, В.А.Матвеев. Сообщения ОИЯИ, Д2-6735, Дубна, 1972.
3. *M.X.Ahmed, IC/73/75, Miramare-Trieste, 1973.*
   A-M.M.Abdel-Rahman, M.A.Ahmed, M.O.Taha. IC/73/68, Miramare-Trieste, 1973.
4. *В.А.Матвеев. Сообщения ОИЯИ, Р2-6636, Дубна, 1972.*

Рукопись поступила в издательский отдел
27 ноября 1975 года.