сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

P2-93-44

Х.М.Бештоев

МАССЫ И СМЕШИВАНИЕ ЛЕПТОНОВ И КВАРКОВ (ДИРАКОВСКИХ ЧАСТИЦ)

1993

Работа посвящена рассмотрению вопроса о вкладе различных типов взаимодействий в массовую матрицу лептонов и кварков (дираковских частиц) и в смешивание лептонов и кварков.

В общем случае массовый лагранжиан дираковских частиц (лептонов и кварков) можно записать в виде:

$$\mathcal{L} = -\bar{\Psi}_R M \Psi_L + \text{э.с.}, \qquad (\text{I})$$

где

$$\Psi_L = \begin{pmatrix} \Psi_{aL} \\ \Psi_{bL} \\ \Psi_{cL} \end{pmatrix} \qquad \Psi_R = \begin{pmatrix} \Psi_{aR} \\ \Psi_{bR} \\ \Psi_{cR} \end{pmatrix}$$

$$\Psi_L = \frac{1}{2}(1-\gamma_5)\Psi, \quad \Psi_R = \frac{1}{2}(1+\gamma_5)\Psi,$$

M=3x3 матрица с недиагональными членами.

Для того, чтобы привести M к обычному диагональному виду, можно воспользоваться стандартным методом диагонализации произвольной комплексной матрицы[I]. Тогда M будет иметь вид:

$$M = V m U^+, \qquad (2)$$

где V, U — являются унитарными матрицами и

$$m_{ik} = m_k \delta_{ik}, \quad m_k \geq 0.$$

Если подставить (2) в (I), то мы получим:

$$\mathcal{L} = -\bar{\Psi}'_R m \Psi'_L + \text{э.с.} = -\bar{\Psi}' m \Psi' = -\sum_{k=1}^{3} m_k \bar{\Psi}'_k \Psi'_k, \qquad (3)$$

где $\Psi'_L = U^+ \Psi_L, \quad \Psi'_R = V^+ \Psi_R,$

$$\Psi' = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \end{pmatrix}.$$

Если произвести обратное преобразование, то

$$\Psi_L = U \Psi'_L, \quad \Psi_R = V \Psi'_R \qquad (4)$$

или $\Psi_{\ell L} = \sum_{k=1}^{3} U_{\ell k} \Psi'_{kL}, \quad \Psi_{\ell R} = \sum_{k=1}^{3} V_{\ell k} \Psi'_{kR}, \quad \ell = a, b, c$

Т.е. следствием диагонализации явилось появление смешивания первоначальных лептонов или кварков Ψ_a, Ψ_b, Ψ_c. Собственными массовыми состояниями являются состояния Ψ_1, Ψ_2, Ψ_3.

В наше рассмотрение мы не будем включать майрановские нейтрино по причинам, указанным в работе[2]. Лагранжиан (I) инвариантен относительно глобального калибровочного преобразования

$$\Psi'_k(x) = e^{i\Lambda}\Psi_k(x), \quad \bar{\Psi}'_k(x) = \bar{\Psi}_k e^{-i\Lambda}, \qquad (5)$$

где Λ - постоянная.

Инвариантность лагранжиана (I) относительно (5) означает, что лептонные или ароматические числа всех лептонов или кварков являются идентичными и они сохраняются. Так как лептонные или ароматические числа всех лептонов или кварков являются идентичными, то никакое нарушение лептонных и ароматических чисел в такой схеме не имеет места. Утверждение о том, что в данном случае имеет место нарушение лептонных и ароматических чисел, основано на том, что в такую схему вкладывается известное поколение лептонов и кварков.

Прежде чем произвести такое вложение, необходимо сделать некоторые замечания.

I. Нужно предположить, что Ψ_a, Ψ_b, Ψ_c отличаются своими числами, которые их различают (эксперимент, именно, выбирает этот вариант). Связаны ли эти числа с какими-либо соответствующими калибровочными преобразованиями или они возникают другим способом ? Мы пока не имеем ответа на этот вопрос. Но такое знание необходимо для того, чтобы выбрать способ нарушения этих чисел. Один из таких способов нарушения описан в работе[3].

Из-за специфического свойства слабого взаимодействия для слабого взаимодействия эту проблему можно обойти (см. п.2.г).

2. Как видно из предыдущих рассуждений, смешивание, возникающее в такой схеме, в принципе, можно увязать с конкретным калибровочным преобразованием и, соответственно, с конкретным калибровочным взаимодействием. А следствия, возникающие из калибровочного взаимодействия в этой схеме, можно представить в виде унитарных матриц (отвечающих за смешивание).

Теперь, когда мы знаем, что эту схему смешивания, в принципе, можно увязать с каким-либо взаимодействием, возникает вопрос. Какое именно взаимодействие ответственно за массы и смешивание, возникающее в такой схеме ? Какой вклад дает слабое взаимодействие в такое смешивание ? Для того, чтобы ответить на такие вопросы, проведем общий анализ с целью выяснить, какие массовые матрицы возникают при включении различных взаимодействий.

а) Начнем с электромагнитного взаимодействия. Для заряженных лептонов и кварков с числом ароматов, равным n, лагранжиан взаимодействия имеет вид:

$$\mathcal{L}_{int} = -ie\bar{\Psi}\gamma^\mu \Psi A_\mu, \tag{6}$$

$$\Psi = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \vdots \\ \Psi_n \end{pmatrix}, \qquad n \sim 3 .$$

В результате включения такого взаимодействия может появиться массовая матрица $M^э$.

$$\mathcal{L}(M^э) = -\bar{\Psi} M^э \Psi, \tag{7}$$

где вид $M^э$ нужно определять из данного взаимодействия.

Каков будет вид этой массовой матрицы $M^э$? В электромагнитных взаимодействиях сохраняются P, C, CP и др. четности

$$M^{э+} = M^э \qquad P M^э P^{-1} = M^э \quad \text{и т.д.} \tag{8}$$

Ограничения, которые можно получить из таких преобразований, сводятся к тому, что матрицы V, U, которые диагонализируют матрицы $M^э$, должны быть ортогональными матрицами

$$M^э = V m U^+ ; \quad V, U \to O , \quad OO^T = 1 , \tag{9}$$

m - диагональная матрица с $m_i \geq 0$.

Мы можем получить другие ограничения, если будем использовать свойства самого электромагнитного взаимодействия. Электромагнитное взаимодействие является скалярным относительно ароматических и лептонных чисел (т.е. не может менять ароматические и лептонные числа), поэтому за счет этого взаимодействия не могут появиться недиагональные члены в массовой матрице.

Таким образом, за счет электромагнитного взаимодействия может появиться только диагональная массовая матрица

$$M^э = \begin{bmatrix} m_1 & & 0 \\ & m_2 \ddots & \\ 0 & & m_n \end{bmatrix} . \tag{10}$$

б) В случае хромодинамики массовая матрица M^x будет иметь также диагональный вид из аналогичных соображений

$$M^x = \begin{bmatrix} m'_1 & & 0 \\ & m'_2 \ddots & \\ 0 & & m'_n \end{bmatrix} . \tag{11}$$

в) Вернемся к формулам (2)-(5), предполагая, что Ψ_1, Ψ_2, Ψ_3 (или Ψ_a, Ψ_b, Ψ_c) отличаются своими (лептонными или ароматическими) числами, тогда недиагональность массовой матрицы M будет означать нарушение этих чисел. Диагонализация матрицы M будет приводить к появлению матриц типа матриц Кобаяши-Маскавы /4/. Отметим, что может происходить не только смешивание d-, s-, b-, но также u-, c-, t- кварков. Это ясно из того, что c- и t- кварки распадаются через $W^\pm$, Z^0- бозоны. Аналогичная картина может быть и с лептонами. Напомним, что в работе /3/ предложена динамическая модель смешивания лептонов.

Перейдем к рассмотрению вопроса о вкладе слабого взаимодействия в массовую матрицу.

г). Особенностью слабого взаимодействия является то, что во взаимодействии принимают участие только левые компоненты фермионов. Лагранжиан этого взаимодействия имеет вид:

$$\mathcal{L}_{e_3} = -i\frac{g}{2}\bar{\Psi}_L \tau_i \gamma^\mu \Psi_L A^i_\mu \quad (A^\mu_i \to W^\pm Z^0) \tag{13}$$

К каким последствиям может привести такой характер слабого взаимодействия ?

Стандартный массовый лагранжиан фермиона имеет вид (I):

$$\mathcal{L}_M = -\bar{\Psi} M_0 \Psi . \tag{14}$$

Существует большое количество методов и подходов в нерелятивистской и релятивистской квантовой теории /5/ (см. др.работы), которые используются для получения (вычисления) масс (собственных энергий) частиц. Во всех этих методах предполагается, что левые и правые компоненты фермионов принимают участие во взаимодействиях симметричным образом. Тогда вклад взаимодействия в массу будет иметь вид:

$$\mathcal{L}_{M'} = -\bar{\Psi}(M_0 + M_{ef})\Psi = -\bar{\Psi} M'\Psi, \tag{15}$$

$$M' = M_0 + M_{ef} ,$$

M_{ef} - вклад в массу, возникающий от взаимодействия.
Определим теперь массовый лагранжиан фермиона с учетом того, что правая компонента фермиона не принимает участия в слабых взаимодействиях (см. форм.(I3)). Тогда массовый лагранжиан для фермиона будет иметь вид:

$$\mathcal{L}_M = -\bar{\Psi} M_0 \Psi - \bar{\Psi}_L M_{ef} \underline{\underline{\Psi_R}} - \underline{\underline{\bar{\Psi}_R}} M_{ef} \Psi_L .$$

Так как Ψ_R, $\bar{\Psi}_R$ не принимают участия в слабых взаимодействиях, то получаем

$$\mathcal{L}_M = -\bar{\Psi} M_0 \Psi + 0 \equiv \bar{\Psi} M_0 \Psi, \quad M = M_0 . \qquad (16)$$

Итак, слабое взаимодействие не дает вклада в массовый лагранжиан. Также, соответственно, слабое взаимодействие не дает вклада в недиагональные элементы массовой матрицы M .

Таким образом, приходим к выводу, что слабое взаимодействие не несет ответственности за нарушение лептонных и ароматических чисел и смешивание лептонов и кварков. Нужно отметить, что нарушение лептонных и ароматических чисел и, соответственно, смешивание лептонов и кварков, возникающие при введении матриц, аналогичных матрице Кобаяши-Маскавы или в модели /3/, возникают вне рамок слабого взаимодействия.

Литература

1. S.M. Bilenky, S.T. Petcov. Rex. Mod. Phys., 59(1987) 671.
2. K.M. Beshtoev. JINR, E2-92-195, Dubna, 1992.
3. K.M. Beshtoev. JINR, E2-91-183, Dubna, 1991
4. M.Kobayashi, K. Moskawa, Prog. Theor. Phys. 49(1973) 652.
5. W. Heitler. The Quantum Theory of Radiation, London, 1936.
   H.A. Bethe, E.E. Salpetir. Quantum Mechanics of One- and Two-Electron Systems, Hand. der Physik Bd.35, Berlin, 1957.
   P.A.M. Dirac, The Principles of Quantum Mechanics, Oxford, 1947.
   A.A. Logunov, A.N. Tavchelidje. Nuovo Cim. 29(1963) 380.
   Y. Nambu, G. Jona - Losinio. Phys. Rev. 122(1961) 345.

Рукопись поступила в издательский отдел
12 февраля 1993 года.