

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

ДУБНА



С323.5  
М-215

9/11-76

P2 - 9334

392/2-76

В.М.Мальцев

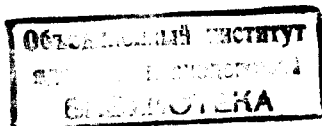
ЧТО МОГУТ РАССКАЗАТЬ  
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО МНОЖЕСТВЕННОСТИ  
О МЕХАНИЗМЕ ГЕНЕРАЦИИ ЧАСТИЦ?

**1975**

P2 - 9334

В.М.Мальцев

ЧТО МОГУТ РАССКАЗАТЬ  
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПО МНОЖЕСТВЕННОСТИ  
О МЕХАНИЗМЕ ГЕНЕРАЦИИ ЧАСТИЦ ?



## I. Введение

Теоретический анализ механизмов взаимодействия, приводящих к множественной генерации частиц, опирается на экспериментальные данные, полученные в последние годы. Среди них особенно важны и наиболее доступны измерению в эксперименте такие интегральные характеристики взаимодействия, как функция распределения по множественности  $P_n(s) = \sigma_n(s) / \sigma_{inel}(s)$  ( $\sigma_n(s)$  – парциальное, а  $\sigma_{inel}(s)$  – неупругое сечения) и ее моменты. По форме распределения и зависимости моментов от средней множественности (или энергии) можно сделать определенные заключения относительно динамики взаимодействия.

Известно, например, что распределение по множественности является пуассоновским, если частицы испускаются независимым образом (когерентное рождение). В этом случае второй и последующие моменты распределения по множественности равны нулю.

Если экспериментальные распределения по множественности не сильно отличаются от пуассоновского (что и наблюдается на самом деле), то это отклонение удобно измерять корреляционными параметрами. Корреляционные параметры  $f_k(s)$  определяются через интегралы от соответствующих инклюзивных распределений или же через моменты распределения по множественности

$$\begin{aligned} f_1(s) &= \sum_n n P_n(s), \\ f_2(s) &= \sum_n n(n-1) P_n(s) - \left( \sum_n n P_n(s) \right)^2, \\ f_3(s) &= \sum_n n(n-1)(n-2) P_n(s) - 3 \left( \sum_n n(n-1) P_n(s) \right) \left( \sum_n n P_n(s) \right) \\ &\quad + 2 \left( \sum_n n P_n(s) \right)^3 \\ &\text{и т.д.} \end{aligned} \quad (I)$$

Величина и знак второго, третьего и высших корреляционных параметров определяют деформацию и сдвиг действительного распределения по множественности (относительно пуассоновского) и отражают существование связанных комплексов, распадающихся на вторичные частицы. Легко видеть, что отрицательные значения второго корреляционного параметра характеризуют эффекты парного притяжения среди испускаемых частиц и ведут к сжатию результирующего распределения по множественности. Обратный эффект наблюдается для положительных значений  $f_2(s)$ . Аналогичным образом отрицательные значения третьего корреляционного параметра указывают на сдвиг распределения по множественности вправо (относительно пуассоновского) и, наоборот, для положительных значений - влево. С физической точки зрения отличные от нуля значения  $f_3(s)$  обусловлены существованием эффектов связи между тремя наблюдаемыми частицами.

Таким образом, интегральные характеристики неупругого взаимодействия- функция распределения по множественности и корреляционные параметры - хотя и не могут дать детального описания пространственно-временной эволюции процесса, но позволяют, в принципе, выделить механизм генерации частиц (независимое образование частиц; испускание частиц парами, тройками и т.д.; дифракционный механизм излучения или комбинация нескольких механизмов).

Попытки феноменологического описания наблюдаемых распределений по множественности предпринимались давно. Их можно разделить на две группы. К одной из них следует отнести работы /1/, в которых экспериментальные распределения фитируются наилучшим образом, но свободным параметрам не придается какого-либо физического смысла. В работах другого направления /2/ распределения

по множественности следуют из принятого в модели механизма генерации и отражают обычно лишь одну существенную сторону взаимодействия. В этом случае хорошо фитируются данные для определенного класса неупругих событий, но не для всех множественных процессов. Выход из создавшейся ситуации следует искать в построении такого подхода, который с единой точки зрения рассматривает все возможные взаимодействия, приводящие к множественной генерации частиц.

Существует две возможности единым образом получить интегральные характеристики взаимодействия.

1. Вероятностное рассмотрение. Неупругое взаимодействие - случайный ветвящийся процесс /3/.

2. Кластерное разложение в  $S$  -матричной формулировке квантовой теории поля /4/.

## II. Приближение случайных процессов для множественной генерации частиц

Отличие от старой статистической теории множественной генерации заключается в том, что здесь нет предположения об установлении статистического равновесия в объеме взаимодействия в обычном пространстве.

Основное предположение в приближении случайных процессов содержится в следующем утверждении: множественная генерация может быть представлена как ветвящийся процесс, в котором случайным образом происходят более "элементарные" процессы образования частицы или кластера. Термин "элементарные" процессы - синоним механизма генерации (поэтому понятие вспомогательное). Оно получает физическую реализацию только тогда, когда адроны

рассматриваются как сложные объекты (например, в партонной модели). Тогда "элементарным" становится взаимодействие составляющих адронов.

Предположим, например, механизм независимого образования адронов. В этом случае уравнение Колмогорова, которое связывает вероятности образования  $n$  скалярных частиц в одномерном пространстве  $P_n(x)$ , хорошо известно:

$$\frac{dP_n(x)}{dx} = -g [P_n(x) - P_{n-1}(x)], \quad (2)$$

где  $g$  - константа "элементарного" взаимодействия.

Начальное условие очевидно:

$$P_n(x=0) = \begin{cases} 0, & n \neq 0; \\ 1, & n = 0. \end{cases}$$

Уравнение (2) легко решается преобразованием Лапласа

$\bar{P}_n = \int_0^\infty e^{-px} P_n(x) dx$ , либо введением производящей функции

$$Q(z, x) = \sum_{n=0}^{\infty} z^n P_n(x), \quad (3)$$

где  $z$  - произвольный параметр.

Уравнение для производящей функции имеет вид

$$\frac{\partial Q(z, x)}{\partial x} = g(z-1) Q(z, x) \quad (4)$$

и может быть приведено к обыкновенному дифференциальному уравнению

$$dx = \frac{dQ}{g(z-1)Q},$$

решение которого

$$Q(z, x) = e^{g(z-1)x} \quad (5)$$

В решение (5) внесем физическое условие: будем считать число образованных частиц на выходе из области взаимодействия, т.е. на глубине  $x=l$ . Тогда  $Q(z, x=l) = e^{gl(z-1)}$ . Легко видеть, что полученное решение удовлетворяет условию нормировки  $\sum_n P_n = 1$ , т.е.  $Q(z=1) = 1$ . Отсюда, по известным правилам, имеем

$$P_n = \frac{1}{n!} \left. \frac{d^n Q}{dz^n} \right|_{z=0} = \frac{e^{-gl} (gl)^n}{n!} \quad (6)$$

Распределение (6) содержит один независимый параметр, который может быть выражен через среднюю множественность  $\langle n \rangle = gl$ , т.е.

$$P_n = e^{-\langle n \rangle} \frac{\langle n \rangle^n}{n!} \quad (7)$$

Результат очевидный - распределение Пуассона для независимого образования частиц.

Если теперь, как обычно это делается (как принято), положим, что  $P_n(x=l, s) = \frac{\sigma_n(s)}{\sigma_{int}(s)}$ , и, исключая свободный параметр, свяжем каналы с различным числом образованных частиц, то получим проверяемое экспериментально правило сумм для парциальных сечений

$$\frac{\sigma_n^2}{\sigma_{n-1} \sigma_{n+1}} = \frac{n+1}{n}, \quad (8)$$

которое не содержит свободных параметров.

Таким образом, предположив механизм, мы вообще могли бы не рассматривать физической картины образования вторичных частиц в объеме взаимодействия.

Чтобы выяснить физические основания исходного уравнения (2) и те предположения, которые существенны, дадим схему вывода.

Пусть начальные частицы являются внешними источниками вторичных частиц, которые излучаются ими поодиночке с вероятностью  $g$  на единице пути. В этом случае имеем процесс одночастичной генерации. Если обозначить через  $P_n(x + \Delta x)$  вероятность того, что на глубине  $x + \Delta x$  в области взаимодействия будет образовано  $n$  вторичных частиц, тогда уравнение непрерывности для вероятности принимает вид

$$P_n(x + \Delta x) = P_n(x) - g \Delta x P_n(x) + g \Delta x P_{n-1}(x). \quad (9)$$

Первый член справа в уравнении (9) отвечает ситуации, когда на глубине  $x$  уже есть  $n$  частиц и в последующем слое  $\Delta x$  ничего не происходит. Второй член в уравнении (9) описывает аналогичную ситуацию, но в слое  $\Delta x$  образуется дополнительная частица, так что этот член дает вклад в вероятность образования  $n + 1$  частицы и должен входить в (9) со знаком минус. Третий член вносит положительный вклад, поскольку на глубине  $x$  есть  $(n - 1)$  частица и в последующем слое  $\Delta x$  образуются  $n$  частицы. Переход к пределу  $\Delta x \rightarrow 0$  дает исходное уравнение (2).

По характеру вывода и структуре уравнение (2) является уравнением непрерывности для вероятности образования какого-то числа вторичных частиц, поэтому ничего не изменится, если все рассмотрение проводить в каком угодно пространстве: обычном, импульсном, скоростей, одномерном, трехмерном и т.д.

Важна зависимость от  $n$  правой части уравнения. Она при этом не меняется.

Заметим, что в решение (6) входит полная вероятность  $g^l$  в результате взаимодействия в целом, поэтому нам ничего не мешает положить вероятность "элементарного" процесса зависящей от точки пространства  $g(x)$ , тогда  $g^l$  заменится на  $\int_0^l g(x) dx$ . Так же естественно обобщение на процессы генерации многими внешними источниками.

Одночастичная генерация, рассмотренная выше, является частным случаем широкого класса механизмов, ответственных за множественное образование частиц. Другим представителем этого класса является одночастичное размножение.

Одночастичное размножение — это процесс множественного образования вторичных частиц за счет внутренних источников в области взаимодействия (образованные частицы воспроизводят себе подобных). В этом случае уравнение Колмогорова для вероятности образования  $n$  частиц может быть представлено в виде

$$\frac{dP_n(x)}{dx} = -g \left[ (n+1)P_n(x) - nP_{n-1}(x) \right], \quad (10)$$

где  $g$  — вершинная функция внутреннего источника с начальным условием

$$P_n(x=0) = \begin{cases} 0, & n \neq 0, \\ 1, & n = 0. \end{cases}$$

Дифференциально-разностное уравнение (10) легко разрешается стандартными методами, и решение для распределения по числу образованных частиц на выходе из области взаимодействия имеет вид

$$P_n(x=l) = e^{-g_l} (1 - e^{-g_l})^n \quad (II)$$

Решение (II) принимает форму геометрического распределения, если в качестве свободного параметра использовать среднюю множественность

$$P_n = \frac{\langle n \rangle^n}{(\langle n \rangle + 1)^{n+1}}, \quad (I2)$$

где  $\langle n \rangle = e^{g_l} - 1$ . Исключая этот параметр из рассмотрения, имеем простое для экспериментальной проверки правила сумм для парциальных сечений

$$\frac{\bar{\sigma}_n^2}{\bar{\sigma}_{n-1} \bar{\sigma}_{n+1}} = 1 \quad (I3)$$

Заметим, что процессы гибели образованных частиц внутри области взаимодействия не могут изменить полученного распределения. Последнее однозначно определяется  $\mathcal{K}$ -зависимостью правой части исходного уравнения (I0).

Поскольку экспериментальные данные не согласуются ни с одним из этих механизмов, было предложено рассмотреть комбинированный механизм, вклад в который вносят как одночастичная генерация, так и одночастичное размножение. Уравнение Колмогорова в этом случае

$$\frac{dP_n(x)}{dx} = -g_1 [(n+1)P_n(x) - nP_{n-1}(x)] - g_2 [P_n(x) - P_{n-1}(x)], \quad (I4)$$

где  $g_1$  и  $g_2$  - вершинные функции соответственно для внутреннего и внешнего источника вторичных частиц. Начальное условие прежнее. Решение уравнения (I4) представляет известное распределение Пойя

$$P_n(x=l) = \frac{g_2 (g_2 + g_1) \dots [g_2 + g_1^{(n-1)}]}{g_1^n n!} e^{-g_2 l} (1 - e^{-g_1 l})^n, \quad (I5)$$

которое в настоящее время часто используют для обработки экспериментальных данных. Несмотря на удовлетворительное согласие экспериментальных распределений по множественности с распределением Пойя, оно не дает правильного поведения корреляционных параметров, в частности, отсутствует область отрицательных значений второго корреляционного параметра.

Таким образом, при сопоставлении с экспериментальными данными двухпараметрические распределения типа Пойя оказываются неудовлетворительными и требуют для согласования с экспериментом включения дополнительных механизмов образования вторичных частиц. Возможными кандидатами этих механизмов являются кластеризационные процессы.

Процесс двухчастичной кластеризации - наиболее простой и хорошо изученный представитель этого класса. Уравнение Колмогорова для него имеет вид

$$\frac{dP_n(x)}{dx} = -g_2 [P_n(x) - P_{n-1}(x)] - \frac{1}{2} g_3 [P_n(x) - 2P_{n-1}(x) + P_{n-2}(x)], \quad (I6)$$

где  $g_2$  и  $g_3$  - эффективные константы излучения внешним источником соответственно частицы и двухчастичного кластера. Начальное условие очевидно.

Решение уравнения (I6) хорошо известно и представляет распределение Мюллера /5/

$$P_n = \frac{e^{-\langle n \rangle} (1-c)^{\langle n \rangle}}{n!} [-c \langle n \rangle]^{\frac{n}{2}} H_n \left[ \sqrt{\frac{-\langle n \rangle}{c}} (1-2c) \right], \quad (17)$$

где  $\langle n \rangle = g_2 l$ ,  $c = \frac{2g_3}{g_2} = \frac{2f_2}{\langle n \rangle}$ .  $H_n[\dots]$  - полином Эрмита,  $e^{-\langle n \rangle}$  - "объем" одномерной области взаимодействия,

$f_2$  - второй корреляционный параметр.

Теперь построение наиболее простого варианта, наилучшим образом согласующегося со всей совокупностью экспериментальных данных, не представляет труда. Нами был предложен вариант /6/, содержащий одночастичную генерацию, одночастичное размножение и двухчастичную кластеризацию в соотношении 7:2:1. Такая комбинация различных механизмов, действующих в одном неупругом взаимодействии, позволила удовлетворительным образом описать все имеющиеся экспериментальные данные о распределениях вторичных частиц по множественности и по корреляционным параметрам. Следует отметить неоднозначность подобной процедуры. Однако требование минимальности числа свободных параметров эту неоднозначность сильно уменьшает.

### III. Множественное образование частиц в методе расширенной

#### S - матрицы

Рассмотрим возможность получения интегральных характеристик взаимодействия в S -матричной формулировке квантовой теории поля /7/.

Очевидно, что экспериментальные возможности, особенно при изучении процессов множественного образования частиц, не позволяют извлечь непосредственную информацию о протекании процесса в пространстве-времени (экспериментатор знает начальное состояние и видит конечный результат взаимодействия). Поэтому детальное описание пространственно-временной эволюции процесса взаимодействия требует существования половинной S -матрицы, которая в квантовой теории поля, согласно теореме Хаага, не существует /8/.

В конкретной реализации аксиоматической программы квантовой теории поля /9/ аксиомам подчиняется не произвольная матрица рассеяния, а расширенная по функции включения взаимодействия /10/  $g(x)$  матрица  $S[g(x)]$  с  $g(x)$ , бесконечно близкой к константе связи  $g$ .

Обычно расширение S -матрицы осуществляется введением внешнего классического объекта, описываемого произвольной вещественной функцией  $g(x)$  (которая есть функция включения взаимодействия, классическая добавка к квантовому асимптотическому полю или классический ток - источник) и взаимодействующего с квантовой системой, причем свойства  $g(x)$  таковы, что пространство асимптотических состояний остается полным и для расширенной матрицы, т.е. условие унитарности выполняется также и для  $S[g(x)]$ .

Случай, когда функциональным аргументом расширенной S -матрицы является функция включения взаимодействия, занимает особое место; он содержит возможность формального перехода от вариационных к обыкновенным дифференциальным уравнениям

$$\lim_{g(x) \rightarrow g} \int \frac{\delta S(g)}{\delta g(x)} \delta g(x) dx = \frac{dS(g)}{dg} \Delta g$$



Расширение  $S$ -матрицы по функции включения взаимодействия, выполненное в работах Медведева, Поливанова и др. /II/, и переход к дифференциальным по константе связи уравнениям, предложенный Киржинцем, позволили исследовать неупругие процессы при некоторых упрощающих предположениях.

В качестве реального объекта, описываемого  $S[g(x)]$ -матрицей, будем рассматривать полуинклюзивный процесс образования  $n$  вторичных частиц с зарядом одного знака

$$a + l \rightarrow n + X(a', b', \dots), \quad (18)$$

где  $X(a', b', \dots)$  содержит как лидирующие частицы  $a'$  и  $b'$ , уносящие почти всю энергию, так и все остальное, что нам не интересно. Характеристики реального процесса в этом случае определяются "эффективным" взаимодействием скалярных бозонов с внешними источниками, заданными переходом начальных частиц в лидирующие.

В таком подходе  $X_n(p_1, \dots, p_n)$  - коэффициентные функции разложения расширенной  $S(g)$ -матрицы по нормальным произведениям ин-полей в  $P$ -представлении

$$S(g) = S^0(g) \sum_{n=0}^{\infty} \int X_n(p_1, \dots, p_n) : \phi_{in}(p_1) \dots \phi_{in}(p_n) : dp_1 \dots dp_n, \quad (19)$$

где  $\phi_{in}(p_k)$  - скалярные бозе-поля, удовлетворяющие на массовой поверхности уравнению Клейна-Гордона, с точностью до множителя определяют амплитуды перехода в состояние с  $n$  вторичными частицами. Аналогичным образом может быть представлена

$$\frac{1}{i} \frac{dS(g)}{dg} = S(g) \tau_0(g) + \sum_{k=1}^{\infty} \int \tau_k(p_1, \dots, p_k; g). \quad (20)$$

$$: S(g) \phi_{in}(p_1) \dots \phi_{in}(p_k) : dp_1 \dots dp_k,$$

где  $\tau_k$  - коэффициентные функции этого разложения, несущие информацию о механизме взаимодействия.

$$S^0(g) = \langle 0 | S(g) | 0 \rangle; \quad X_n(p_1, \dots, p_n; g=0) = \delta_{n0}^2. \quad (21)$$

Взяв производную по  $g$  от  $S(g)$  выражения (19) и приравняв ее правой части соотношения (20), после  $n$ -кратного варьирования по  $\phi_{in}$  и усреднения по вакууму получим

$$\frac{1}{i} \frac{dS^0(g)}{dg} = S^0(g) \tau_0(g), \quad (22)$$

$$\frac{1}{i} \frac{dX_n(p_1, \dots, p_n; g)}{dg} = \sum_{l=0}^{n-1} \frac{l!(n-l)!}{n!} P\left(\frac{1 \dots l}{l+1 \dots n}\right) X_l(p_1, \dots, p_l; g) \cdot \tau_{n-l}(p_{l+1}, \dots, p_n; g),$$

где  $P\left(\frac{1 \dots l}{l+1 \dots n}\right)$  - оператор симметризации. Так как условие унитарности связывает  $\tau_0(g)$  со всеми  $\tau_k$ , рассмотрим только второе уравнение (22), отражающее динамику взаимодействия.

Решение этого уравнения легко получить методом производящих функционалов. Оно имеет вид

$$X_n(p_1, \dots, p_n; g) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-k)}{n} \frac{(n-k)! k!}{n!} P\left(\frac{1 \dots k}{k+1 \dots n}\right) \cdot X_k(p_1, \dots, p_k; g) : \int_0^g \tau_{n-k}(p_{k+1}, \dots, p_n; g') dg'. \quad (23)$$

Распределение по множественности, которое нас интересует, можно получить непосредственно из последнего выражения, умножив его на сопряженный ряд и проинтегрировав по всем импульсам. Очевидно, такие вычисления малопривлекательны хотя бы потому, что не позволяют установить прямую связь между  $\tau$ -функциями и корреляционными параметрами.

Чтобы получить уравнение для функции распределения по множественности, умножим уравнение (22) на  $\chi_n^*(p_1, \dots, p_n; g)$  и прибавим к полученному результату комплексно-сопряженное выражение. Окончательно имеем

$$\frac{dP_n}{dg} = \sum_{\ell=0}^{n-1} P_\ell \frac{da_{n-\ell}}{dg}, \quad (24)$$

где  $P_\ell = \int dp_1 \dots dp_\ell \chi_\ell \chi_\ell^*$  - распределение по множественности,  $a_\kappa = \int dp_1 \dots dp_\kappa \sum_{i_1, \dots, i_\kappa} (c_{i_1} \dots c_{i_\kappa} C_\kappa^* + c_{i_1}^* \dots c_{i_\kappa}^* C_\kappa) \delta(\sum_{i_k} i_k - \kappa)$ ;  $c_\kappa = i \int \tau_\kappa dg'$ .

Уравнение (24) с очевидным начальным условием легко решается техникой производящих функций. Его решение может быть представлено в виде

$$P_n = \sum_{\alpha} \frac{a_1^{\alpha_1} \dots a_\kappa^{\alpha_\kappa}}{\alpha_1! \dots \alpha_\kappa!} \delta(n - \sum_{\kappa} \kappa \alpha_\kappa), \quad (25)$$

для которого корреляционные параметры

$$f_\kappa = \kappa! a_\kappa + \sum_{m \geq 1} (\kappa+m)(\kappa+m-1) \dots (m+1) a_{m+\kappa} \quad (26)$$

не обращаются в нуль даже в высших порядках.

Полученное распределение по множественности описывает процесс с независимым образованием кластеров. Функции  $\tau_\kappa(p_1, \dots, p_\kappa; g)$  можно рассматривать как амплитуды образования кластеров, распадающихся на  $\kappa$  вторичных частиц. В частном случае  $a_{\kappa > 1} = 0$  решение (25) обращается в пуассоновское распределение, а когда

$$a_{\kappa > 2} = 0, \text{ распределение становится мюллеровским}$$

$$P_n = e^{-(a_1 + a_2)} \left( \frac{\sqrt{-a_2}}{n!} \right)^n H_n \left( \frac{a_1}{2\sqrt{-a_2}} \right),$$

где  $H_n$  - полином Эрмита.

Чтобы в данном подходе избежать ограничения только короткодействующими корреляциями, предположим, что все поправки, дающие отклонения от когерентности, можно представить одним членом, пропорциональным основному (когерентному), но уже не являющимся когерентным. В этом случае уравнение (22) принимает вид

$$\frac{d\chi_n}{dg} = (1-\beta) \frac{(n-1)!}{n!} P\left(\frac{1 \dots n-1}{n}\right) \chi_{n-1} \tau_1 + \beta P\left(\frac{1 \dots n-1}{n}\right) \chi_{n-1} \tau_1, \quad (27)$$

где  $\beta$  - вес некогерентных одночастичных состояний. Некогерентность понимается в смысле нетождественности одночастичных состояний, поэтому отсутствует множитель  $(n-1)!/n!$ , учитывающий тождественность перестановок под действием оператора симметризации.

Из уравнения (27) легко получить соответствующее уравнение для вероятности образования  $n$ -частичного состояния

$$\frac{dP_n}{dg} = \frac{da_1}{dg} P_{n-1} + (n-1)\beta \frac{da_1}{dg} P_{n-1}, \quad (28)$$

где  $P_n = \frac{n!}{\prod_{i=1}^n (1+\kappa_i \beta)} \cdot \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}}} \int \chi_n \chi_n^* dp_1 \dots dp_n$  - нормированное распределение по множественности, а

$$\frac{da_1}{dg} = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int dp_1 \left[ \tau_1(p_1; g) \int_0^g \tau_1^*(p_1; g') dg' + \tau_1^*(p_1; g) \int_0^g \tau_1(p_1; g') dg' \right]$$

Начальные условия очевидны.

Преобразуя (28) к уравнению для производящей функции и решая последнее, получим

$$P_n = \frac{\Gamma(n + \frac{1}{\ell})}{\Gamma(n+1)\Gamma(\frac{1}{\ell})} \left( \frac{\ell \langle n \rangle}{1 + \ell \langle n \rangle} \right)^n \frac{1}{(1 + \ell \langle n \rangle)^{\frac{1}{\ell}}}, \quad (29)$$

где  $\langle n \rangle = \frac{a_1}{1 - \ell a_1}$ ,  $\Gamma(\dots)$  - гамма-функция.

Таким образом, предположение о частично некогерентном характере генерации частиц приводит к распределению Пойя, которое при  $\ell = 1$ , т.е. в случае только некогерентного образования, переходит в геометрическое, а в пределе при  $\ell \rightarrow 0$  становится пуассоновским. Более сложный случай, отвечающий, кроме того, возможному образованию двухчастичных кластеров, требует дополнительных предположений, в которых он может быть рассмотрен до конца.

Сравнивая оба подхода, мы видим, что приближение случайных процессов и метод расширенной  $S$ -матрицы ведут к эквивалентным результатам в теории множественного образования частиц. Исходные уравнения для распределений по множественности отличаются лишь тем, что в первом случае учтены процессы, в которых возможен проросок частицами области взаимодействия. Во втором случае такие процессы исключены. Эквивалентность в полной мере проявляется только тогда, когда мы работаем с распределениями по множественности, и, конечно, нет сомнения в том, что второй подход более богат. Например, в нем возникает возможность получить область отрицательных значений  $f_2$  за счет интерференции состояний, в первом подходе такой возможности нет. Каждый подход имеет сильные и слабые стороны - они сразу видны,

поэтому нет необходимости их здесь перечислять. Мы хотели бы еще раз подчеркнуть самое главное - эквивалентность обоих подходов в описании интегральных характеристик множественного образования частиц.

#### IV. Заключение

Развитые нами методы теоретического анализа интегральных характеристик неупругих процессов позволяют сделать определенные заключения о механизме взаимодействия, приводящего к множественной генерации частиц. Хотя многие детали пространственно-временной эволюции процесса множественного образования частиц остаются неясными, вся картина в целом поддается строгому математическому и физическому моделированию.

#### Литература

1. C.P.Wang. *Phys. Letters*, 32B, 125 (1970);  
O.Czyzewsky, K.Rybicki. *Nucl. Phys.*, 47B, 633 (1972);  
H.Minakata. *Hiroshima University preprint RRK 73-5* (1973).
2. A.B.Govorkov. *JINR*, E2-7170, Dubna, 1973; A.Giovannini,  
P.Antich, E.Calligarich, G.Cecchet, R.Dolfini, F.Impellizzeri,  
S.Ratti. *Nuovo Cimento*, 24A, 421 (1974).
3. N.K.Dushutin, V.M.Maltsev. *JINR*, E2-7276, Dubna, 1973.
4. Н.К.Душутин, В.М.Мальцев, С.И.Синеговский. *ОИЯИ*, P2-7908,  
Дубна, 1974; *ОИЯИ*, P2-8155, Дубна, 1974.

С.И.Синеговский, В.М.Мальцев, Н.К.Душутин. СМЯИ, P2-8155, Дубна, 1974.

5. A.N.Mueller. Phys.Rev., D4, 150 (1971).
6. В.М.Мальцев, Н.К.Душутин. СМЯИ, P2-6500, Дубна, 1972 ;  
Н.К.Душутин, В.М.Мальцев. СМЯИ, P2-6932, Дубна, 1973.
7. Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков. Введение в теорию квантованных полей. М., Наука, 1973.
8. Н.Н.Боголюбов, А.А.Логунов, И.Т.Тодоров. Основы аксиоматического подхода в квантовой теории поля. М., Наука, 1969.
9. Д.А.Киржниц. В сб. "Проблемы теоретической физики", М., Наука, 1972.
10. Н.Н.Боголюбов. ДАН СССР, 81, 757, 1015 (1951).
11. Б.В.Медведев, В.П.Павлов, М.К.Поливанов, А.Д.Суханов. ТМФ, 13, 3 (1972).

Рукопись поступила в издательский отдел  
25 ноября 1975 года